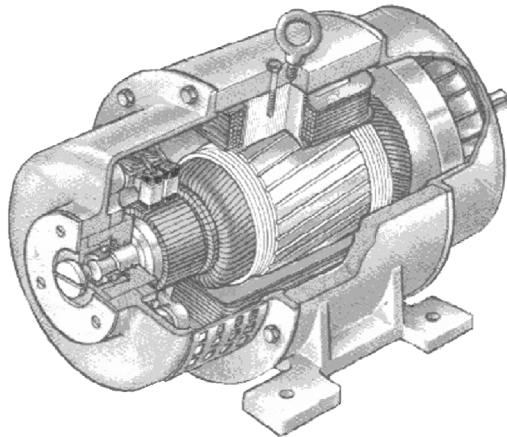


**ВІЙСЬКОВИЙ ІНСТИТУТ ТАНКОВИХ ВІЙСЬК  
НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ  
“ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ”**

# **ЕЛЕКТРОТЕХНІКА ТА ЕЛЕКТРОМЕХАНІКА**



Військовий інститут танкових військ  
Національного технічного університету  
“Харківський політехнічний інститут”

# **ЕЛЕКТРОТЕХНІКА ТА ЕЛЕКТРОМЕХАНІКА**

Навчальний посібник

Харків  
2019

УДК 621.3  
Е 50

*Рекомендовано вченою  
радою інституту  
як навчальний посібник*

Автори:

В. Ф. Болюх, П. А. Бондарук, К. В. Коритченко,  
В. С. Марков, І. В. Поляков, Є. М. Шпінда

Рецензенти:

*Сучков Г. М.*, доктор техн. наук, проф., завідувач кафедри комп'ютерних та радіоелектронних систем контролю та діагностики НТУ “ХПІ”

*Стаховський О. В.*, доктор техн. наук, проф., завідувач кафедри військової підготовки офіцерів запасу Військового інституту танкових військ Харківського національного технічного університету “ХПІ”

**Електротехніка та електромеханіка:** навч. посібник / В. Ф. Болюх,  
Е 50 П. А. Бондарук, К. В. Коритченко та ін. – Х.: ВІТВ НТУ “ХПІ”, 2019. – 352 с.

Навчальний посібник з електротехніки та електромеханіки поєднує теорію електричних і магнітних кіл, електромеханічних пристроїв з відомостями про електротехнічні прилади, апарати та машини, які встановлені на бронетанковій техніці. У посібнику надано основні електротехнічні закони, способи аналізу електричних і магнітних кіл; принципи дії, конструкції, властивості, області використання електротехнічних пристроїв і вимірювальних приладів; висвітлюються питання електротехнічної термінології і символіки. Навчальний посібник призначений для курсантів Військового інституту танкових військ НТУ “ХПІ” під час вивчення дисциплін “Електротехніка та електромеханіка”, “Електротехніка, електроніка та мікропроцесорна техніка”, та вивчення пристроїв систем електрообладнання, проведення практичних і лабораторних занять зі спеціальності 255 Озброєння та військова техніка.

**УДК 621.3**

© В. Ф. Болюх, П. А. Бондарук,  
К. В. Коритченко та ін.  
© ВІТВ НТУ “ХПІ”, 2019

## ЗМІСТ

Умовні позначення та скорочення.....	11
<b>Вступ</b> .....	13
<b>1. Основи аналізу електричних кіл</b> .....	15
1.1. Основні поняття та закони електротехніки .....	15
1.2. Електричні кола постійного струму та їх структура .....	16
1.3. Закон Ома .....	18
1.4. Джерела ЕРС та джерела струму .....	20
1.5. Електротехнічні матеріали .....	23
1.6. Закони Кірхгофа .....	23
1.7. Енергетичний баланс електричного кола .....	25
1.8. Режими роботи електричного кола .....	27
1.9. Розрахунок електричних кіл з одним джерелом.....	29
1.9.1. Коло з послідовним з'єднанням елементів.....	30
1.9.2. Електричне коло з паралельним з'єднанням елементів .....	31
1.9.3. Розрахунок електричного кола перетворенням трикутника опорів в еквівалентну зірку і зворотно.....	32
1.10. Розрахунок складних електричних кіл із декількома джерелами живлення.....	33
1.10.1. Метод безпосереднього застосування законів Кірхгофа.....	33
1.10.2. Метод контурних струмів.....	36
1.10.3. Принцип і метод суперпозиції.....	38
1.10.4. Метод еквівалентного генератора .....	39
1.11. Приклади розв'язання задач.....	41
1.11.1. Розрахунок електричного кола з одним джерелом ЕРС у разі змішаного з'єднання споживачів .....	41
1.11.2. Розрахунок електричного кола з одним джерелом ЕРС методом перетворення “трикутник” – “зірка” .....	43
1.11.3. Розрахунок складного електричного кола методом контурних струмів .....	49

1.11.4. Розрахунок складного електричного кола методом еквівалентного генератора.....	51
1.12. Характеристика бортових мереж зразків бронетанкової техніки та озброєння (БТОТ) .....	54
Контрольні запитання .....	55
<b>2. Однофазні електричні кола синусоїдного струму</b> .....	56
2.1. Характеристики та параметри синусоїдного струму .....	57
2.2. Середнє й діюче значення змінного струму.....	59
2.3. Зображення синусоїдних функцій векторами та комплексними числами .....	61
2.4. Елементи кола змінного струму .....	65
2.5. Співвідношення синусоїдних струму і напруги на ідеальних R, L, C елементах .....	67
2.5.1. Коло змінного струму з ідеальним резистором .....	67
2.5.2. Коло змінного струму з ідеальною котушкою індуктивності .....	68
2.5.3. Коло змінного струму з ідеальним конденсатором .....	69
2.6. Співвідношення синусоїдних напруги та струму в колі з послідовним з'єднанням ідеальних R, L, C елементів .....	71
2.7. Закони Кірхгофа для кіл синусоїдного струму.....	73
2.8. Активні, реактивні та повні провідності кола.....	73
2.9. Енергія та потужність у колах синусоїдного струму .....	76
2.9.1. Коло з ідеальним резистивним елементом .....	77
2.9.2. Коло з ідеальним індуктивним елементом .....	78
2.9.3. Коло з ідеальним ємнісним елементом.....	80
2.9.4. Повна, активна та реактивна потужності .....	82
2.9.5. Потужність у символічній формі.....	83
2.9.6. Рівняння балансу потужностей.....	83
2.10. Розрахунок електричного кола з послідовним з'єднанням споживачів .....	84
2.11. Електричне коло з паралельним з'єднанням ідеальних R, L, C елементів.....	89

2.12. Розрахунок електричного кола з паралельним з'єднанням споживачів .....	90
2.13. Підвищення коефіцієнта потужності .....	93
2.14. Резонансні явища в електричних колах змінного струму .....	94
2.14.1. Резонанс напруг .....	94
2.14.2. Резонанс струмів .....	97
2.15. Розрахунок кола змінного струму зі змішаним з'єднанням споживачів .....	98
2.16. Використання однофазного синусоїдного струму на зразках БТОТ .....	103
Контрольні запитання .....	104
<b>3. Трифазні електричні кола .....</b>	<b>105</b>
3.1. Трифазні системи ЕРС .....	105
3.2. Принципи отримання та форми подання трифазної системи ЕРС .....	105
3.3. З'єднання фаз генератора і приймачів зіркою .....	109
3.4. З'єднання фаз генератора і приймачів трикутником .....	113
3.5. Потужність трифазного електричного кола .....	115
3.6. Використання трифазного синусоїдного струму в системах і комплексах зразків БТОТ .....	117
3.7. Приклади розв'язання задач .....	118
3.7.1. Розрахунок трифазного кола у випадку симетричного навантаження та з'єднання приймачів зіркою .....	118
3.7.2. Розрахунок трифазного кола у разі симетричного навантаження та з'єднання приймачів трикутником .....	121
3.7.3. Розрахунок трифазного кола у разі несиметричного навантаження та з'єднання приймачів зіркою .....	123
Контрольні запитання .....	126
<b>4. Перехідні процеси у лінійних електричних колах .....</b>	<b>127</b>
4.1. Закони комутації .....	127
4.2. Загальні принципи аналізу перехідних процесів .....	128
4.3. Під'єднання котушки індуктивності до джерела постійної напруги .....	129
4.4. Розмикання кола з котушкою індуктивності .....	132

4.5. Під'єднання котушки індуктивності до джерела синусоїдної напруги .....	134
4.6. Під'єднання конденсатора до джерела постійної напруги .....	136
4.7. Розряд конденсатора на резистор .....	138
4.8. Розряд конденсатора на котушку індуктивності .....	140
4.9. Перехідні процеси в електричних пристроях БТОТ .....	141
Контрольні запитання .....	143
<b>5. Магнітні кола .....</b>	<b>144</b>
5.1. Параметри, що характеризують магнітне поле .....	144
5.2. Магнітні властивості матеріалів .....	146
5.3. Закони, що застосовуються під час розрахунків магнітних полів .....	149
5.3.1. Закон електромагнітної індукції .....	149
5.3.2. Закон Ампера .....	152
5.3.3. Закон повного струму .....	152
5.4. Класифікація магнітних кіл .....	154
5.5. Принцип розрахунку магнітних кіл постійного струму .....	158
5.6. Магнітні кола зі змінною магніторушійною силою .....	159
5.7. Форми залежностей ЕРС і струму від часу для ідеалізованої котушки зі сталевим осердям .....	161
5.8. Векторна діаграма і втрати реальної котушки .....	164
5.9. Схема заміщення котушки зі сталевим осердям .....	168
Контрольні запитання .....	169
<b>6. Трансформатори .....</b>	<b>170</b>
6.1. Призначення трансформаторів .....	170
6.2. Будова і принцип дії трансформатора .....	172
6.3. Режими роботи трансформатора .....	175
6.3.1. Режим неробочого ходу .....	175
6.3.2. Режим короткого замикання .....	177
6.3.3. Робота трансформатора під навантаженням .....	179
6.4. Векторна діаграма трансформатора .....	181



6.5. Характеристики трансформатора .....	183
6.5.1. Зовнішня характеристика .....	183
6.5.2. ККД трансформатора .....	184
6.6. Схема заміщення трансформатора .....	186
6.7. Застосування трансформаторів у електричних схемах апаратури зразків БТОТ .....	188
6.8. Трифазні трансформатори .....	189
6.9. Використання трифазних трансформаторів у обладнанні, що застосовується для обслуговування БТОТ .....	192
6.10. Автотрансформатори .....	193
6.11. Вимірювальні трансформатори .....	194
6.11.1. Вимірювальний трансформатор струму .....	195
6.11.2. Вимірювальний трансформатор напруги .....	196
6.12. Обертові трансформатори .....	198
Контрольні запитання .....	200
<b>7. Електромагнітні пристрої .....</b>	<b>201</b>
7.1. Дроселі .....	201
7.1.1. Дросель з регульованим повітряним проміжком .....	201
7.1.2. Дроселі насичення .....	203
7.2. Електромагніти силові .....	204
7.3. Комутаційні, пускорегулювальні та захисні апарати .....	207
7.3.1. Контактори .....	208
7.3.2. Плавкі запобіжники .....	209
7.3.3. Реле захисні .....	210
7.3.4. Електромагнітні реле та їх застосування в бронетанковій техніці .....	213
7.3.5. Повітряні автоматичні вимикачі .....	216
Контрольні запитання .....	219
<b>8. Елементи електричних вимірювань. Електровимірювальні прилади .....</b>	<b>220</b>
8.1. Класифікація засобів і методів електричних вимірювань .....	220

8.2. Похибки вимірювання та приладу .....	222
8.3. Будова електровимірювальних приладів .....	226
8.4. Прилади магнітоелектричної системи .....	230
8.5. Прилади електродинамічної системи .....	232
8.6. Прилади електромагнітної системи .....	233
Контрольні запитання .....	235
<b>9. Електричні машини постійного струму .....</b>	<b>236</b>
9.1. Будова та принцип дії машини постійного струму .....	236
9.2. ЕРС, рівняння електричного стану та способи збудження машин постійного струму .....	241
9.3. Електромагнітний момент і потужність машини постійного струму .....	244
9.4. Втрати та ККД машини постійного струму .....	245
9.5. Реакція якоря та комутація машини постійного струму .....	246
9.6. Характеристики генераторів постійного струму .....	248
9.6.1. Генератор із незалежним збудженням .....	248
9.6.2. Генератор із паралельним збудженням .....	251
9.6.3. Генератор зі змішаним збудженням .....	253
9.7. Застосування генераторів на бронетанковому озброєнні та техніці .....	255
9.8. Двигуни постійного струму .....	258
9.9. Пуск у хід та регулювання обертів двигуна постійного струму .....	259
9.9.1. Способи пуску двигуна постійного струму .....	260
9.9.2. Способи регулювання частоти обертання двигуна постійного струму .....	260
9.10. Робочі характеристики двигунів постійного струму .....	262
9.10.1. Двигун із паралельним збудженням .....	262
9.10.2. Двигун із послідовним збудженням .....	264
9.10.3. Двигун зі змішаним збудженням .....	266
9.11. Застосування двигунів на бронетанковому озброєнні та техніці .....	267
9.12. Електромашинний підсилювач .....	271

9.13. Приклади розрахунку параметрів і характеристик двигунів постійного струму .....	274
Контрольні запитання .....	278
<b>10. Трифазні асинхронні двигуни</b> .....	279
10.1. Будова асинхронного двигуна .....	279
10.2. Принцип дії асинхронного двигуна .....	282
10.3. Параметри асинхронного двигуна .....	286
10.4. Рівняння електричного стану кіл статора і ротора .....	289
10.5. Енергетична діаграма втрат і ККД асинхронного двигуна .....	291
10.6. Електромагнітний момент і механічна характеристика асинхронного двигуна ..	292
10.7. Способи пуску асинхронних двигунів .....	296
10.8. Асинхронні двигуни з покращеними пусковими характеристиками .....	298
10.9. Реверсування та регулювання частоти обертання асинхронних двигунів .....	300
10.10. Гальмівні режими асинхронного двигуна .....	303
10.11. Однофазні асинхронні двигуни .....	305
10.12. Лінійні асинхронні двигуни .....	309
10.13. Основні типи асинхронних двигунів, що застосовуються в галузях промисловості та у військовій справі .....	310
10.14. Приклади розрахунку параметрів і характеристик асинхронних двигунів .....	314
Контрольні запитання .....	317
<b>11. Трифазні синхронні машини</b> .....	318
11.1. Будова синхронних машин .....	318
11.2. Принцип дії синхронного генератора .....	321
11.3. Реакція якоря у синхронному генераторі .....	322
11.4. Рівняння електричного стану та векторна діаграма синхронного генератора ..	324
11.5. Характеристики синхронного генератора .....	327
11.6. Втрати та ККД синхронного генератора .....	329
11.7. Регулювання активної потужності. Кутові характеристики .....	331

11.8. Стійкість синхронного генератора .....	333
11.9. Увімкнення синхронного генератора у мережу .....	335
11.10. Регулювання реактивної потужності синхронного генератора .....	336
11.11. Принцип дії синхронного двигуна .....	338
11.12. Способи пуску синхронних двигунів .....	340
11.13. Синхронний компенсатор .....	343
11.14. Синхронні реактивні двигуни .....	344
11.15. Основні типи синхронних двигунів, що випускаються .....	346
Контрольні запитання .....	348
<b>Висновок</b> .....	349
<b>Список використаної літератури</b> .....	351

## УМОВНІ ПОЗНАЧЕННЯ ТА СКОРОЧЕННЯ

$E$  – електрорушійна сила ЕРС, постійна ЕРС або діюче значення змінної ЕРС;

$R$  – опір ділянки кола, у колах змінного струму – активний опір;

$R_{\text{л}}$  – опір двох провідної лінії;

$R_{\text{вн}}$  – внутрішній опір джерела електричної енергії;

$R_i$  – опір  $i$ -тої ділянки кола;

$I$  – сила струму, постійний струм або діюче значення сили змінного струму;

$I_{\text{ном}}$  – номінальне значення струму;

$I_i$  – значення струму  $i$ -тої ділянки кола;

$I_m$  – амплітудне значення синусоїдного струму;

$i$  – миттєве значення змінного струму;

$q$  – електричний заряд;

$t$  – час;

$u$  – миттєве значення змінної напруги;

$U$  – постійна напруга або діюче значення;

$U_{\text{ном}}$  – номінальне значення напруги;

$U_{\text{хх}}$  – напруга холостого ходу;

$U_m$  – амплітудне значення синусоїдної напруги;

$P$  – потужність кола, активна потужність у колах постійного струму;

$P_{\text{ном}}$  – номінальне значення потужності;

$P_1$  – потужність, яка виробляється джерелом;

$P_2$  – потужність, яка споживається приймачем;

$p$  – миттєва потужність;

$G$  – активна провідність ділянки кола;

$J$  – джерело струму;

$\rho$  – питомий опір провідника;

$l, s$  – довжина і переріз провідника;

$W$  – робота електричного кола;

$\eta_{\text{ном}}$  – номінальний коефіцієнт корисної дії ККД;

$f$  – частота синусоїдного струму або напруги;

$T$  – період синусоїдного струму або напруги;

$\psi_u, \psi_i$  – початкові фази напруги і струму;

$B$  – магнітна індукція;

$\varphi$  – кут зсуву початкових фаз;

$\omega$  – кутова частота (один оберг за період);

$L$  – індуктивність;

$\Psi$  – потокозчеплення;

$C$  – ємність;

$Z$  – повний опір ділянки кола синусоїдного струму;

$Q$  – реактивна потужність;

$S$  – повна потужність;

АБ – акумуляторна батарея;

АД – асинхронний двигун;

БТОТ – бронетанкова техніка і озброєння;

ГПС – генератор постійного струму;

ДПС – двигун постійного струму;

ДВЗ – двигун внутрішнього згоряння;

ЕРС – електрорушійна сила;

КЗ – коротке замикання;

НХ – неробочий хід;

СМ – синхронна машина;

СГ – синхронний генератор;

ХХ – холостий хід.

## ВСТУП

Науково-технічний прогрес відбувається за більш широкого використання електричної енергії в усіх галузях господарства будь-якої країни, в тому числі, й у військовій техніці.

Отримання професійних знань курсантами-танкістами з дисциплін: автоматичні системи управління озброєнням, електрообладнання бойових машин потребує знань з електротехніки та електромеханіки.

Електротехніка та електромеханіка, як науки, дозволяють успішно вирішувати складні проблеми раціонального перетворення різноманітних видів первинної енергії природи в особливу вторинну форму – електричну, а також використовувати електричні та магнітні явища для здійснення безперервних інтенсивних і автоматизованих технологічних процесів, що забезпечують зміну форми, складу і перетворень речовин природи. Разом із цим електротехніка та електромеханіка вирішують значну кількість завдань, пов'язаних зі збиранням, зберіганням, обробленням і передаванням електричних сигналів і інформації, що важливо також і для бронетанкової техніки.

Тому електротехнічна підготовка курсантів інституту танкових військ повинна передбачати достатньо глибоке вивчення питань теорії і практики використання різних електротехнічних пристроїв. Фундаментом такої підготовки є теорія електричних і магнітних кіл, електрофізичні процеси і характеристики електромеханічних пристроїв. Оволодіння цією теорією сприяє вдалому вирішенню складних питань прикладного характеру і виконанню необхідних електричних вимірів, що забезпечують якісний контроль ходу технологічних процесів і встановленню найбільш ефективних режимів використання електротехнічного обладнання бронетанкової техніки: танків, БТР і БМП.

Метою дисципліни “Електротехніка і електромеханіка” є теоретична та практична підготовка курсантів-танкістів в області електротехніки та електромеханіки. Таким чином, курсанти зможуть у подальшому вибирати необхідні електротехнічні пристрої, вимірювальні прилади, уміти їх правильно експлуатувати

та складати спільно з інженерами-електриками технічні завдання на розроблення, діагностування, ремонт або модернізацію електричних частин автоматизованого обладнання для керування силовими установками та системами озброєння бронетанкової техніки.

*Завданням дисципліни “Електротехніка і електромеханіка” є надання курсантам таких необхідних знань:*

- електротехнічних законів, способів аналізу електричних і магнітних кіл;
- принципів дії, конструкцій, сфери застосування основних електротехнічних пристроїв і вимірювальних приладів, електротехнічної термінології.

*Формування у них умінь і навичок:*

- визначати експериментальним способом параметри та характеристики типових електротехнічних елементів і пристроїв;
- вимірювати основні електричні величини і певні неелектричні величини, пов'язані з експлуатацією бронетанкової техніки;
- вмикати електротехнічні прилади, апарати і машини, які встановлені на бронетанковій техніці; керувати ними і контролювати їхню роботу.

Вивчення питань, зазначених вище, базується зокрема на знаннях, отриманих у курсах фізики, математики і прикладної механіки.

В посібнику викладено теоретичний курс дисципліни “Електротехніка та електромеханіка”, який доповнений відомостями про електрозабезпечення бронетанкової техніки. Основні розділи курсу: електричні кола постійного та змінного струму, трифазні кола, перехідні процеси у колах, магнітні кола, трансформатори, електромагнітні пристрої, електровимірювальні прилади, електричні машини постійного струму, трифазні асинхронні та синхронні двигуни.

Викладений матеріал посібника може знадобитися фахівцям бронетанкової техніки під час її експлуатації і військового ремонту, курсантам ВВНЗ, ад'юнктам і аспірантам під час виконання магістерських і науково-дослідних робіт.

## 1. ОСНОВИ АНАЛІЗУ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ

### 1.1. Основні поняття та закони електротехніки

**Електротехніка** – галузь науки і техніки, яка пов'язана з практичним використанням електроенергії, що включає її виробництво, передавання, розподілення і споживання.

**Носієм електроенергії** є електромагнітне поле, що створюється електричним струмом у провіднику.

**Електромагнітне поле** є різновидом матерії, яке характеризується електричним і магнітним полями, і завдає силової дії на заряджені частинки, що залежить від їх швидкості й заряду.

Основними перевагами електроенергії перед іншими видами енергії, що забезпечують її широке практичне використання, є:

- універсальність, тобто можливість отримання з будь-яких інших видів енергії (хімічної, механічної, теплової, сонячної, ядерної та ін.) та, навпаки, можливість перетворення в будь-який інший вид енергії;
- можливість економічного передавання (зі швидкістю світла) на практично необхідну відстань, розподілення та споживання в будь-якій кількості;
- надійність, відносна простота обслуговування, постійна готовність до дії;
- екологічність і високі техніко-економічні показники електричних машин та апаратів електроустаткування;
- можливість на базі електрифікації повної механізації та автоматизації виробництва.

Особливістю електроенергії є те, що вона не накопичується у вигляді готової продукції. Її виробництво електричними генераторами, передавання за допомогою електричних мереж та споживання приймачами здійснюються роздільно, але одночасно. Це нерозривний і безперервний процес перетворення одних видів енергії в інші.

### 1.2. Електричні кола постійного струму та їх структура

**Електричне коло** – це сукупність пристроїв та об'єктів, що утворюють шлях для електричного струму і призначених для отримання, передавання та перетворення електричної енергії, електромагнітні процеси в яких можуть бути описані за допомогою понять електрорушійної сили, струму та напруги.

Основними елементами електричного кола є джерела, споживачі та з'єднувальні провідники. Елементи електричного кола можна класифікувати таким чином:

1. Джерела електроенергії (генератори, акумулятори, гальванічні елементи, термопарі, батареї, фотоелементи та ін.).
2. Споживачі електроенергії (електродвигуни, нагрівачі, лампи розжарювання та ін.).
3. Лінії зв'язку або електропередачі (двох-, трьох-, чотирьохпровідні).
4. Перетворювачі електроенергії (трансформатори, випрямлячі, інвертори).
5. Комутаційна апаратура (ключі, контактори, реле, захисна апаратура).

У джерелах відбувається перетворення інших (неелектричних) видів енергії в електричну. Це механічна енергія первинних двигунів – у генераторах; хімічна енергія – в акумуляторах, гальванічних та паливних елементах; тепла – в термоелементах; сонячна – у кремнієвих фотоелементах та ін.

Джерела електроенергії характеризуються електрорушійною силою (ЕРС) та внутрішнім опором  $R_{вн}$  (рис.1.1).

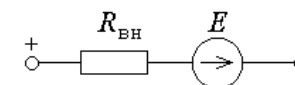


Рис. 1.1. Схема заміщення джерела ЕРС

ЕРС джерела чисельно дорівнює роботі, яку здійснюють сторонні сили із переміщення одиничного заряду всередині джерела, від затискача з позитивним потенціалом до затискача з негативним потенціалом. Постійна ЕРС позначається літерою  $E$ , а миттєве значення змінної ЕРС – маленькою літерою  $e$ . ЕРС вимірюється у вольтах (В).

У споживачах електрична енергія перетворюється в інші види енергії. Це механічна енергія в електродвигунах; хімічна – в акумуляторах під час заряджання; теплова – в електронагрівальних приладах; світлова – в освітлювальних приладах та ін.

Споживач характеризується опором  $R$ . Опір вимірюється в омах (Ом). Якщо до джерела під'єднати навантаження, то у замкненому контурі буде проходити електричний струм (рис. 1.2).

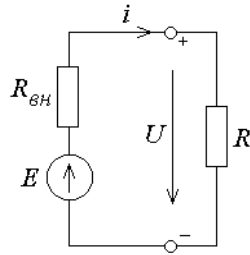


Рис. 1.2. Схема електричного кола постійного струму

Сила струму  $I$  в електричному колі визначається кількістю електричного заряду  $q$ , що проходить через переріз провідника за одну секунду.

$$I = \frac{q}{t}. \quad (1.1)$$

Сила струму вимірюється в амперах (А).

Струм, незмінний за значенням і за напрямком, називається **постійним струмом**. Перші електротехнічні пристрої працювали на постійному струмі.

Постійні значення величин електричних кіл позначають великими літерами: струм  $I$ , ЕРС  $E$ , напруга  $U$ , потужність  $P$ . Змінні значення електричних величин позначають рядковими літерами: струм  $i$ , ЕРС  $e$ , напруга  $u$ , потужність  $p$ .

Якщо значення струму в електричному колі непостійне, змінюється у часі, то миттєве значення струму визначається таким виразом:

$$i = \frac{dq}{dt}. \quad (1.2)$$

**Схема заміщення електричного кола.** Для спрощення аналізу та розрахунку реального електричного кола його відображають колом із набором ідеальних елементів, параметрами яких є окремі параметри елементів, які вони заміщують (рис.1.2).

**Умовно-позитивні напрямки електричних величин.** Знаки ЕРС та напруг залежать від напрямку переміщення одиничного позитивного заряду. Знак струму визначається напрямком руху зарядів на ділянці кола. Тому електричні величини є ніби “направленими”. На електричних схемах полярності напруг зазвичай позначаються знаками “+” та “-”. На схемах заміщення позитивні напрямки ЕРС, напруг і струмів позначаються стрілками. За позитивний напрямок струму  $I$  вважають напрямок руху позитивних зарядів: поза джерелом – від “+” до “-”.

Оскільки напрямок руху зарядів співпадає з напрямком ЕРС джерела та напрямком напруги на пасивній ділянці кола, на схемах заміщення в джерелі наносять стрілку, що показує позитивний напрямок ЕРС, та направляють від негативного полюса до позитивного, а стрілку, що показує напрямок напруги, у зворотному напрямку (рис.1.2).

Схеми електричних кіл часто зображають спрощено – без джерела електроенергії, зазначаючи напругу, що підводиться до входних полюсів електричного кола від джерела. Реально такими полюсами є виводи електричного генератора або іншого джерела, або контакти на силових щитах, розетки. Необхідно пам’ятати, що електричне коло залишається замкненим через джерело.

### 1.3. Закон Ома

За законом Ома на пасивній ділянці електричного кола (без ЕРС), струм  $I$  пропорційний напрузі  $U$ :

$$I = GU = \frac{U}{R}, \quad (1.3)$$

де  $G = \frac{1}{R}$  – провідність ділянки електричного кола. Провідність вимірюється в сименсах (См).

Закон Ома для повного кола враховує всі опори кола та його ЕРС:

$$I = \frac{E}{R_{\text{вн}} + R}. \quad (1.4)$$

Ураховуючи дані (1.3) можна визначити напругу на ділянці електричного кола:

$$U = RI. \quad (1.5)$$

Падінням напруги або просто напругою  $U$  на певній ділянці кола називається величина, яка чисельно дорівнює роботі, що здійснюється електричним полем під час переміщення одиничного позитивного заряду (від плюса до мінуса).

Розглянемо закон Ома для ділянки кола з ЕРС. Під напругою на ділянці кола розуміють різницю потенціалів між крайніми точками цієї ділянки.

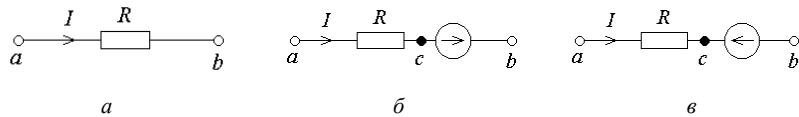


Рис. 1.3. Ділянки електричного кола:

$a$  – ділянка кола;  $б$  – струм і ЕРС співпадають;  $в$  – струм і ЕРС не співпадають за напрямком

Для ділянки кола без ЕРС за визначенням напруга дорівнює різниці потенціалів на краях ділянки (рис. 1.3,  $a$ ):

$$U_{ab} = \varphi_a - \varphi_b = RI, \quad (1.6)$$

де  $\varphi_a, \varphi_b$  – потенціали відповідно точок  $a$  і  $b$ .

З формули (1.6) виходить. Таким чином, закон Ома для ділянки кола без ЕРС набув такого вигляду:

$$I = \frac{U_{ab}}{R}. \quad (1.7)$$

Розглянемо ділянку кола, на якій ЕРС і струм співпадають за напрямком (рис.1.3,  $б$ ). У цьому випадку напруга на краях ділянки визначається за такою формулою:

$$U_{ab} = \varphi_a - \varphi_b, \quad (1.8)$$

але  $\varphi_a = \varphi_c + I \cdot R$ , а  $\varphi_b = \varphi_c + E$ .

Підставивши дані у формулу отримаємо:

$$U_{ab} = \varphi_c + I \cdot R - \varphi_c - E,$$

тобто

$$U_{ab} = I \cdot R - E.$$

В цьому випадку закон Ома набуває такого вигляду:

$$I = \frac{U_{ab} + E}{R}. \quad (1.9)$$

Для ділянки кола, на якій ЕРС і струм не співпадають за напрямком (рис.1.3,  $в$ ), можна записати:

$$\varphi_a = \varphi_c + I \cdot R; \quad \varphi_b = \varphi_c - E.$$

Використовуючи формулу (1.8), можна записати:

$$U_{ab} = \varphi_c + I \cdot R - \varphi_c + E.$$

В цьому випадку закон Ома набуває такого вигляду:

$$I = \frac{U_{ab} - E}{R}. \quad (1.10)$$

У загальному випадку закон Ома для ділянки кола з ЕРС можна записати у вигляді:

$$I = \frac{U_{ab} \pm \sum_{k=1}^n E_k}{R}, \quad (1.11)$$

де  $E_k$  – має позитивне значення, якщо ЕРС і струм співпадають за напрямком; якщо не співпадають, то знак “–”  $R$  – повний опір ділянки кола.

#### 1.4. Джерела ЕРС та джерела струму

Джерела електроенергії можна представити у вигляді джерела ЕРС і джерела струму.

У джерелі ЕРС внутрішній опір малий і напруга на його затисках під час зміни струму від 0 до  $I_{\text{ном}}$  змінюється незначно. Це генератори, акумулятори та ін. До джерел ЕРС можна віднести електромеханічні генератори, гальванічні елементи та акумулятори (рис 1.4).

Скориставшись формулою (1.4), отримуємо:

$$E = IR_{\text{вн}} + IR = IR_{\text{вн}} + U, \quad (1.12)$$

де  $U$  – напруга на споживачі або на затисках джерела,  $R_{\text{вн}}$  – внутрішній опір всього електричного кола,  $E$  – ЕРС джерела.

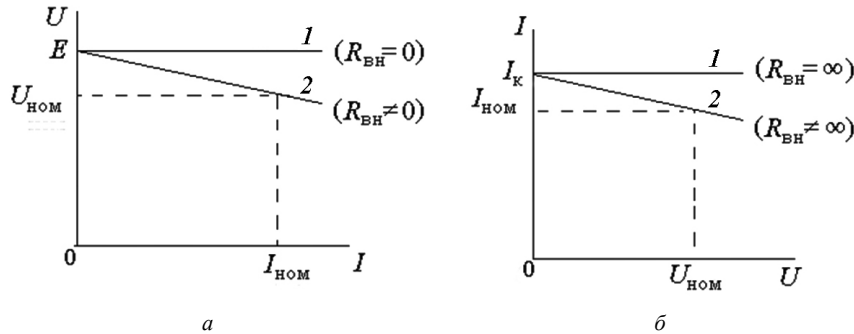


Рис. 1.4. Зовнішні характеристики:

$a$  – джерел ЕРС,  $б$  – джерел струму: 1 – ідеального; 2 – реального

Вираз для напруги джерела залежно від струму  $I$  отримуємо із формули (1.12):

$$U = E - IR_{\text{вн}}. \quad (1.13)$$

Тобто, напруга на затисках джерела є меншою за ЕРС на величину падіння напруги  $IR_{\text{вн}}$  у внутрішньому опорі.

За холостого ходу (коло розімкнуте), коли струм  $I = 0$ , величина напруги дорівнює величині ЕРС:  $U = E$ .

Ідеальним джерелом ЕРС називають джерело, напруга на якому не залежить від струму і його внутрішній опір  $R_{\text{вн}} = 0$ . У ідеального джерела ЕРС  $R_{\text{вн}} = 0$  і  $E = U$ .

До джерел струму (рис.1.5) відносять джерела електроенергії з великим внутрішнім опором, в яких струм у колі слабо залежить від напруги на приймачі у випадку його змінювання від 0 до номінального значення. Це радіоактивні джерела, напівпровідникові прилади, електронні лампи.

Опір  $R$  характеризує властивість елемента незворотно перетворювати електроенергію джерела в інші види енергії, наприклад, у теплову. Опір може бути

лінійним, тобто його значення не залежить від прикладеної напруги, і нелінійним.

Лінійний опір ( $R = \text{const}$ ) залежить від матеріалу та розмірів провідника.

Таким чином отримаємо формулу електричного опору:

$$R = \rho \frac{l}{s}, \quad (1.14)$$

де  $\rho$  – питомий опір (Ом м);  $l$ ,  $s$  – довжина і переріз провідника.

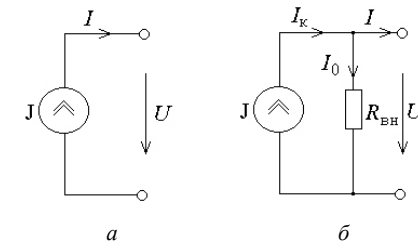


Рис. 1.5. Схема заміщення:

$a$  – ідеального;  $б$  – реального джерела струму  $J$

Питомий опір  $\rho$  – це опір провідника площею поперечного перетину  $1 \text{ м}^2$  та довжиною 1 м, що має опір 1 Ом за температури  $20^\circ \text{C}$ .

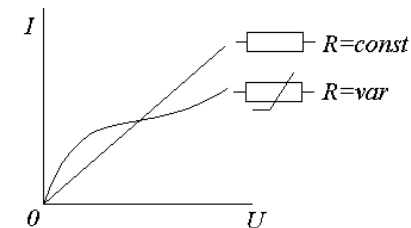


Рис. 1.6. Вольт-амперні характеристики лінійного ( $R = \text{const}$ ) та нелінійного ( $R = \text{var}$ ) опорів

Нелінійний опір ( $R = \text{var}$ ) характеризується вольт-амперною характеристикою (рис. 1.6) і для нього залежність  $U(I)$  є нелінійною. Коло, що містить тільки лінійні опори, називають лінійним. Якщо у колі є хоча б один нелінійний опір (наприклад, напівпровідник), то таке коло називають нелінійним.



## 1.5. Електротехнічні матеріали

В електротехніці широко використовуються провідникові, ізоляційні, напівпровідникові та магнітні (феромагнітні) матеріали.

*Провідникові матеріали* мають значну електропровідність, тому використовуються як провідники електричного струму. Ці матеріали зазвичай використовуються у вигляді ізольованого дроту круглого поперечного перетину. Основним матеріалом для проводів і кабелів є мідь та алюміній, які є стійкі до корозії, мають високу електропровідність, пластичність та достатню механічну міцність. Для виготовлення нагрівальних приладів застосовуються електропровідникові сплави з відносно великим питомим опором: константан, нейзильбер, ніхром, хромаль та ін.

*Електроізоляційні матеріали* – це діелектрики, які використовуються як ізолятори електроустановок. За їх допомогою ізолюються дроти, кабелі, провідники та струмопровідні частини електричного обладнання. До цих матеріалів відносяться: папір, бавовно-паперові матеріали, резина, гетинакс, ебоніт, лаки, полімери, пластмаси, скло, слюда, азбест, керамічні матеріали, повітря та ін.

Електричні властивості та якість ізоляційних матеріалів визначаються їх великим питомим опором, теплостійкістю, електричною міцністю та абсолютною діелектричною проникливістю. Необхідно, щоб ізоляційні вироби мали значну механічну міцність, а також високу теплопровідність для відводу тепла від струмонесучих частин електричних кіл.

## 1.6. Закони Кірхгофа

Закони Кірхгофа виконуються для вузлів і ділянок (елементів) електричного кола.

*Вузол* – це точка електричного кола, в якій з'єднані не менше 3 віток. Вузол на схемі позначається жирною точкою (рис. 1.7).

*Вітка* – це ділянка електричного кола між двома будь-якими вузлами, де всі елементи з'єднані послідовно, тобто по них проходить один струм.

Будь-який замкнений шлях, що проходить кількома ділянками, називається *контуром* електричного кола.

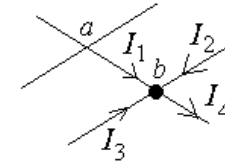


Рис. 1.7. Ділянка кола з вузлом *b*

1-й закон Кірхгофа: *Алгебраїчна сума струмів у вузлі дорівнює нулю*

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0. \quad (1.15)$$

Це є наслідком принципу неперервності струму провідності (заряди у вузлі не накопичуються). Наприклад, струми, що направлені до вузла, беруться позитивними, а струми, що направлені від вузла – від'ємними.

Оскільки для вузла на рис.1.7 можна записати рівняння  $I_1 + I_2 + I_3 - I_4 = 0$ , то перший закон Кірхгофа можна сформулювати інакше:

*сума струмів, направлених до вузла електричного кола, дорівнює сумі струмів, що направлені від нього:*

$$I_1 + I_2 + I_3 = I_4.$$

2-й закон Кірхгофа: *алгебраїчна сума ЕРС, діючих уздовж будь-якого контуру електричного кола, дорівнює алгебраїчній сумі напруг в усіх ділянках цього контуру:*

$$\sum_{k=1}^n E_k = \sum_{k=1}^m I_k R_k. \quad (1.16)$$

Це співвідношення є наслідком закону збереження енергії.

Для складання рівняння за другим законом Кірхгофа необхідно:

- 1) обрати додатний напрямок струмів;
- 2) обрати додатний напрямок обходу контуру.

Складаючи рівняння за другим законом Кірхгофа, позитивними беруться ЕРС і падіння напруги, якщо напрямки ЕРС і струму співпадають з напрямком обходу замкненого контуру; в протилежному випадку вони записуються зі знаком “мінус”.

Для ділянки кола, зображеної на рис. 1.8, можна виділити замкнений контур  $abcd$ , і, обравши напрямок його обходу за годинниковою стрілкою, записати у такому вигляді:

$$E_1 - E_2 = I_1 R_1 + I_2 R_2 + U_{ab} - I_3 R_3.$$

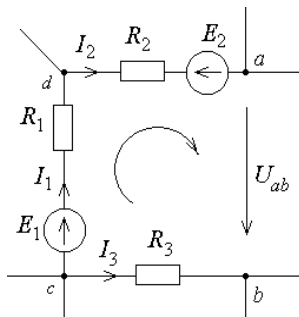


Рис. 1.8. Ділянка електричного кола постійного струму

### 1.7. Енергетичний баланс електричного кола

Швидкість перетворення електроенергії в інші види енергії у разі постійного струму, що дорівнює роботі за одиницю часу, характеризує потужність, яку визначаємо за формулою:

$$(1.17)$$

За законом збереження енергії: *Кількість тепла, що виділяється в опорах споживачів за одиницю часу, має дорівнювати кількості енергії, що за той самий час віддають джерела живлення.*

Рівняння для балансу потужностей можна отримати, помноживши рівняння (1.16) на струм  $I_k$ :

$$\sum_{k=1}^n E_k I_k = \sum_{k=1}^m I_k^2 R_k. \quad (1.18)$$

Таким чином, алгебраїчна сума потужностей усіх джерел енергії дорівнює арифметичній сумі потужностей усіх приймачів.

$P = I_k^2 R_k$  – за законом Джоуля-Ленца – це потужність (не залежить від напрямку струму), яку споживає опір  $R_k$ , а  $E_k I_k$  – потужність джерела.

Добуток  $E_k I_k$  беремо додатним, якщо ЕРС і струм співпадають за напрямом (джерело віддає енергію у коло) (рис. 1.3, б).

Добуток  $E_k I_k$  беремо від’ємним, якщо ЕРС і струм не співпадають за напрямком (джерело споживає енергію) (рис. 1.3, в), наприклад, заряд акумулятора.

Закон Джоуля-Ленца визначає кількість електричної енергії  $W$ , що перетворюється у теплову на ділянці кола з опором  $R$  за час  $t$ :

$$W = RI^2 t. \quad (1.19)$$

У провіднику виділяється теплота:

$$Q = 0,24 RI^2 t,$$

яка витрачається на нагрівання провідника і частково розсіюється в навколишній простір.

Теплова дія електричного струму в багатьох випадках корисно використовується в техніці та є основою роботи електронічних, побутових і промислових нагрівальних приладів, електрозварки та ін. Однак у проводах ліній електропередачі (ЛЕП), в обмотках електричних машин, трансформаторів та апаратів вона є джерелом небажаних втрат енергії, причиною їх перегрівання та пошкодження ізоляції.

### 1.8. Режими роботи електричного кола

Розглянемо нерозгалужене електричне коло постійного струму (рис. 1.9). До полюсів джерела з ЕРС  $E$  та внутрішнім опором  $R_{\text{вн}}$  за допомогою двох провідної лінії з опором  $R_{\text{л}}$  увімкнено навантаження (споживач) зі змінним опором  $R_{\text{н}}$ . Зі зміною опору  $R_{\text{н}}$  струм  $I$ , напруги на полюсах приймача  $U_2$  та на полюсах джерела  $U_1$  також будуть змінюватись.

Виділяють 4 основні режими роботи електричного кола: номінальний, холостий хід (ХХ), короткого замкнення (КЗ) та узгоджений.

*Номінальний* – це режим, в якому всі елементи електричного кола за нормальними умовами навколишнього середовища можуть виконувати своє функціональне призначення досить тривалий час (час визначається технічним паспортом) із заданою надійністю.

Режим характеризують номінальні напруга  $U_{\text{ном}}$ , струм  $I_{\text{ном}}$ , потужність  $P_{\text{ном}}$  і ККД  $\eta_{\text{ном}}$ , що вказані у паспорті або на щитку пристрою. Ізоляція струмопровідних частин пристроїв розраховується відповідно до номінальної напруги, а за номінальним струмом – переріз провідників і умови їх максимального нагрівання.

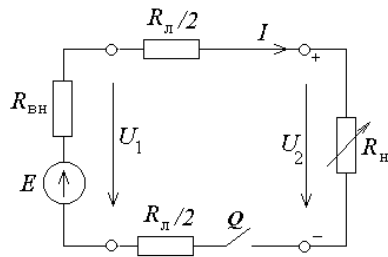


Рис. 1.9. Схема електричного кола з джерелом та навантаженням, що з'єднані двоохпровідною лінією

У цьому режимі струм за законом Ома для повного кола визначається за формулою:

$$I = \frac{E}{R_{\text{вн}} + R_{\text{л}} + R_{\text{н}}}, \quad (1.20)$$

при цьому напруга на приймачі:

$$U = E - I(R_{\text{вн}} + R_{\text{л}}), \quad (1.21)$$

потужність, яка споживається приймачем:

$$P_2 = R_{\text{н}} I^2 = \frac{R_{\text{н}} E^2}{(R_{\text{вн}} + R_{\text{л}} + R_{\text{н}})^2}, \quad (1.22)$$

потужність, яка виробляється джерелом:

$$P_1 = EI = \frac{E^2}{(R_{\text{вн}} + R_{\text{л}} + R_{\text{н}})}. \quad (1.23)$$

Коефіцієнт корисної дії (ККД), що характеризує ефективність передавання енергії від джерела до приймача, розраховується за формулою:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{R_{\text{н}}}{(R_{\text{вн}} + R_{\text{л}} + R_{\text{н}})}. \quad (1.24)$$

*Холостий хід* – це режим, в якому електричне коло розірване і струм відсутній  $I = 0$ . Приймач вимкнений вимикачем  $Q$ . Тому напруга дорівнює:

$$U_1 = U_2 = E. \quad (1.25)$$

*Коротке замикання* – це режим, в якому опір приймача наближається до нуля, або провідником замкнуті його полюси, а також коли замкнуті провідники лінії або полюси джерела.

Режим характеризується тим, що напруга приймача  $U_2 = 0$ , а струм  $I = I_{\text{кз}} \gg I_{\text{ном}}$ ,  $U_2 = 0$ , а струм  $I = I_{\text{кз}} \gg I_{\text{ном}}$ :

$$I_{\text{кз}} = \frac{U_1}{R_{\text{вн}}} = \frac{E}{R_{\text{вн}} + R_{\text{л}}}. \quad (1.26)$$

Максимальний струм КЗ буде у випадку замикання затисків генератора і визначається за формулою:

$$I_{\text{кз max}} = \frac{E}{R_{\text{вн}}}. \quad (1.27)$$

Через те, що опір проводів  $R_{\text{л}}$  і внутрішній опір джерела  $R_{\text{вн}}$  мають малі значення, величина струму КЗ значно перевищує номінальний струм. Причинами КЗ

можуть бути пошкодження ізоляції і безпосереднє дотикання струмопровідних частин або дротів електричного кола, які знаходяться під різними потенціалами, порушення правил техніки безпеки та експлуатації. Режим КЗ, як правило, є аварійним, тому що струм КЗ багатократно перевищує номінальний струм, і через термічну та електродинамічну дію він викликає пошкодження ізоляції, механічне та термічне пошкодження елементів електричного кола.

Узгодженням називають режим, в якому потужність, яку віддає джерело у зовнішнє коло, є максимальною, якщо змінною величиною є опір приймача. Режим є можливим за визначених певних значень опору приймача  $R_n$ .

Скориставшись виразом (1.22), знайдемо максимум потужності, яка споживається приймачем. За допомогою виразу  $\frac{dP_2}{dR_i} = 0$ , отримуємо умову узгодженого режиму за формулою:

$$R_n = R_{вн} + R_{л}. \quad (1.28)$$

При цьому ККД  $\eta = 0,5$ , а струм в узгодженому режимі:

$$I = 0,5I_{кз} \gg I_{ном}.$$

Узгоджений режим, як правило, використовують у малопотужних пристроях радіо й автоматики.

### 1.9. Розрахунок електричних кіл з одним джерелом

У простих електричних колах постійного струму з одним джерелом живлення споживачі (резистори) можуть з'єднуватись послідовно, паралельно, змішано, зіркою або трикутником.

Під час розрахунку електричних кіл виникає необхідність замінити одну певну групу споживачів еквівалентним опором або групою еквівалентних опорів.

Найбільш поширена задача – коли відомі ЕРС джерел і опори споживачів, а необхідно визначити струми, напруги на всіх ділянках кола. При цьому використовується метод еквівалентного перетворення схем.

Умови еквівалентної заміни:

1. Потенціали всіх вузлів схеми, а отже і напруги на ділянках мають залишитися незмінними.
2. Струми у вітках, які не зачеплені перетворюванням, мають залишитись незмінними.

#### 1.9.1. Коло з послідовним з'єднанням елементів

Послідовним називають таке з'єднання, за якого в усіх елементах кола діє один і той самий струм (рис. 1.10, а). За другим законом Кірхгофа для кола, зображеного на рис. 1.10, а, запишемо:

$$U = U_1 + U_2 + U_3,$$

або:

$$U = IR_1 + IR_2 + IR_3 = I(R_1 + R_2 + R_3) = IR_E,$$

де  $R_E = R_1 + R_2 + R_3$  – еквівалентний опір.

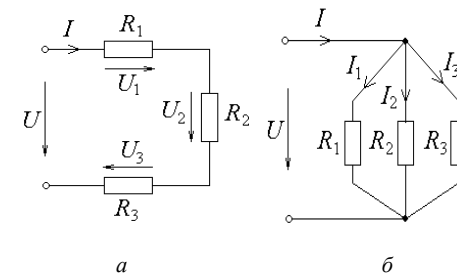


Рис. 1.10. Електричне коло:

а – з послідовним;

б – паралельним з'єднанням елементів

У загальному випадку за послідовного з'єднання елементів еквівалентний опір дорівнює сумі опорів усіх її ділянок:

$$R_E = \sum_{i=1}^k R_i. \quad (1.29)$$

### 1.9.2. Електричне коло з паралельним з'єднанням елементів

За паралельного з'єднання всі елементи приєднуються до однієї пари вузлів (рис. 1.10, б). Вони знаходяться під дією однієї напруги.

Струми у вітках за законом Ома можна визначити таким чином:

$$I_1 = \frac{U}{R_1}; \quad I_2 = \frac{U}{R_2}; \quad I_3 = \frac{U}{R_3}. \quad (1.30)$$

З цього рівняння можна записати співвідношення:

$$I_1 R_1 = I_2 R_2 = I_3 R_3 = U, \quad (1.31)$$

звідки отримуємо такі вирази:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}; \quad \frac{I_2}{I_3} = \frac{R_3}{R_2}. \quad (1.32)$$

За першим законом Кірхгофа можна записати:

$$I = I_1 + I_2 + I_3. \quad (1.33)$$

Струм у нерозгалуженій частині кола можна виразити:

$$I = U/R_E, \quad (1.34)$$

де  $R_E$  – еквівалентний опір кола.

Якщо підставити рівняння (1.30) в (1.33), то отримаємо:

$$I = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3} = \frac{U}{R_E}. \quad (1.35)$$

Звідки:

$$\frac{1}{R_E} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3},$$

або у загальному випадку:

$$\frac{1}{R_E} = \sum_i^k \frac{1}{R_i} \quad (1.36)$$

Якщо скористатись провідностями, то можна записати такий вираз:

$$G_E = G_1 + G_2 + G_3. \quad (1.37)$$

Таким чином, еквівалентна провідність кола з паралельним з'єднанням елементів дорівнює сумі провідностей її віток:

$$G_E = \sum_{i=1}^k G_i. \quad (1.38)$$

Електричне коло зі змішаним з'єднанням елементів складається з ділянок із послідовним і паралельним з'єднанням елементів. Для визначення еквівалентного опору схема перетворюється таким чином, що всі послідовно або паралельно з'єднані елементи замінюються еквівалентними. Перетворення повторюються доти, доки не залишиться один еквівалентний елемент.

### 1.9.3. Розрахунок електричного кола перетворенням трикутника опорів в еквівалентну зірку і зворотно

З'єднання трьох елементів кола  $R_1$ ,  $R_2$  та  $R_3$ , що утворюють сторони замкненого трикутника, називається з'єднанням трикутник (рис. 1.11, а).

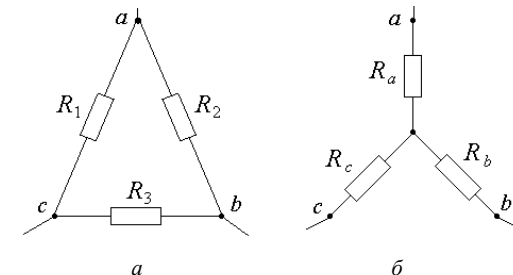


Рис. 1.11. З'єднання елементів:

а – у трикутник; б – у зірку

З'єднання трьох елементів кола  $R_a$ ,  $R_b$  та  $R_c$ , що мають вигляд трипроменевої зірки зі спільним вузлом у центрі, називається з'єднанням у зірку (рис. 1.11, б).

Перетворення трикутника опорів  $R_1$ ,  $R_2$  та  $R_3$  в еквівалентну зірку, що має опори  $R_a$ ,  $R_b$  та  $R_c$ , виконується за такими виразами:

$$R_A = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3}; \quad R_C = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}. \quad (1.39)$$

Таким чином, опір будь-якої вітки еквівалентної зірки дорівнює добутку двох опорів трикутника, що примикають до того ж вузла, поділеного на суму всіх трьох опорів трикутника.

Перетворення зірки опорів  $R_a$ ,  $R_b$  та  $R_c$  в еквівалентний трикутник з опорами  $R_1$ ,  $R_2$  та  $R_3$ , виконується таким чином:

$$R_3 = R_C + R_B + \frac{R_C R_B}{R_A}; \quad R_2 = R_B + R_A + \frac{R_B R_A}{R_C}; \quad R_1 = R_C + R_A + \frac{R_C R_A}{R_B}. \quad (1.40)$$

Якщо всі опори трикутника  $R_\Delta$  або зірки  $R_Y$  рівні між собою, то опори еквівалентної зірки або трикутника також будуть однаковими, причому:

$$R_Y = R_\Delta / 3, \text{ а } R_\Delta = 3R_Y. \quad (1.41)$$

## 1.10. Розрахунок складних електричних кіл із декількома джерелами живлення

Складні електричні кола розраховуються з використанням законів Кірхгофа та Ома, на основі яких розроблені спрощені методи їх розрахунку.

### 1.10.1. Метод безпосереднього застосування законів Кірхгофа

На рис. 1.12 зображена схема складного кола з трьома джерелами ЕРС. Припустимо, що відомі всі ЕРС та опори, і необхідно знайти струми у вітках.

Для будь-якого електричного кола за законами Кірхгофа можна скласти рівняння, кількість яких дорівнює кількості струмів (віток)  $m$ , які потрібно визначити. Перед складанням рівнянь необхідно обрати напрямок проходження струмів, після цього потрібно обрати напрямок обходів контурів.

За першим законом Кірхгофа можна скласти  $n-1$  рівнянь, де  $n$  – кількість вузлів електричного кола. Решта рівнянь ( $m-n+1$ ), яких не вистачає для розв'язання задачі, необхідно скласти, використовуючи другий закон Кірхгофа.

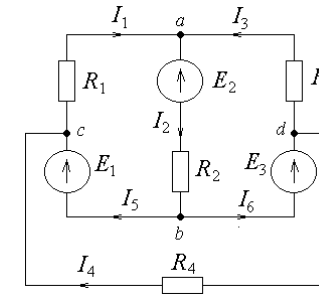


Рис. 1.12. Схема складного електричного кола

Зручніше складати ці рівняння для більш простіших контурів з меншою кількістю елементів, причому, обираючи контур необхідно, щоб у кожний контур увійшла хоча б одна нова вітка.

Для схеми на рис. 1.12 невідомими є шість струмів. Для вузлів  $a$ ,  $b$ ,  $c$  за першим законом Кірхгофа записуємо рівняння:

$$I_1 - I_2 + I_3 = 0;$$

$$I_2 - I_5 - I_6 = 0;$$

$$-I_1 + I_4 + I_5 = 0.$$

Наступні три рівняння складаємо за другим законом Кірхгофа для контурів  $abc$ ,  $adb$ ,  $cadR_4$ :

$$R_1 I_1 + R_2 I_2 = E_1 - E_2;$$

$$R_2 I_2 + R_3 I_3 = E_3 - E_2;$$

$$R_1 I_1 - R_3 I_3 + R_4 I_4 = 0.$$

Знайшовши рішення системи рівнянь методом підставлення, тепер можна визначати струми.

Розглянемо випадок, характерний для бронетанкової техніки, коли генератор постійного струму (ГПС) живить, наприклад, таке навантаження: лампу розжарювання (ЛР) та заряджає акумуляторну батарею (АБ) (рис. 1.13).

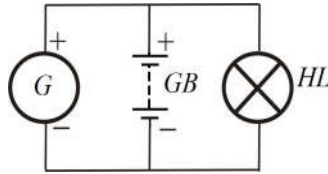


Рис.1.13. Схема заряджання акумуляторної батареї  $GB$  за допомогою генератора  $G$

Ця ситуація може бути зображена на схемі заміщення (рис. 1.14).

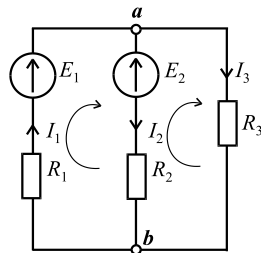


Рис. 1.14. Схема задачі безпосереднього застосування законів Кірхгофа

На схемі (рис. 1.14) ГПС та АБ моделюються джерелами ЕРС. Треба визначити всі струми у вітках кола, якщо  $E_1 = 100$  В;  $E_2 = 50$  В;  $R_1 = 10$  Ом;  $R_2 = 20$  Ом;  $R_3 = 5$  Ом (рис. 1.14) (кількість вузлів  $n = 2$ , кількість віток  $m = 3$ ).

$$\begin{cases} I_1 - I_2 - I_3 = 0; \\ E_1 - E_2 = R_1 I_1 + R_2 I_2; \\ E_2 = -R_2 I_2 + R_3 I_3. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_1 = I_2 + I_3; \\ 50 = 10I_2 + 10I_3 + 20I_2; \\ 50 = -20I_2 + 15I_3. \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_1 = I_2 + I_3; \\ I_2 = \frac{5 - I_3}{3}; \\ 5 = -2\left(\frac{5 - I_3}{3}\right) + 1,5I_3. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_1 = 4,23 \text{ А}; \\ I_2 = 0,38 \text{ А}; \\ I_3 = 3,85 \text{ А}. \end{cases}$$

Баланс потужностей:

$$\sum P_{\text{сп}} = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 = 10 \cdot 4,23^2 + 20 \cdot 0,38^2 + 15 \cdot 3,85^2 = 404 \text{ Вт.}$$

$$\sum P_{\text{дж}} = E_1 I_1 - E_2 I_2 = 100 \cdot 4,23 - 50 \cdot 0,38 = 423 - 19 = 404 \text{ Вт.}$$

Таким чином, баланс потужностей має однакові значення потужностей джерела та споживачів, тому задача розв'язана правильно.

Якщо ЕРС і струм в якій-небудь вітці спрямовані зустрічно (наприклад  $E_2, I_2$ ), то в балансі потужностей перед їхнім добутком потрібно поставити знак мінус.

### 1.10.2. Метод контурних струмів

Даний метод, запропонований Д. К. Максвеллом, якщо відомі всі опори та ЕРС і потрібно визначити струми, дозволяє понизити порядок системи рівнянь та спростити розрахунки. При цьому рівняння за першим законом Кірхгофа не складаються.

За методом контурних струмів електричне коло розбивається на незалежні контури. Кількість контурних струмів і математичних рівнянь, що складаються за другим законом Кірхгофа, дорівнює кількості означених контурів схеми.

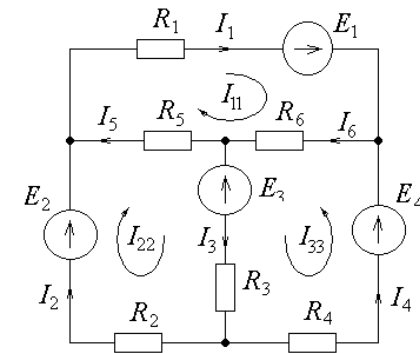


Рис. 1.15. Аналіз складного кола методом контурних струмів

Так для складної схеми (рис. 1.15), яка має шість невідомих струмів, складається тільки три рівняння. Напрямки контурних струмів  $I_{kk}$  ( $k = 1, 2, 3$ ) та напрямки обходу контуру, які співпадають між собою, вибираються довільно.

Вважаємо, що по кожному з контурів проходить свій контурний струм, що дорівнює діючому струму в зовнішній вітці:

$$I_1 = I_{11}; I_2 = I_{22}; I_4 = I_{33}.$$

Контурні струми у суміжних вітках зі спільним опором є складовими цього струму. Дійсний струм у них на основі принципу суперпозиції є алгебраїчною сумою контурних струмів:

$$I_3 = I_{22} + I_{33}; I_5 = I_{11} - I_{22}; I_6 = I_{11} + I_{33}.$$

Напруга на суміжній вітці дорівнює алгебраїчній сумі напруг від обох контурних струмів у цій вітці (оскільки діючий струм дорівнює алгебраїчній сумі контурних струмів).

У загальному випадку три контурні струми визначаються з системи трьох рівнянь

$$\begin{cases} R_{11}I_{11} + R_{12}I_{22} + R_{13}I_{33} = E_{11} \\ R_{21}I_{11} + R_{22}I_{22} + R_{23}I_{33} = E_{22} \\ R_{31}I_{11} + R_{32}I_{22} + R_{33}I_{33} = E_{33} \end{cases} \quad (1.42)$$

де  $R_{11} = R_1 + R_5 + R_6$ ,  $R_{22} = R_2 + R_3 + R_5$ ,  $R_{33} = R_3 + R_4 + R_6$  – це власні опори контурів, які дорівнюють сумі опорів відповідного опора;

$R_{12} = R_{21} = -R_5$ ,  $R_{13} = R_{31} = R_6$ ,  $R_{32} = R_{23} = R_3$  – це взаємні опори контурів. Взаємні опори беремо зі знаком “плюс”, якщо контурні струми співпадають (збігаються) за напрямком, якщо не збігаються, то зі знаком “мінус”;

$E_{11} = E_1$ ,  $E_{22} = E_2 - E_3$ ,  $E_{33} = E_3 - E_4$  – контурні ЕРС, які дорівнюють алгебраїчній сумі ЕРС, діючих у відповідних контурах.

Вираз для контурного струму:

$$I_{KK} = E_{11} \frac{\Delta k_1}{\Delta} + E_{22} \frac{\Delta k_2}{\Delta} + E_{33} \frac{\Delta k_3}{\Delta}, \quad (1.43)$$

$$\text{де } \Delta - \text{визначник системи: } \Delta = \begin{vmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{vmatrix};$$

$\Delta k_n = (\Delta k_1, \Delta k_2, \Delta k_3)$  – алгебраїчне доповнення або мінор, отриманий з визначника  $\Delta$  через закреслення  $k$ -го рядка та  $n$ -го стовпчика і помноження отриманого визначника на  $(-1)^{k+n}$ .

Знайшовши рішення системи рівнянь, визначаємо контурні струми, а отже і діючі струми у зовнішніх вітках.

### 1.10.3. Принцип і метод суперпозиції

Принцип суперпозиції (накладання) заснований на незалежній дії окремих ЕРС у лінійних колах. Цей принцип є справедливим тільки для лінійних електричних кіл. Принцип суперпозиції полягає в тому, що струм у будь-якій вітці є сумою струмів, створюваних кожною ЕРС схеми окремо.

Метод дозволяє замінити аналіз складного кола з декількома джерелами ЕРС аналізом простих схем. Стосовно методу суперпозиції усі ЕРС, крім одної, почергово прирівнюють до нуля і визначають часткові струми, що створюються кожною ЕРС окремо. Кількість простих схем повинна дорівнювати кількості джерел ЕРС.

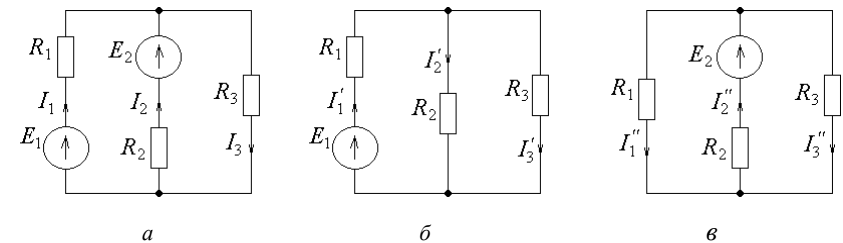


Рис. 1.16. Розрахунок складного кола методом суперпозиції:

$a$  – основна схема;  $b$  – струми під час дії  $E_1$ ;  $v$  – струми під час дії  $E_2$

Діючі значення струмів складного кола визначаються як алгебраїчна сума часткових струмів, створених окремо кожною ЕРС.



Так, для складної схеми, що зображена на рис. 1.16, *а*, діючі значення струмів дорівнюють:

$$I_1 = I_1' - I_1''; I_2 = I_2' - I_2''; I_3 = I_3' + I_3'',$$

де  $I_1', I_2', I_3'$  – часткові струми, що створюються ЕРС  $E_1$  та визначаються з простої схеми, зображеної на рис. 1.16, *б*;

$I_1'', I_2'', I_3''$  – часткові струми, що створюються ЕРС  $E_2$  та визначаються з простої схеми, яку зображено на рис. 1.16, *в*.

Аналогічно визначаються й напруги на ділянках кола, до яких також застосовується принцип накладання. Однак цей принцип неприйнятний для визначення потужностей у вітках складної схеми, тому що вони знаходяться в квадратичній залежності від струмів.

#### 1.10.4. Метод еквівалентного генератора

Для визначення струму в одній вітці складного кола з лінійними елементами простіше за все використовувати метод еквівалентного генератора, який ще називають методом активного двополюсника.

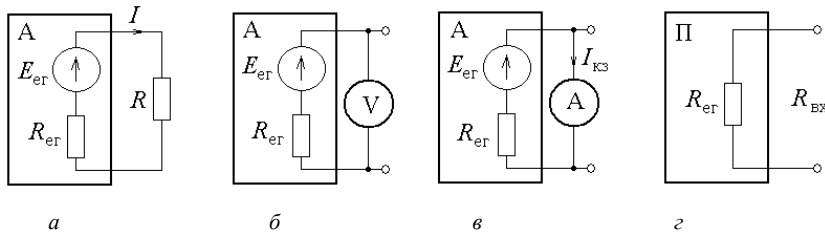


Рис. 1.17. Метод еквівалентного генератора:

*а* – основна схема; *б* – дослід холостого ходу; *в* – дослід кз; *г* – визначення  $R_{ег}$

У цьому методі усе коло замінюється двополюсником відносно вітки з опором  $R$ , в якій необхідно визначити струм  $I$ , тобто він має два полюси (рис. 1.17, *а*).

Цей двополюсник є активним, тому що містить у собі одне або декілька джерел ЕРС і умовно позначається буквою А. Пасивний двополюсник не має джерел і позначається буквою П (рис. 1.17, *г*).

Активний двополюсник представимо еквівалентним генератором, тобто джерелом електроенергії з однією ЕРС  $E_{ег}$  та внутрішнім (еквівалентним) опором  $R_{ег}$ .

За схемою (рис. 1.17, *а*) струм  $I$  у вітці з опором  $R$  визначається за законом Ома:

$$I = \frac{E_{ег}}{R_{ег} + R}. \quad (1.44)$$

Параметри еквівалентного генератора  $E_{ег}$  та опір  $R_{ег}$  визначимо з двох режимів роботи:  $E_{ег}$  – з досліді холостого ходу, а опір  $R_{ег}$  – з досліді короткого замикання.

У досліді холостого ходу відмикають елемент з опором  $R$  та до вільних полюсів двополюсника під'єднують вольтметр, який вимірює напругу холостого ходу (рис. 1.17, *б*). Ця напруга дорівнює ЕРС еквівалентного генератора:

$$U_{xx} = E_{ег}. \quad (1.45)$$

Напругу  $XX$  еквівалентного генератора можна не вимірювати, а розрахувати у випадку вимкнення вітки між його полюсами.

У досліді короткого замикання до полюсів двополюсника за вимкненого елемента з опором  $R$  вмикають амперметр і вимірюють струм КЗ (рис. 1.17, *в*). З цієї схеми отримуємо співвідношення для струму:

$$I_{кз} = \frac{E_{ег}}{R_{ег}}, \quad (1.46)$$

звідки маємо формулу:

$$R_{ег} = \frac{E_{ег}}{I_{кз}} = \frac{U_{xx}}{I_{кз}}. \quad (1.47)$$

Опір  $R_{ег}$  можна також визначити як вхідний опір  $R_{вх}$  пасивного двополюсника (у разі замкнутих накоротко ЕРС). Тоді:

$$R_{ег} = R_{вх}. \quad (1.48)$$

У випадку змінення опору  $R$  струм  $I$  у вітці визначається за тією ж формулою (1.44), тому що параметри  $E_{ег}$  та  $R_{ег}$  еквівалентного генератора незмінні. Це дозволяє застосовувати метод еквівалентного генератора і під час аналізу складних кіл з елементами, опори яких змінюються.

## 1.11. Приклади розв'язання задач

### 1.11.1. Розрахунок електричного кола з одним джерелом ЕРС у разі змішаного з'єднання споживачів

*Визначити:* струми у вітках електричного кола (рис. 1.18, а), якщо ЕРС  $E = 120$  В; опори елементів  $R_0 = 2$  Ом;  $R_1 = 3$  Ом;  $R_2 = 25$  Ом;  $R_3 = 5$  Ом;  $R_4 = 20$  Ом;  $R_5 = 30$  Ом.

Скласти рівняння балансу потужностей кола і перевірити його.

Також визначити ЕРС джерела енергії  $E$  і струми у вітках електричного кола, схема якого зображена на рис. 1.18, а, якщо струм  $I_1 = 4$  А (зворотна задача).

*Розв'язання:*

*Пряма задача.*

Вибираємо позитивні напрямки струмів у вітках кола відповідно до напрямку ЕРС, вказаному на схемі. Використаємо метод послідовного згортання початкової схеми в нерозгалужену за допомогою еквівалентної заміни одних ділянок схеми іншими, як це зображено на рис. 1.18, б, в, г.

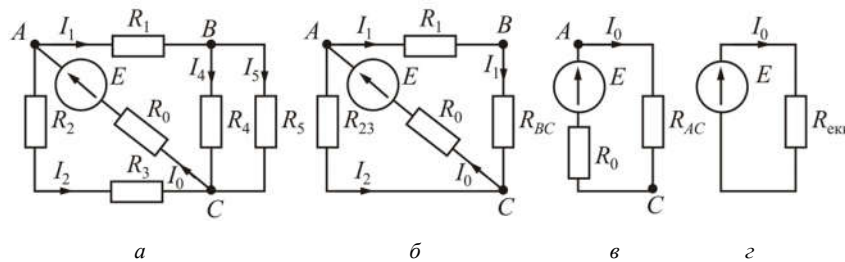


Рис. 1.18. Просте коло постійного струму

а – основна схема; б, в, г – еквівалентні перетворення

Визначаємо еквівалентні опори ділянок і всього кола після згортання:

$$R_{23} = R_2 + R_3 = 25 + 5 = 30 \text{ Ом}; \quad R_{BC} = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5} = \frac{20 \cdot 30}{20 + 30} = 12 \text{ Ом};$$

$$R_{AC} = \frac{(R_1 + R_{BC}) \cdot R_{23}}{R_1 + R_{BC} + R_{23}} = \frac{(3 + 12) \cdot 30}{3 + 12 + 30} = 10 \text{ Ом}; \quad R_{\text{екв}} = R_0 + R_{AC} = 2 + 10 = 12 \text{ Ом}.$$

Отримавши  $R_{\text{екв}}$ , визначаємо струм  $I_0$  крізь джерело ЕРС (рис. 1.18, г)

$$I_0 = \frac{E}{R_{\text{екв}}} = \frac{120}{12} = 10 \text{ А}, \quad \text{а потім напругу на ділянці } AC \text{ (рис. 1.18, в)}$$

$U_{AC} = R_{AC} \cdot I_0 = 10 \cdot 10 = 100$  В і струми в паралельних вітках на цій ділянці (рис. 1.18, б):

$$I_1 = \frac{U_{AC}}{R_1 + R_{BC}} = \frac{100}{3 + 12} = 6,67 \text{ А}; \quad I_2 = \frac{U_{AC}}{R_{23}} = \frac{100}{30} = 3,33 \text{ А}.$$

Скориставшись струмом  $I_1$ , визначаємо напругу на ділянці  $BC$  (рис. 1.18, б)

$U_{BC} = R_{BC} \cdot I_1 = 12 \cdot 6,67 = 80$  В і струми в її паралельних вітках (рис. 1.18, а):

$$I_4 = \frac{U_{BC}}{R_4} = \frac{80}{20} = 4 \text{ А}; \quad I_5 = \frac{U_{BC}}{R_5} = \frac{80}{30} = 2,67 \text{ А}.$$

Рівняння балансу потужностей кола за рис. 1.18, а

$$P_{\text{дж}} = \sum_{k=1}^6 P_{\text{пр},k},$$

де потужність джерела ЕРС  $P_{\text{дж}} = E \cdot I_0 = 120 \cdot 10 = 1200$  Вт.

Арифметична сума потужностей споживачів:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^6 P_{\text{пр},k} &= R_0 I_0^2 + R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_2^2 + R_4 I_4^2 + R_5 I_5^2 = \\ &= 2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 6,67^2 + 25 \cdot 3,33^2 + 5 \cdot 3,33^2 + 20 \cdot 4^2 + 30 \cdot 2,67^2 = \\ &= 200 + 133,47 + 277,22 + 55,44 + 320 + 213,87 = 1200 \text{ Вт}. \end{aligned}$$

*Зворотна задача.*

Напруга на ділянці  $BC$  (рис. 1.18, б)

$$U_{BC} = R_{BC} \cdot I_1 = 12 \cdot 4 = 48 \text{ В}.$$

Струми в паралельних вітках на цій ділянці (рис. 1.18, а):

$$I_4 = \frac{U_{BC}}{R_4} = \frac{48}{20} = 2,4 \text{ А}; \quad I_5 = \frac{U_{BC}}{R_5} = \frac{48}{30} = 1,6 \text{ А}.$$

Напруга на ділянці  $AC$  (рис. 1.18, б)

$$U_{AC} = I_1 \cdot R_1 + U_{BC} = 4 \cdot 3 + 48 = 60 \text{ В}.$$

Струм у вітці з опором  $R_{23}$  (рис. 1.18, б)

$$I_2 = \frac{U_{AC}}{R_{23}} = \frac{60}{30} = 2 \text{ А.}$$

За першим законом Кірхгофа для вузла  $A$  (рис. 1.18, б) визначаємо струм джерела

$$I_0 = I_1 + I_2 = 4 + 2 = 6 \text{ А.}$$

Визначаємо напругу джерела (рис. 1.18, з)

$$E = R_{\text{екв}} \cdot I_0 = 12 \cdot 6 = 72 \text{ В.}$$

### 1.11.2. Розрахунок електричного кола з одним джерелом ЕРС методом перетворення “трикутник” – “зірка”

В електричному колі за рис. 1.19, а джерело ЕРС  $E$  увімкнено у вітку  $D-A$ . Напрямок ЕРС від вузла  $D$  до вузла  $A$ . Параметри елементів кола:  $E = 60 \text{ В}$ ;  $R_1 = 8 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 10 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = 20 \text{ Ом}$ ;  $R_4 = 15 \text{ Ом}$ ;  $R_5 = 7 \text{ Ом}$ ;  $R_6 = 9 \text{ Ом}$ .

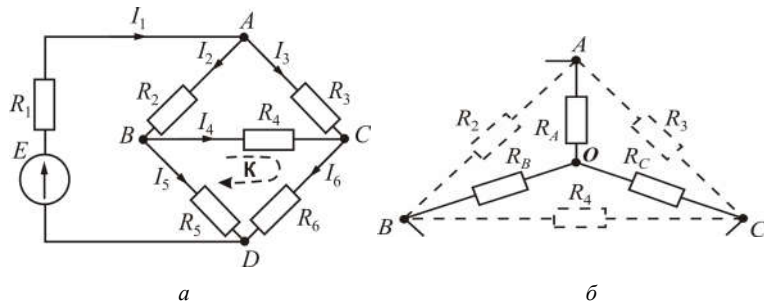


Рис. 1.19. Перетворення трикутника на еквівалентну зірку:  
а – початкова схема; б – метод перетворення

**Визначити:** струми у вітках електричного кола методом перетворення опорів, з’єднаних “трикутником”, у еквівалентну “зірку” і навпаки. Скласти рівняння балансу потужностей кола і перевірити його.

**Розв’язання.** Попередньо виберемо позитивні напрямки струмів у вітках кола, як це зображено на рис. 1.19, а. Якщо напрямок струму буде іншим, ніж той, що ми обрали, тоді під час розв’язання задачі виникне знак “-”.

Для розв’язання задачі використовуємо перетворення, наприклад, трьох опорів  $R_2$ ,  $R_3$  і  $R_4$ , які з’єднані “трикутником” між вузлами  $A$ ,  $B$  і  $C$  (рис. 1.19, а), в еквівалентну “зірку” з опорами  $R_A$ ,  $R_B$  і  $R_C$  та центральним вузлом  $O$  (рис. 1.19, б).

Визначаємо еквівалентні опори “зірки”:

$$R_A = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{10 \cdot 20}{10 + 20 + 15} = 4,44 \text{ Ом};$$

$$R_B = \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{10 \cdot 15}{10 + 20 + 15} = 3,33 \text{ Ом};$$

$$R_C = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{20 \cdot 15}{10 + 20 + 15} = 6,67 \text{ Ом.}$$

З урахуванням проведеної вище заміни на рис. 1.20, а дана еквівалентна схема кола, в якій зображено напрямки струмів крізь опори, що не охоплені перетворенням.

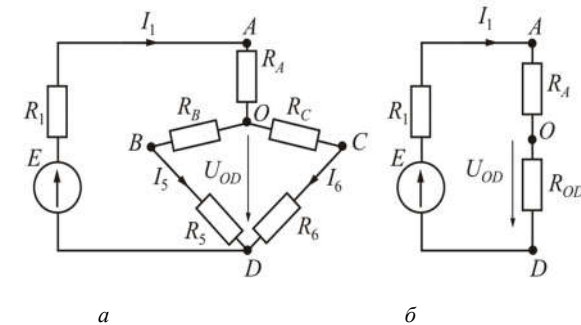


Рис. 1.20. Перетворення “трикутник-зірка”:

а – схема з паралельним; б – схема з послідовним з’єднанням опорів

Визначаємо еквівалентний опір між вузлами  $O$  і  $D$  та перетворюємо схему на рис. 1.20, а у схему на рис. 1.20, б.

$$R_{OD} = \frac{(R_B + R_5) \cdot (R_C + R_6)}{R_B + R_5 + R_C + R_6} = \frac{(3,33 + 7) \cdot (6,67 + 9)}{3,33 + 7 + 6,67 + 9} = 6,23 \text{ Ом.}$$

Еквівалентний опір усього кола (рис. 1.18, б):

$$R_{\text{екв}} = R_1 + R_A + R_{OD} = 8 + 4,44 + 6,23 = 18,67 \text{ Ом.}$$

Струм крізь джерело ЕРС:

$$I_1 = \frac{E}{R_{\text{екв}}} = \frac{60}{18,67} = 3,21 \text{ А.}$$

Напруга між вузлами OD (рис. 1.20, б)

$$U_{OD} = R_{OD} \cdot I_1 = 6,23 \cdot 3,21 = 20 \text{ В.}$$

Визначаємо струми  $I_5$  і  $I_6$  у паралельних вітках (рис. 1.20, а):

$$I_5 = \frac{U_{OD}}{R_B + R_5} = \frac{20}{3,33 + 7} = 1,94 \text{ А;} \quad I_6 = \frac{U_{OD}}{R_C + R_6} = \frac{20}{6,67 + 9} = 1,28 \text{ А.}$$

За другим законом Кірхгофа для контуру К (рис. 1.19, а) під час обходу за рухом годинникової стрілки складаємо таке рівняння:

$$R_4 \cdot I_4 + R_6 \cdot I_6 - R_5 \cdot I_5 = 0.$$

З цього рівняння визначаємо струм

$$I_4 = \frac{R_5 \cdot I_5 - R_6 \cdot I_6}{R_4} = \frac{7 \cdot 1,94 - 9 \cdot 1,28}{15} = 0,14 \text{ А.}$$

За першим законом Кірхгофа для струмів віток, які з'єднуються у вузлі В (рис. 1.19, а), маємо таке рівняння:

$$I_2 - I_4 - I_5 = 0.$$

З цього рівняння визначаємо струм:

$$I_2 = I_4 + I_5 = 0,14 + 1,94 = 2,08 \text{ А.}$$

За першим законом Кірхгофа для струмів віток, які з'єднуються у вузлі С, маємо таке рівняння:

$$I_3 + I_4 - I_6 = 0.$$

З цього рівняння визначаємо струм:

$$I_3 = I_6 - I_4 = 1,28 - 0,14 = 1,14 \text{ А.}$$

Рівняння балансу потужностей кола за рис. 1.19, а:

$$P_{\text{дж}} = \sum_{k=1}^6 P_{\text{пр},k},$$

де потужність джерела ЕРС:

$$P_{\text{дж}} = E \cdot I_1 = 60 \cdot 3,21 = 192,6 \text{ Вт;}$$

арифметична сума потужностей споживачів:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^6 P_{\text{пр},k} &= R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 + R_3 \cdot I_3^2 + R_4 \cdot I_4^2 + R_5 \cdot I_5^2 + R_6 \cdot I_6^2 = \\ &= 8 \cdot 3,21^2 + 10 \cdot 2,08^2 + 20 \cdot 1,14^2 + 15 \cdot 0,14^2 + 7 \cdot 1,94^2 + 9 \cdot 1,28^2 = \\ &= 82,43 + 43,26 + 25,99 + 0,29 + 26,34 + 14,75 = 193,06 \text{ Вт.} \end{aligned}$$

Похибка розрахунку потужностей у відсотках, яку можна вважати допустимою:

$$\delta_p = \left| \frac{P_{\text{дж}} - \sum_{k=1}^6 P_{\text{пр},k}}{P_{\text{дж}}} \cdot 100\% \right| = \left| \frac{192,6 - 193,06}{192,6} \cdot 100\% \right| = 0,24\%$$

Цю задачу можна також розв'язати, використовуючи еквівалентне перетворення “зірки” у “трикутник”.

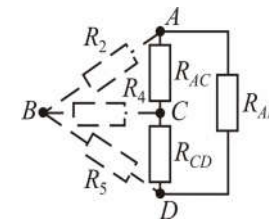


Рис. 1.21 Перетворення “зірка-трикутник”

Для цього перетворюємо три опори  $R_2, R_4$  і  $R_5$ , які з'єднані “зіркою” з центральним вузлом В, в еквівалентний “трикутник” з опорами  $R_{AC}, R_{CD}, R_{AD}$  між вузлами А, С і D (рис. 1.21).

Визначаємо еквівалентні опори “трикутника”:

$$R_{AC} = R_2 + R_4 + \frac{R_2 \cdot R_4}{R_5} = 10 + 15 + \frac{10 \cdot 15}{7} = 46,43 \text{ Ом};$$

$$R_{CD} = R_4 + R_5 + \frac{R_4 \cdot R_5}{R_2} = 15 + 7 + \frac{15 \cdot 7}{10} = 32,5 \text{ Ом};$$

$$R_{AD} = R_2 + R_5 + \frac{R_2 \cdot R_5}{R_4} = 10 + 7 + \frac{10 \cdot 7}{15} = 21,67 \text{ Ом}.$$

З урахуванням заміни, що проведена вище, на рис. 1.22 дана еквівалентна схема кола, у якій зображено напрями струмів у вітках.

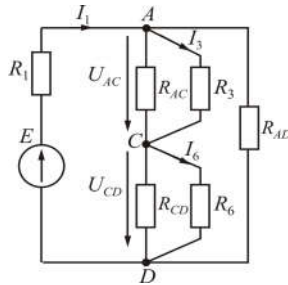


Рис. 1.22. Еквівалентна схема, яка отримана після перетворення

Визначаємо еквівалентні опори ділянок після перетворення:

$$R' = \frac{R_{AC} \cdot R_3}{R_{AC} + R_3} = \frac{46,43 \cdot 20}{46,43 + 20} = 13,98 \text{ Ом};$$

$$R'' = \frac{R_{CD} \cdot R_6}{R_{CD} + R_6} = \frac{32,5 \cdot 9}{32,5 + 9} = 7,05 \text{ Ом}.$$

$$R_{\text{екв}} = R_1 + \frac{(R' + R'') \cdot R_{AD}}{R' + R'' + R_{AD}} = 8 + \frac{(13,98 + 7,05) \cdot 21,67}{13,98 + 7,05 + 21,67} = 18,67 \text{ Ом}.$$

Визначаємо струм джерела ЕРС

$$I_1 = \frac{E}{R_{\text{екв}}} = \frac{60}{18,67} = 3,21 \text{ А}.$$

Струм у вітці з послідовним з'єднанням опорів  $R'$  і  $R''$  (рис. 1.23):

$$I_{ACD} = I_1 \cdot \frac{R_{AD}}{R_{AD} + R' + R''} = 3,21 \cdot \frac{21,67}{21,67 + 13,98 + 7,05} = 1,63 \text{ А}.$$

Напруги між вузлами  $A-C$  і  $C-D$  (рис. 1.23):

$$U_{AC} = I_{ACD} \cdot R' = 1,63 \cdot 13,98 = 22,79 \text{ В}; \quad U_{CD} = I_{ACD} \cdot R'' = 1,63 \cdot 7,05 = 11,49 \text{ В}.$$

Струми у вітках з опорами  $R_3$  і  $R_6$ :

$$I_3 = \frac{U_{AC}}{R_3} = \frac{22,79}{20} = 1,14 \text{ А}; \quad I_6 = \frac{U_{CD}}{R_6} = \frac{11,49}{9} = 1,28 \text{ А}.$$

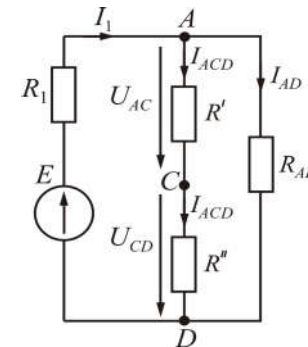


Рис. 1.23. Схема для визначення струмів

За першим законом Кірхгофа для вузлів  $C$ ,  $A$  і  $B$  схеми визначаємо струми  $I_4$ ,  $I_2$  та  $I_5$ :

$$I_4 = I_6 - I_3 = 1,28 - 1,14 = 0,14 \text{ А};$$

$$I_2 = I_1 - I_3 = 3,21 - 1,14 = 2,07 \text{ А};$$

$$I_5 = I_2 - I_4 = 2,07 - 0,14 = 1,93 \text{ А}.$$

### 1.11.3. Розрахунок складного електричного кола методом контурних струмів

Для електричного кола, схему якого зображено на рис. 1.24, визначити струми в усіх вітках, користуючись методом контурних струмів, якщо  $E_1 = 100$  В;  $E_2 = 50$  В;  $R_1 = R_5 = 8$  Ом;  $R_2 = 10$  Ом;  $R_3 = 7$  Ом;  $R_4 = 9$  Ом;  $R_6 = 13$  Ом.

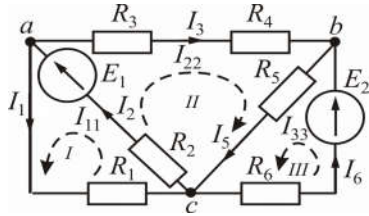


Рис. 1.24. Метод контурних струмів

**Розв'язання.** Вибір незалежних контурів I – III, позначення контурних струмів  $I_{11}$ ,  $I_{22}$ ,  $I_{33}$  і напрямок обходу контурів зображено на рис. 1.24.

Система рівнянь для контурів I, II і III має такий вигляд:

$$\begin{cases} R_{11} \cdot I_{11} + R_{12} \cdot I_{22} + R_{13} \cdot I_{33} = E_{11}; \\ R_{21} \cdot I_{11} + R_{22} \cdot I_{22} + R_{23} \cdot I_{33} = E_{22}; \\ R_{31} \cdot I_{11} + R_{32} \cdot I_{22} + R_{33} \cdot I_{33} = E_{33}, \end{cases}$$

де контурні ЕРС:

$$E_{11} = E_1 = 100 \text{ В}; \quad E_{22} = E_1 = 100 \text{ В}; \quad E_{33} = E_2 = 50 \text{ В},$$

повні (власні) опори контурів:

$$R_{11} = R_1 + R_2 = 8 + 10 = 18 \text{ Ом};$$

$$R_{22} = R_2 + R_3 + R_4 + R_5 = 10 + 7 + 9 + 8 = 34 \text{ Ом};$$

$$R_{33} = R_5 + R_6 = 8 + 13 = 21 \text{ Ом},$$

взаємні опори контурів:

$$R_{12} = R_{21} = R_2 = 10 \text{ Ом}; \quad R_{23} = R_{32} = R_5 = 8 \text{ Ом};$$

$R_{13} = R_{31} = 0$  (контури I і III не мають зв'язку). Опори  $R_{12} = R_{21}$  і  $R_{23} = R_{32}$

записані зі знаком “+” тому, що контурні струми в них збігаються.

Після підставлення чисельних значень система рівнянь має вигляд:

$$\begin{cases} 18 \cdot I_{11} + 10 \cdot I_{22} + 0 \cdot I_{33} = 100; \\ 10 \cdot I_{11} + 34 \cdot I_{22} + 8 \cdot I_{33} = 100; \\ 0 \cdot I_{11} + 8 \cdot I_{22} + 21 \cdot I_{33} = 50, \end{cases}$$

загальний визначник якої:  $\Delta = \begin{vmatrix} 18 & 10 & 0 \\ 10 & 34 & 8 \\ 0 & 8 & 21 \end{vmatrix}.$

Розкриваючи його за елементами першого рядка, визначаємо

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} 18 & 10 & 0 \\ 10 & 34 & 8 \\ 0 & 8 & 21 \end{vmatrix} = (-1)^{1+1} \cdot 18 \cdot \begin{vmatrix} 34 & 8 \\ 8 & 21 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2} \cdot 10 \cdot \begin{vmatrix} 10 & 8 \\ 0 & 21 \end{vmatrix} + (-1)^{1+3} \cdot 0 \cdot \begin{vmatrix} 10 & 34 \\ 0 & 8 \end{vmatrix} = \\ &= 18 \cdot (34 \cdot 21 - 8 \cdot 8) - 10 \cdot (10 \cdot 21 - 0 \cdot 8) + 0 = 11700 - 2100 = 9600. \end{aligned}$$

Допоміжні визначники системи одержуємо з загального визначника за допомогою заміни 1, 2 та 3 стовпців на стовпець ЕРС системи рівнянь, а саме:

$$\begin{aligned} \Delta_{11} &= \begin{vmatrix} 100 & 10 & 0 \\ 100 & 34 & 8 \\ 50 & 8 & 21 \end{vmatrix} = (-1)^{1+1} \cdot 100 \cdot \begin{vmatrix} 34 & 8 \\ 8 & 21 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2} \cdot 10 \cdot \begin{vmatrix} 100 & 8 \\ 50 & 21 \end{vmatrix} = \\ &= 100 \cdot (34 \cdot 21 - 8 \cdot 8) - 10 \cdot (100 \cdot 21 - 50 \cdot 8) = 65000 - 17000 = 48000. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_{22} &= \begin{vmatrix} 18 & 100 & 0 \\ 10 & 100 & 8 \\ 0 & 50 & 21 \end{vmatrix} = (-1)^{1+1} \cdot 18 \cdot \begin{vmatrix} 100 & 8 \\ 50 & 21 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2} \cdot 100 \cdot \begin{vmatrix} 10 & 8 \\ 0 & 21 \end{vmatrix} = \\ &= 18 \cdot (100 \cdot 21 - 50 \cdot 8) - 100 \cdot (10 \cdot 21 - 0 \cdot 8) = 30600 - 21000 = 9600. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_{33} &= \begin{vmatrix} 18 & 10 & 100 \\ 10 & 34 & 100 \\ 0 & 8 & 50 \end{vmatrix} = (-1)^{1+1} \cdot 18 \cdot \begin{vmatrix} 34 & 100 \\ 8 & 50 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2} \cdot 10 \cdot \begin{vmatrix} 10 & 100 \\ 0 & 50 \end{vmatrix} + \\ &+ (-1)^{1+3} \cdot 100 \cdot \begin{vmatrix} 10 & 34 \\ 0 & 8 \end{vmatrix} = 18 \cdot (34 \cdot 50 - 100 \cdot 8) - 10 \cdot (10 \cdot 50 - 0 \cdot 100) + \\ &+ 100 \cdot (10 \cdot 8 - 0 \cdot 34) = 16200 - 5000 + 8000 = 19200. \end{aligned}$$

Контурні струми будуть дорівнювати:

$$I_{11} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{48000}{9600} = 5 \text{ А}; \quad I_{22} = \frac{\Delta_{22}}{\Delta} = \frac{9600}{9600} = 1 \text{ А}; \quad I_{33} = \frac{\Delta_{33}}{\Delta} = \frac{19200}{9600} = 2 \text{ А}.$$

Додані, вони дадуть такі струми у вітках:

$$I_1 = I_{11} = 5 \text{ A}; \quad I_2 = I_{11} + I_{22} = 5 + 1 = 6 \text{ A};$$

$$I_3 = I_{22} = 1 \text{ A}; \quad I_5 = I_{22} + I_{33} = 1 + 2 = 3 \text{ A}; \quad I_6 = I_{33} = 2 \text{ A}.$$

Рівняння балансу потужностей:

$$E_1 \cdot I_2 + E_2 \cdot I_6 = R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 + R_3 \cdot I_3^2 + R_4 \cdot I_3^2 + R_5 \cdot I_5^2 + R_6 \cdot I_6^2;$$

$$100 \cdot 6 + 50 \cdot 2 = 8 \cdot 5^2 + 10 \cdot 6^2 + 7 \cdot 1^2 + 9 \cdot 1^2 + 8 \cdot 3^2 + 13 \cdot 2^2;$$

$$700 \text{ Вт} = 700 \text{ Вт}.$$

#### 1.11.4. Розрахунок складного електричного кола методом еквівалентного генератора

Визначити струм  $I_1$  у вітці з опором  $R_1$  в електричному колі, яке зображено на рис. 1.25, а, якщо  $E_1 = 120 \text{ В}$ ;  $E_2 = 60 \text{ В}$ ;  $R_1 = 8 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 5 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = 4 \text{ Ом}$ ;  $R_4 = 6 \text{ Ом}$ ;  $R_5 = 10 \text{ Ом}$ ;  $R_6 = 15 \text{ Ом}$ .

*Розв'язання.* Електричне коло без ділянки кола з опором  $R_1$  замінюємо еквівалентним генератором (на рис. 1.25, а обведений штриховою лінією). Еквівалентний генератор (рис. 1.25, б) характеризується величиною ЕРС (ЕРС еквівалентного генератора  $E_{\text{ер}}$ ) і внутрішнім (еквівалентним опором)  $R_{\text{ер}}$ .

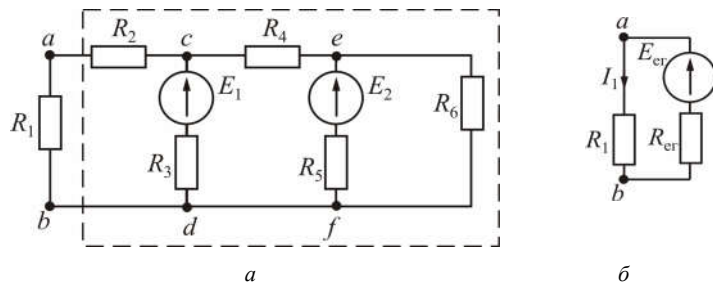


Рис. 1.25. Схеми до методу еквівалентного генератора

ЕРС  $E_{\text{ер}}$  дорівнює напрузі холостого ходу  $U_{abxx}$  на розімкнутих затискачах  $a-b$  кола (рис. 1.25, а), тобто  $E_{\text{ер}} = U_{abxx}$ .

Еквівалентний опір  $R_{\text{ер}}$  дорівнює вхідному опору частини кола (рис. 1.25), а між затискачами  $a-b$ , коли коло стає пасивним (рис. 1.25, б), тобто усі ЕРС дорівнюють нулю, а у вітках замість реальних ЕРС зберігаються їх внутрішні опори.

Струм  $I_1$  у заданому колі визначається за такою формулою:

$$I_1 = \frac{E_{\text{ер}}}{R_1 + R_{\text{ер}}} = \frac{U_{abxx}}{R_1 + R_{\text{ер}}}.$$

Для кола (рис. 1.26, а) визначаємо напругу  $U_{abxx}$  за другим законом Кірхгофа.

Для контуру  $a-c-d-b-a$  (контур III) у разі його обходу проти руху годинникової стрілки одержимо рівняння  $E_1 = I_{3xx} \cdot R_3 + U_{abxx}$ , звідки:

$$U_{abxx} = E_1 - I_{3xx} \cdot R_3. \quad (1.49)$$

Для визначення струму  $I_{3xx}$  користуємося методом контурних струмів.

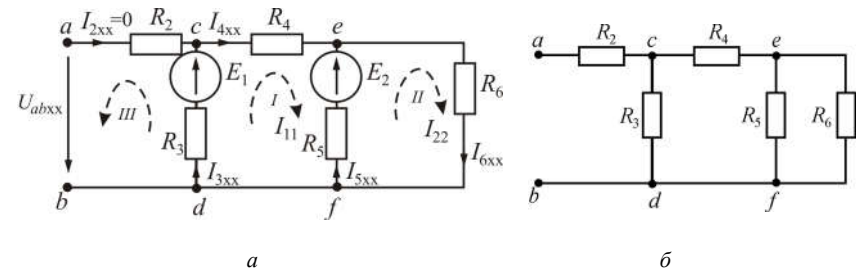


Рис. 1.26. Схеми розрахунку  $U_{abxx}$  та  $R_{\text{ер}}$

$a$  – дослід XX,  $b$  – дослід КЗ

Для двох незалежних контурів I і II у разі їх обходу за годинниковою стрілкою запишемо рівняння за другим законом Кірхгофа в загальному вигляді:

$$\begin{cases} R_{11} \cdot I_{11} + R_{12} \cdot I_{22} = E_{11}; \\ R_{21} \cdot I_{11} + R_{22} \cdot I_{22} = E_{22}, \end{cases} \quad (1.50)$$

де контурні ЕРС:

$$E_{11} = E_1 - E_2 = 120 - 60 = 60 \text{ В};$$

$$E_{22} = E_2 = 60 \text{ В},$$

повні (власні) опори контурів:

$$R_{11} = R_3 + R_4 + R_5 = 4 + 6 + 10 = 20 \text{ Ом};$$

$$R_{22} = R_5 + R_6 = 10 + 15 = 25 \text{ Ом},$$

взаємні опори контурів:  $R_{12} = R_{21} = -R_5 = -10 \text{ Ом}$ .

Після підставлення чисельних значень система (1.50) набула такого вигляду:

$$\begin{cases} 20 \cdot I_{11} - 10 \cdot I_{22} = 60; \\ -10 \cdot I_{11} + 25 \cdot I_{22} = 60. \end{cases}$$

Загальний визначник системи:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 20 & -10 \\ -10 & 25 \end{vmatrix} = 20 \cdot 25 - (-10) \cdot (-10) = 400.$$

Визначник системи, що потрібний для знаходження струму  $I_{11} = I_{3xx}$ :

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 60 & -10 \\ 60 & 25 \end{vmatrix} = 60 \cdot 25 - 60 \cdot (-10) = 2100.$$

Тоді:

$$I_{11} = I_{3xx} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{2100}{400} = 5,25 \text{ А}.$$

Після підставлення чисельних значень у рівняння (1.49) отримаємо:

$$U_{abxx} = E_1 - I_{3xx} \cdot R_3 = 120 - 5,25 \cdot 4 = 99 \text{ В}.$$

Визначаємо еквівалентний опір  $R_{er}$  за рис. 1.25, б:

$$R_{56} = \frac{R_5 \cdot R_6}{R_5 + R_6} = \frac{10 \cdot 15}{10 + 15} = 6 \text{ Ом};$$

$$R_{456} = R_4 + R_{56} = 6 + 6 = 12 \text{ Ом};$$

$$R_{er} = R_2 + \frac{R_3 \cdot R_{456}}{R_3 + R_{456}} = 5 + \frac{4 \cdot 12}{4 + 12} = 8 \text{ Ом}.$$

Визначаємо струм:

$$I_1 = \frac{U_{abxx}}{R_1 + R_{er}} = \frac{99}{10 + 8} = 5,5 \text{ А}.$$

## 1.12. Характеристика бортових мереж зразків бронетанкової техніки та озброєння (БТОТ)

На усіх зразках бронетанкового озброєння, що знаходяться на озброєнні Сухопутних військ Збройних сил України, живлення споживачів бортової мережі здійснюється за допомогою постійного струму напругою  $U_{ном.БМ} = 26,5_{-5}^{+2} \text{ В}$ . Вибір саме цього виду струму та значення напруги обумовлено декількома причинами:

- низька напруга надає можливість забезпечити живлення споживачів не тільки від генератора, який перетворює механічну енергію двигуна внутрішнього згоряння, але й від свинцево-кислотних акумуляторних батарей, які є основним джерелом енергії для забезпечення пуску ДВЗ. Крім того, це також дозволяє здійснювати підзарядження цих акумуляторних батарей після пуску ДВЗ від генератора, що живить бортову мережу;

- застосування постійного струму в бортовій мережі рухомого об'єкта, надає можливість зменшення загальної довжини кабелів (електропроводників) на 40 %, завдяки використанню металевого корпусу машини як одного з проводів, що необхідні для живлення споживача;

- застосування низької напруги забезпечує безпеку екіпажу у випадку пошкодження ізоляції та безпосереднього контакту з відкритими елементами, що проводять струм. Окрім того, це є необхідною умовою виконання заходів безпеки у разі застосування однопроводової схеми бортової мережі, тоді як “другий провід” – це корпус машини;

- використання більшої напруги, ніж на автомобільній техніці (12 В), надає можливість зменшити габарити та вагу електричних машин, які застосовуються на зразках бронетанкової техніки і озброєння;

- застосування постійного струму надає можливість використовувати електричні двигуни, які мають значний крутний момент, що спрощує конструкцію редукторів приводів різних механізмів.

Основними споживачами електричної енергії (ЕЕ) є системи наведення і стабілізації гармати та башти і механізму заряджання. Передача ЕЕ від борт



мережі до цих споживачів бойового відділення здійснюється через силонострумові та слабкострумові контактні системи обертового контактного пристрою (ОКП).

Живлення виконавчого двигуна механізму повороту башти танка здійснюється за двохрановдною електричною схемою через ОКП від електромашинного підсилювача напругою 110 В.

### Контрольні запитання

1. Назвіть основні елементи електричного кола.
2. Що таке схема заміщення електричного кола?
3. Наведіть приклад розрахунку струму ділянки кола за законом Ома.
4. Надайте приклади основних електротехнічних матеріалів.
5. Сформулюйте принципи розрахунків кола за законами Кірхгофа.
6. Що таке баланс потужностей?
7. Наведіть приклади розрахунку за методом контурних струмів.
8. Сформулюйте принцип і метод суперпозиції.
9. Що таке метод еквівалентного генератора?
10. Наведіть методи розрахунку складних електричних кіл із декількома джерелами живлення.
11. Наведіть приклад розрахунку електричного кола з одним джерелом ЕРС методом перетворення “трикутник – зірка”.

## 2. ОДНОФАЗНІ ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА СИНУСОЇДНОГО СТРУМУ

Сучасна електрифікація основана на змінному струмі, хоча історично її попередником був постійний струм. Промислові електростанції у всьому світі виробляють електроенергію синусоїдного змінного струму. Найбільшого поширення набув змінний струм, оскільки:

1. Змінний струм створити простіше, ніж постійний, за допомогою електричних генераторів, ротор яких обертається стороннім приводом.
2. Змінний струм можна легко перетворити у струм іншої напруги за допомогою трансформаторів.
3. Змінний струм можна передавати на велику відстань із малими втратами. Для цього змінну напругу  $U_1$  на електростанціях за допомогою трансформаторів підвищують до величини  $U_2$ , таким чином знижуючи величину струму з величини  $I_1$  до  $I_2$ . Передавання електроенергії здійснюють за допомогою високовольтних ліній електропередач за відносно невеликого струму. До того ж втрати потужності, що пропорційні квадрату струму  $P = I^2 R$ , істотно зменшуються.

Під *змінним струмом* розуміють струм, значення й напрямок якого періодично змінюються.

Найбільш поширеною формою змінного струму є синусоїдна, оскільки:

- найпростіше отримати таку форму струму;
- ККД електричних машин і електропристроїв вищий у порівнянні зі струмами іншої форми.

Потужними джерелами синусоїдної ЕРС є електромеханічні генератори, які перетворюють механічну енергію обертання первинного приводу в електричну енергію змінного струму. Процес отримання такої ЕРС можна показати на моделі генератора змінного струму (рис. 2.1).

Положення рамки (витка) генератора в межах одного оберту навколо її осі в будь-який момент часу визначається кутом  $\alpha$  щодо нейтральної лінії  $n-m$ .

За рівномірного обертання рамки в рівномірному та однорідному магнітному полі з індукцією  $B$ , що утворена між полюсами генератора  $N$  і  $S$ , її активні ділянки

довжиною  $l$  перетинають силові лінії магнітного поля та в кожній із них за законом електромагнітної індукції буде виникати ЕРС  $e = Blv_n$  (рис. 2.1).

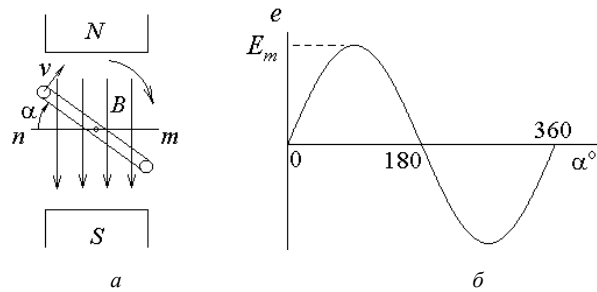


Рис. 2.1. Отримання змінного струму

$a$  – модель генератора змінного струму;  $b$  – графік синусоїдної ЕРС, що отримана

Нормальна складова швидкості, що перпендикулярна до силових магнітних ліній, дорівнює  $v_n = v \sin \alpha$ . Отже, ЕРС в рамці має синусоїдну форму  $e = Blv \sin \alpha = E_m \sin \alpha$ , де  $E_m = Blv$  – амплітуда ЕРС.

## 2.1. Характеристики та параметри синусоїдного струму

Можна виділити 4 форми подання синусоїдного струму:

- математичну (аналітичну), у вигляді формул;
- графічну, у вигляді графіків у часі;
- векторну, у вигляді векторів;
- символічну, у вигляді комплексних чисел.

Синусоїдні напруга і струм у математичній формі мають такий вигляд:

$$u = U_m \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \psi_u\right); i = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \psi_i\right), \quad (2.1)$$

де  $u, i$  – миттєві значення напруги і струму (значення у будь-який момент часу);

$U_m, I_m$  – амплітудні значення (найбільші значення напруги і струму);

$T$  – період (проміжок часу, за який відбувається повний цикл зміни величини, що розглядається). Період вимірюється в секундах (с);

$f = \frac{1}{T}$  – частота струму (число періодів за одиницю часу – за секунду). Частота

вимірюється в герцах (Гц). В Україні та більшості країн світу за промислову частоту прийнято 50 Гц, а в США та Канаді – 60 Гц;

$\frac{2\pi}{T} = 2\pi f = \omega$  – кутова частота (один оберт за період), яка вимірюється в рад/с;

$(\omega t + \psi_u)$  – аргумент синуса (фаза, яка характеризує значення функції в даний момент часу);

$\psi_u, \psi_i$  – початкові фази напруги і струму. Початкова фаза – це постійний кут, на який синусоїда на початку зсунута щодо початку координат (за  $t = 0$ ) вліво  $\psi > 0$  або вправо  $\psi < 0$ .

На рис. 2.2 графічно зображено синусоїдні напруги та струми.

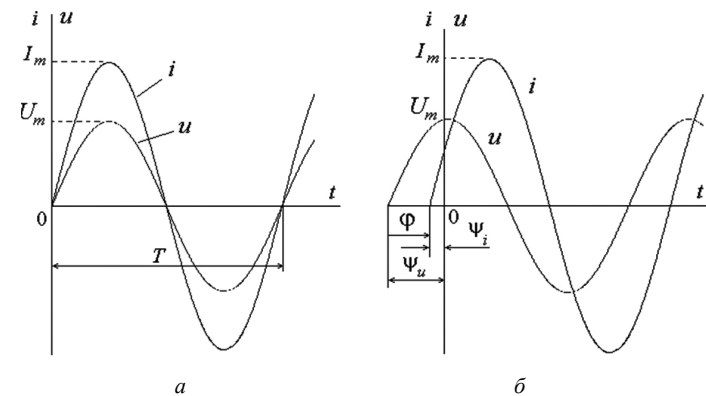


Рис. 2.2. Графік зображення струмів та напруг:

$a$  – струм і напруга співпадають за фазою,  $\phi = 0$ ;

$b$  – напруга випереджає струм,  $\phi > 0$

Зсувом фаз  $\phi$  називається різниця початкових фаз напруги та струму:

$$\phi = \psi_u - \psi_i. \quad (2.2)$$

Якщо початкові фази напруги та струму дорівнюють одне одному  $\psi_u = \psi_i$ , то зсув фаз  $\phi = 0$ , таким чином струм та напруга збігаються за фазою (рис. 2.2,  $a$ ). Якщо  $\psi_u > \psi_i$ , то  $\phi > 0$ , і напруга випереджає за фазою струм на значення кута  $\phi$

(рис. 2.2, б). Зсув фаз  $\phi$  між синусоїдними напругою та струмом однакової частоти не залежить від вибору початку відліку ( $t = 0$ ).

## 2.2. Середнє й діюче значення змінного струму

Середнє значення будь-якої синусоїдної функції за період дорівнює нулю. Отже, середнє значення синусоїдного струму визначають як середнє значення за половину періоду. До того ж площі, що займають за півперіод середнє та синусоїдне значення струмів, повинні дорівнювати (рис. 2.3):

$$I_0 \frac{T}{2} = \int_0^{T/2} i dt \quad (2.3)$$

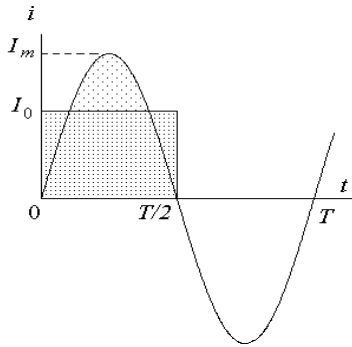


Рис. 2.3. Графік визначення середнього значення синусоїдного струму

Відповідно середнє значення змінного струму дорівнює:

$$I_0 = \frac{\int_0^{T/2} i dt}{T/2} = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} i dt. \quad (2.4)$$

Цей вираз справедливий для будь-якої форми струму.

Якщо струм синусоїдний  $i = I_m \sin \omega t$ , то  $I_0 = -\frac{2}{T} \frac{I_m}{\omega} \cos \omega t$ . Оскільки  $\omega T = 2\pi$ ,

$$\text{то } I_0 = -\frac{2}{2\pi} I_m \left[ \cos \frac{2\pi}{T} \frac{T}{2} - \cos 0 \right] = \frac{2}{\pi} I_m \approx 0,637 I_m.$$

До того ж враховано, що  $|\cos \pi| = -1$  і  $|\cos 0| = 1$ .

Таким чином, середнє значення синусоїдного струму дорівнює:

$$I_0 = \frac{2}{\pi} I_m \approx 0,637 I_m. \quad (2.5)$$

Аналогічні вирази можна записати для середніх значень напруги та ЕРС:

$$U_0 = \frac{2}{\pi} U_m \approx 0,637 U_m; \quad E_0 = \frac{2}{\pi} E_m \approx 0,637 E_m. \quad (2.6)$$

Середні значення електричних величин змінного струму використовуються, наприклад, під час аналізу роботи перетворювачів та випрямлячів, вимірювальних приладів випрямної системи.

Найбільш поширеною характеристикою змінного струму є діюче значення. Під час вимірювань змінний синусоїдний струм порівнюють із постійним струмом за тепловою дією.

Діюче значення змінного струму дорівнює такому значенню постійного струму  $I$ , що в опорі  $R$  за час  $t = T$  виділяє таку ж кількість тепла  $W$ , як і даний змінний струм.

Отримаємо вираз для діючого значення змінного струму. Під час проходження постійного струму  $I$  виділиться тепло (енергія):  $W_{\text{пост}} = I^2 R T$ .

Якщо через той же опір  $R$  пропустимо змінний струм  $i$ , то виділиться енергія:

$$W_{\text{зм}} = \int_0^T i^2 R dt.$$

Прирівняємо енергію, що виділилася в опорі  $R$  за постійного та змінного струмів  $W_{\text{пост}} = W_{\text{зм}}$  за час, який дорівнює періоду синусоїдного струму  $t = T$ :

$$I^2 R T = \int_0^T i^2 R dt, \quad (2.7)$$

звідки отримуємо загальний вираз для діючого значення змінного струму:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}. \quad (2.8)$$

Якщо струм синусоїдний, маємо:

$$i = I_m \sin \omega t, \text{ то } I = \sqrt{\frac{I_m^2}{T} \int_0^T \sin^2 \omega t dt}.$$

$$\text{Через те, що } \sin^2 \omega t = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\omega t), \quad I = \sqrt{\frac{I_m^2}{2T} \int_0^T dt - \frac{I_m^2}{2T} \int_0^T \cos 2\omega t dt}.$$

Оскільки  $\int_0^T dt = T$ , а  $\int_0^T \cos 2\omega t dt = 0$ , то діюче значення синусоїдного струму набуло такого вигляду:

$$I = \sqrt{\frac{I_m^2}{2T} T} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0,707 I_m. \quad (2.9)$$

Аналогічно можна записати рівняння для діючих значень напруги та ЕРС:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0,707 U_m; \quad E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = 0,707 E_m. \quad (2.10)$$

Зазначимо, що для діючого значення напруги  $U = 220$  В, максимальне значення дорівнює  $U_m = \sqrt{2} U = 1,41 \cdot 220 \approx 311$  В.

Вимірювальними приладами змінного струму (крім осцилографів) зазвичай вимірюють саме діючі значення синусоїдних ЕРС, напруги та струму.

### 2.3. Зображення синусоїдних функцій векторами та комплексними числами

Під час розрахунку кіл змінного струму використовують ті ж самі закони Ома і Кірхгофа, що будуть слушними для миттєвих значень величин. У цьому разі необхідно виконувати складні тригонометричні операції.

Розрахунок спрощується, якщо струми, напруги та ЕРС зобразити векторами, що обертаються проти годинникової стрілки з постійною кутовою швидкістю  $\omega$  – один оберт за період (рис. 2.4).

Напишемо вираз для синусоїдного струму  $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ . У момент  $t = 0$  струм  $i = I_m \sin \omega t$ . Це є проекцією струму на вертикальну вісь.

Припустимо, що радіус-вектор довжиною  $i = I_m$  обертається з постійною кутовою частотою  $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$  проти напрямку обертання годинникової стрілки – один оберт за період.

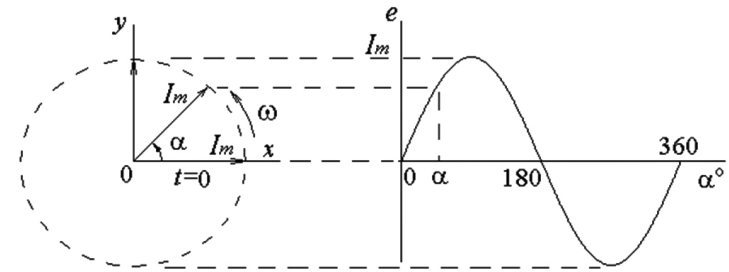


Рис. 2.4. Обертаний вектор  $I_m$

У момент часу  $t_1$  вектор повертається на кут  $\omega t_1$ , і проекція струму на вертикальну вісь буде складати  $I_m \sin(\omega t_1 + \psi_i)$ .

Використання векторів, що обертаються, дозволяє компактно зобразити на одному рисунку сукупність різних синусоїдно змінних величин однакової частоти, аналізуючи електричні кола синусоїдного струму.

Отже, якщо радіус-вектор обертати проти годинникової стрілки з кутовою швидкістю  $\omega$ , то в будь-який момент часу проекція цього вектора на зображену вісь буде дорівнювати миттєвому значенню цього струму в момент часу, що розглядається.

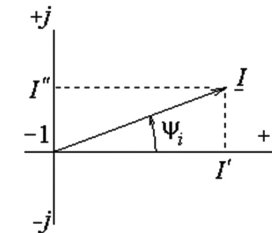


Рис. 2.5. Векторна діаграма зображення вектору струму на комплексній площині

Вектор можна зобразити у вигляді комплексної величини на комплексній площині (рис. 2.5).

Вісь абсцис називається віссю дійсних значень та позначається знаком “+1” та “-1”, вісь ординат є віссю уявних значень та позначається символом “+j” та “-j”. Кожний вектор, наприклад, струму  $I$  (рис. 2.5) розкладається на складові  $I'$  та  $I''$  по осям прямокутної системи координат (+1, +j). Звідси вектор  $I$  подається в алгебраїчній формі.  $I = I' + jI''$ . Іншою формою запису комплексних величин є показова.

У цій формі на комплексній площині струму  $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$  відповідає комплексне число в показовій формі  $\underline{I}_m = I_m e^{j\psi_i}$  за  $t = 0$  (рис. 2.6).

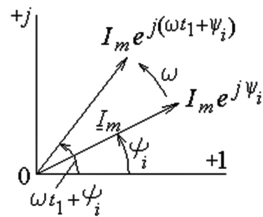


Рис. 2.6. Векторна діаграма зображення струму у вигляді комплексного числа

Дійсна довжина вектора у визначеному масштабі дорівнює амплітудному значенню струму, а початкова фаза  $\psi_i$  – куту між віссю дійсних чисел і вектором.

За  $t = 0$  проекція вектора на зображену вісь дорівнює миттєвому значенню струму:  $i(0) = I_m \sin \psi_i$ .

Існують 3 форми запису комплексного числа, наприклад для струму (рис. 2.5):

$\underline{I} = I_m e^{j\psi_i}$  – показова форма;

$\underline{I} = I_m (\cos \psi_i + j \sin \psi_i)$  – тригонометрична форма;

$\underline{I} = I' + jI''$  – алгебраїчна форма,

де  $I'$ ,  $I''$  – відповідно дійсна й уявна складові комплексного струму.

Ці форми передають одне й те ж значення струму:

$$\underline{I} = I_m e^{j\psi_i} = I_m (\cos \psi_i + j \sin \psi_i) = I' + jI'' \quad (2.11)$$

Домовимось синусоїдні струм, ЕРС і напругу позначати для моменту часу  $t = 0$ , тобто струму  $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$  відповідає вектор  $\underline{I} = I_m e^{j\psi_i}$ ,

де  $I_m$  – комплексна амплітуда струму. Поділивши її на  $\sqrt{2}$ , отримаємо комплексне діюче значення струму:

$$\underline{I} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi_i} = I e^{j\psi_i}.$$

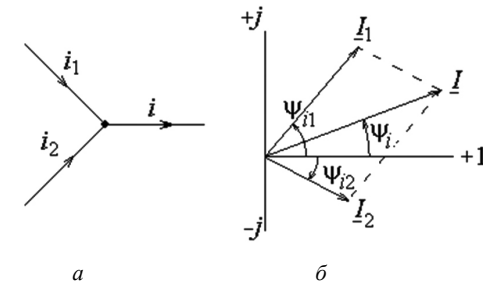


Рис. 2.7. Векторні діаграми розрахунку струмів у колі змінного струму:

а – вузол електричного кола; б – векторна діаграма струмів

Якщо маємо два струми:  $i_1 = I_{m1} \sin(\omega t + \psi_1)$  і  $i_2 = I_{m2} \sin(\omega t + \psi_2)$ , то їх сума за першим законом Кірхгофа ( $i = i_1 + i_2$ ) визначається за правилом додавання векторів або комплексних чисел (рис. 2.7). На векторній діаграмі можна зобразити як амплітуду  $I_m$ , так і початкову фазу  $\psi_i$  струму  $i$ .

Сукупність векторів на комплексній площині називають *векторною діаграмою*. Векторні величини на діаграмі позначають великими літерами з рискою знизу. Зазвичай на векторній діаграмі відкладають не амплітудні, а діючі значення величин. Під час її побудови напрямок одного з векторів вибирають довільно, а інші вектори розташовуються відповідно до нього під кутами, які дорівнюють відповідно зсувам фаз. Подання синусоїдних електричних величин у вигляді обертових векторів дає можливість на векторних діаграмах здійснювати додавання та віднімання однойменних величин. Метод розрахунку, який базується на зображенні функцій комплексними числами, називають комплексним або символічним.

## 2.4. Елементи кола змінного струму

У процесі розрахунку та аналізу реальне коло замінюється еквівалентною схемою, яка вміщує ряд елементів.

До пасивних елементів електричного кола відносять: активний опір, індуктивність (котушка індуктивності) та ємність (конденсатор).

**Активний опір**  $R$  (рис. 2.8, а) характеризує властивість елемента незворотно перетворювати електричну енергію в теплову. Активний опір є параметром резистивного елемента  $R$  у колі змінного струму.

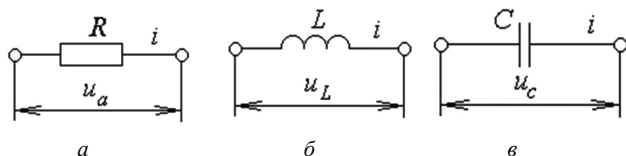


Рис. 2.8. Умовні позначення елементів:

а – активний опір; б – індуктивність; в – ємність

Зв'язок між напругою і струмом на активному елементі має вигляд:

$$u_a = iR. \quad (2.12)$$

Для цього необхідно брати до уваги, що опір резистивного елемента на змінному струмі більший за його опір на постійному струмі. Це пояснюється ефектом витіснення струму на високих частотах на зовнішню поверхню елемента, що призводить до фактичного зменшення площі поперечного перетину, де проходить струм.

**Індуктивність**  $L$  (рис. 2.8, б) характеризує властивість елемента електричного кола, наприклад, котушки індуктивності, під дією струму в ньому створювати власне магнітне поле:

$$L = \frac{\Psi}{i}, \quad (2.13)$$

де  $\Psi$  – потокозчеплення самоіндукції елемента. Індуктивність вимірюється в Генрі (Гн).

Під час змінювання потокозчеплення  $\Psi$  у витках котушки за законом електромагнітної індукції, наводиться ЕРС самоіндукції:

$$e_L = -\frac{d\Psi}{dt}. \quad (2.14)$$

Індуктивність урахує енергію магнітного поля  $W = \frac{Li^2}{2}$  і явище самоіндукції, тобто під час проходження струму в індуктивності наводиться ЕРС:

$$e_L = -L \frac{di}{dt}. \quad (2.15)$$

Напруга, яку підведено до котушки, у кожний момент часу протилежна ЕРС самоіндукції:

$$u_L = -e_L = L \frac{di}{dt}. \quad (2.16)$$

**Ємність**  $C$  (рис. 2.8, в) характеризує властивість елемента електричного кола, наприклад конденсатора, накопичувати електричні заряди і створювати електричне поле:

$$C = \frac{q}{u_c}. \quad (2.17)$$

Оскільки струм дорівнює швидкості змінювання зарядів у часі  $i = \frac{dq}{dt}$ , а електричний заряд  $q = Cu_c$ , то

$$i = \frac{d(Cu_c)}{dt} = C \frac{du_c}{dt}. \quad (2.18)$$

Звідси отримуємо зв'язок між напругою та струмом на ємнісному елементі:

$$u_c = \frac{1}{C} \int i dt. \quad (2.19)$$

Ємність вимірюється у Фарадах (Ф).

## 2.5. Співвідношення синусоїдних струму і напруги на ідеальних $R, L, C$ елементах

### 2.5.1. Коло змінного струму з ідеальним резистором

До кола з ідеальним резистивним елементом прикладена напруга  $u = U_m \sin \omega t$  (рис. 2.9, а).

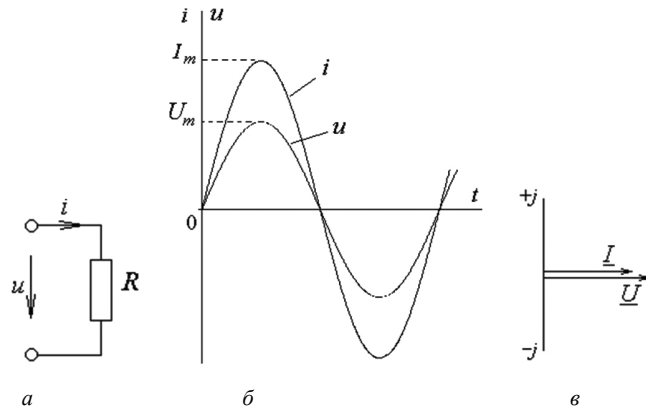


Рис. 2.9. Коло з ідеальним резистивним елементом:

а – коло; б – графік; в – векторна діаграма ідеального резистивного елемента

Приймемо початкову фазу напруги рівною нулю. У колі проходить струм:

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m}{R} \sin \omega t = I_m \sin \omega t, \quad (2.20)$$

де  $I_m = \frac{U_m}{R}$  – амплітудне значення струму.

Оскільки початкова фаза струму також дорівнює нулю, то зсув за фазою між струмом і напругою дорівнює  $\varphi = 0$ . Поділивши на  $\sqrt{2}$ , отримаємо закон Ома для ідеального резистивного елемента в колі змінного струму для діючих значень:

$$I = \frac{U}{R}. \quad (2.21)$$

Через те, що початкові фази струму та напруги дорівнюють  $\psi_i = \psi_u$ , то, помноживши це рівняння на однакові множники, отримаємо рівняння:

$$Ie^{j\psi_i} = \frac{Ue^{j\psi_u}}{R},$$

та закон Ома в комплексній формі:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{R}. \quad (2.22)$$

На рис. 2.9, б, в зображені графік і векторна діаграма струму та напруги на ідеальному резистивному елементі.

Таким чином, на ідеальному резистивному елементі, до якого прикладена синусоїдна напруга, струм змінюється синусоїдно та збігається за фазою з напругою.

### 2.5.2. Коло змінного струму з ідеальною котушкою індуктивності

Припустимо, що до кола з ідеальним індуктивним елементом прикладена напруга  $u = U_m \sin \omega t$  (рис. 2.10, а).

Ця напруга пов'язана зі струмом і ЕРС залежністю  $u_L = -e_L = L \frac{di}{dt}$ .

З цього співвідношення визначаємо струм:

$$i = \frac{1}{L} \int u dt = \frac{1}{L} \int U_m \sin \omega t dt = -\frac{U_m}{\omega L} \cos \omega t = \frac{U_m}{\omega L} \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right) = I_m \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right), \quad (2.23)$$

де  $I_m = \frac{U_m}{\omega L} = \frac{U_m}{x_L}$  – індуктивний опір.

Якщо перейти від амплітудних до діючих значень (поділивши величини на  $\sqrt{2}$ ), отримуємо закон Ома для кола з ідеальною індуктивністю:

$$I = \frac{U}{\omega L} = \frac{U}{x_L}. \quad (2.24)$$

ЕРС самоіндукції  $e_L = -L \frac{di}{dt} = -u = -U_m \sin \omega t = E_m \sin \omega t$ .

У комплексній формі:

$$\underline{U}_L = U_L e^{j(\psi_i + 90^\circ)} = x_L I e^{j(\psi_i + 90^\circ)} = x_L I e^{j\psi_i} e^{j90^\circ} = jx_L \underline{I}. \quad (2.25)$$

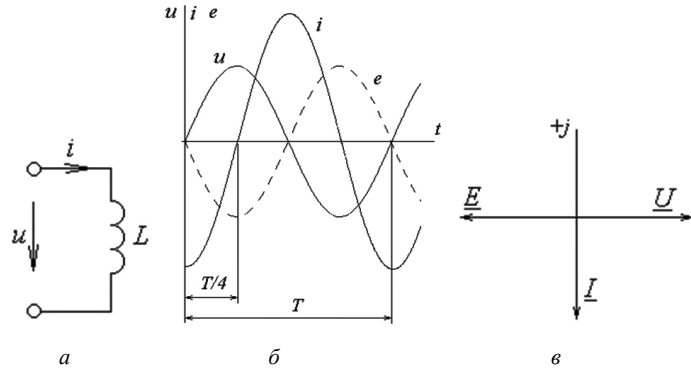


Рис. 2.10. Коло з ідеальним індуктивним елементом:

*a* – коло; *б* – графік; *в* – векторна діаграма ідеального індуктивного елемента

Оскільки за формулою Ейлера  $e^{j90^\circ} = \cos 90^\circ + j \sin 90^\circ = j$ , то закон Ома в комплексній формі для ідеального індуктивного елемента можна записати:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{j\omega L} = \frac{\underline{U}}{jx_L}. \quad (2.26)$$

На рис. 2.10, *б*, *в* зображені графік і векторна діаграма струму, напруги та ЕРС на ідеальному індуктивному елементі.

Таким чином, на ідеальному індуктивному елементі, до якого прикладена синусоїдна напруга, струм змінюється синусоїдно, але відстає за фазою від напруги на  $\pi/2$  та випереджає ЕРС на  $\pi/2$ .

### 2.5.3. Коло змінного струму з ідеальним конденсатором

Припустимо, що до кола з ідеальним ємнісним елементом прикладена напруга  $u = U_m \sin \omega t$  (рис. 2.11, *а*).

Струм у такому колі можна визначити як:

$$i = C \frac{du_C}{dt} = \omega C U_m \cos \omega t = \frac{U_m}{\frac{1}{\omega C}} \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) = I_m \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right), \quad (2.27)$$

$$\text{де } I_m = \frac{U_m}{\frac{1}{\omega C}} = \frac{U_m}{x_C}; \quad x_C = \frac{1}{\omega C} - \text{ємнісний опір.}$$

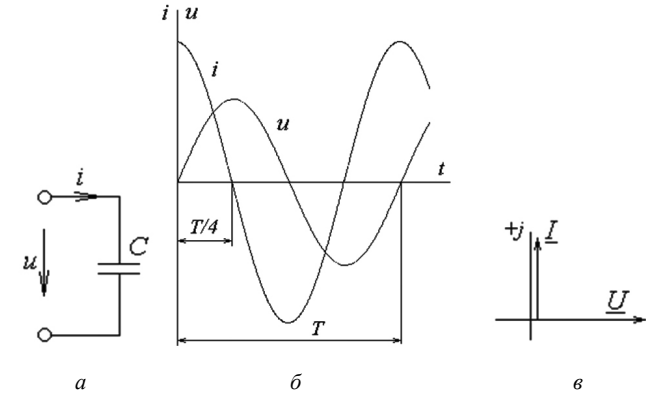


Рис. 2.11. Коло з ідеальним ємнісним елементом:

*a* – коло; *б* – графік; *в* – векторна діаграма ідеального ємнісного елемента

Якщо перейти від амплітудних до діючих значень, отримуємо закон Ома для кола з ідеальним ємнісним елементом:

$$I = \frac{U}{\frac{1}{\omega C}} = \frac{U}{x_C}. \quad (2.28)$$

У комплексній формі отримуємо рівняння:

$$\underline{U} = U e^{j(\psi_i - \frac{\pi}{2})} = x_C I e^{j(\psi_i - \frac{\pi}{2})} = I e^{j\psi_i} x_C e^{-j\frac{\pi}{2}} = -jx_C \underline{I}.$$

Закон Ома в комплексній формі для ідеального ємнісного елемента можна записати таким чином:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{-j\omega C} = \frac{\underline{U}}{-jx_C}. \quad (2.29)$$

На рис. 2.11, *б*, *в* зображені графік та векторна діаграма струму та напруги на ідеальному ємнісному елементі.



## 2.6. Співвідношення синусоїдних напруги та струму в колі з послідовним з'єднанням ідеальних $R, L, C$ елементів

До кола з ідеальними  $R, L, C$  елементами підведена напруга  $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$  (рис. 2.12).

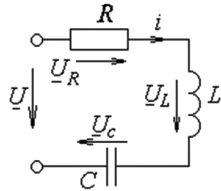


Рис. 2.12. Коло з послідовним з'єднанням ідеальних  $R, L, C$  елементів

За 2-м законом Кірхгофа запишемо рівняння для миттєвих значень величин:

$$u = u_R + u_L + u_C = iR + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt. \quad (2.30)$$

Під час використання діючих значень напруг необхідно використовувати векторну або комплексну форму. У такому сенсі комплекс діючої напруги дорівнює сумі комплексних значень падіння напруги:

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C = \underline{I}R + jx_L \underline{I} - jx_C \underline{I}. \quad (2.31)$$

Побудуємо векторну діаграму для цієї схеми (рис. 2.13).

З векторної діаграми, а саме з трикутника OAB можна записати:

$$U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2 = (IR)^2 + (I x_L - I x_C)^2 = I^2 [R^2 + (x_L - x_C)^2]; \quad (2.32)$$

звідки отримуємо рівняння закону Ома для кола змінного струму, що містить послідовно з'єднані ідеальні  $R, L, C$ - елементи:

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (x_L - x_C)^2}} = \frac{U}{Z}, \quad (2.33)$$

де  $Z = \sqrt{R^2 + (x_L - x_C)^2}$  – повний опір кола.

Якщо опорів декілька ( $k$ ), то формула повного опору набуває такого вигляду:

$$Z = \sqrt{(\sum R_k)^2 + (\sum x_{Lk} - \sum x_{Ck})^2}. \quad (2.34)$$

Аналогічно можна записати з рівняння 2.31 вираз для повного опору в комплексній формі:

$$\underline{Z} = R + j(X_L - X_C) = R + jX, \quad (2.35)$$

де  $X = X_L - X_C$  – реактивний опір кола.

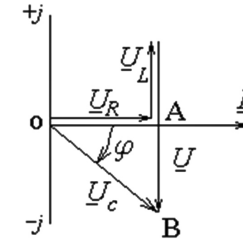


Рис. 2.13. Векторна діаграма кола з послідовним з'єднанням ідеальних  $R, L, C$  елементів

З векторної діаграми (рис. 2.13) можна виділити  $\Delta OAB$  – це так званий трикутник напруг (рис. 2.14, а). Поділивши кожную сторону трикутника напруг на струм, отримаємо трикутник опорів (рис. 2.14, б).

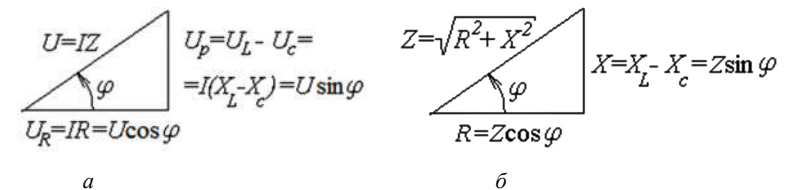


Рис. 2.14. Коло з послідовним з'єднанням ідеальних  $R, L, C$  елементів:  
а – трикутник напруг; б – трикутник опорів

Кут зсуву фаз між струмом і напругою  $\varphi$  можна виразити через напруги та опори:

$$\varphi = \arctg \frac{U_L - U_C}{U_R} = \arctg \frac{X_L - X_C}{R}. \quad (2.36)$$

Також можна записати рівняння для  $\cos \varphi$  та  $\sin \varphi$ :

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z}; \quad \sin \varphi = \frac{X_L - X_C}{Z}. \quad (2.37)$$

## 2.7. Закони Кірхгофа для кіл синусоїдного струму

Закони Кірхгофа в колах змінного струму справедливі для миттєвих значень (тобто в кожен момент часу) електричних величин або для векторів і комплексних значень діючих величин.

1-й закон Кірхгофа. *Алгебраїчна сума миттєвих значень струмів у вузлі електричного кола дорівнює нулю:*

$$\sum_{k=1}^n i_k = 0. \quad (2.38)$$

Алгебраїчна сума комплексних значень струмів у вузлі дорівнює нулю, або геометрична сума векторів, що зображають струми у вузлі, дорівнює нулю:

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0. \quad (2.39)$$

2-й закон Кірхгофа. *Миттєві значення ЕРС, що діють у контурі електричного кола, дорівнюють алгебраїчній сумі миттєвих значень напруги на ділянках цього контуру.*

Тобто, наприклад, якщо контур електричного кола має  $R, L, C$  елементи, тоді:

$$\sum_{k=1}^n e_k = \sum_{k=1}^m \left( i_k R_k + L_k \frac{di_k}{dt} + \frac{1}{C_k} \int i_k dt \right). \quad (2.40)$$

Сума комплексних значень ЕРС, діючих в замкненому контурі, дорівнює сумі комплексних значень спадів напруги на ділянках цього контуру:

$$\sum_{k=1}^n E_k = \sum_{k=1}^m I_k Z_k. \quad (2.41)$$

## 2.8. Активні, реактивні та повні провідності кола

На відміну від кіл постійного струму з однією провідністю  $G = 1/R$ , у колах змінного струму мають місце активні, реактивні та повні електричні провідності. Усі вони вимірюються в сіменсах (См).

Повна провідність кола змінного струму – величина, яка обернено пропорційна повному опору.

Комплексна провідність кола в показовій формі:

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{Ze^{j\varphi}} = \frac{1}{Z} e^{-j\varphi} = Y e^{-j\varphi}. \quad (2.42)$$

В алгебраїчній формі комплексну провідність кола можна виразити як:

$$\begin{aligned} \underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} &= \frac{1}{R + jX} = \frac{1}{R + jX} \cdot \frac{R - jX}{R - jX} = \frac{R - jX}{R^2 + X^2} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j \frac{X}{R^2 + X^2} = \\ &= \frac{R}{Z^2} - j \frac{X}{Z^2} = G - jB, \end{aligned} \quad (2.43)$$

де  $G = \frac{R}{R^2 + X^2} = \frac{R}{Z^2}$  – активна провідність кола (зазначимо, що за відсутності реактивного опору ( $X = 0$ ), активна провідність дорівнює  $G = 1/R$ ; аналогічний вигляд вона має в колах постійного струму);

$$B = \frac{X}{R^2 + X^2} = \frac{X}{Z^2} \text{ – реактивна провідність кола.}$$

За  $X = X_L - X_C > 0$  реактивна провідність  $B > 0$ , а за  $X = X_L - X_C < 0$  реактивна провідність  $B < 0$ .

Якщо розписати реактивний опір  $X = X_L - X_C$ , можна отримати для реактивної провідності такі залежності:

$$B = \frac{X_L - X_C}{Z^2} = \frac{X_L}{Z^2} - \frac{X_C}{Z^2} = B_L - B_C, \quad (2.44)$$

де  $B_L, B_C$  – відповідно індуктивна та ємнісна провідності.

Повну комплексну провідність можна записати у такому вигляді:

$$\underline{Y} = G - jB = G - j(B_L - B_C). \quad (2.45)$$

Закон Ома можна записати, використовуючи як повний опір, так і повну провідність:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \underline{U} \underline{Y}. \quad (2.46)$$

Підставимо в рівняння 2.46 рівняння 2.45 і визначимо:

$$\underline{I} = \underline{U}Y = \underline{U}(G - jB) = \underline{U}G - j\underline{U}B = \underline{I}_a + \underline{I}_p, \quad (2.47)$$

де  $\underline{I}_a = \underline{U}G$  – активна складова струму  $I$ ; вона збігається за початкову фазу з напругою;

$\underline{I}_p = j\underline{U}B$  – реактивна складова струму  $I$ ; вона на  $90^\circ$  або відстає від напруги, або випереджає її.

Векторна діаграма електричного кола, у якому струм відстає за фазою від напруги на кут зсуву  $\varphi$ , із використанням провідностей має вигляд, зображений на рис. 2.15, а.

З векторної діаграми (рис. 2.15, а) можна виділити трикутник. Якщо поділити всі величини цього трикутника на напругу  $U$ , отримаємо трикутник провідностей (рис. 2.15, б).

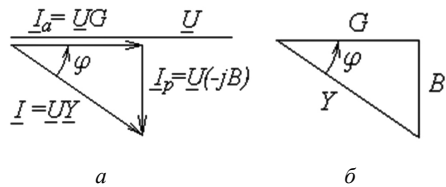


Рис. 2.15. Провідності у колі змінного струму

а – векторна діаграма кола (струм відстає за фазою від напруги на кут зсуву  $\varphi$ );

б – трикутник провідностей

З трикутника провідностей (рис. 2.15, б) отримуємо залежності між провідностями кола:

$$G = Y \cos \varphi; \quad B = Y \sin \varphi; \quad Y = \sqrt{G^2 + B^2}. \quad (2.48)$$

## 2.9. Енергія та потужність у колах синусоїдного струму

У колі постійного струму потужність визначалась формулою  $P = UI$ . Однак, у колах змінного струму, які включають  $R, L, C$  елементи, енергія магнітного та електричного полів безперервно змінюється в часі і тому потребує більш складних розрахунків.

Для аналізу енергетичних процесів розглянемо коло змінного струму з послідовним з'єднанням  $R, L, C$  елементів (рис. 2.12).

Візьмемо початкову фазу струму рівну нулю. У такому разі запишемо струм у такому вигляді:  $i = I_m \sin \omega t$ .

Ураховуючи, що  $\psi_i = 0$ , а кут зсуву фаз  $\varphi = \psi_u - \psi_i$ , отримуємо, що  $\psi_u = \varphi$ . У такому випадку підведену напругу можна записати у такому вигляді:

$$u = U_m \sin(\omega t + \varphi).$$

Якщо  $X_L > X_C$ , то  $\varphi > 0$ , і навпаки, якщо  $X_L < X_C$ , то  $\varphi < 0$ .

Для миттєвих значень маємо вираз:

$$p = ui = U_m \sin(\omega t + \varphi) I_m \sin \omega t. \quad (2.49)$$

Окремо розглянемо складові цього рівняння:  $U_m I_m = \sqrt{2}U \sqrt{2}I = 2UI$  та

$$\begin{aligned} \sin(\omega t + \varphi) \cdot \sin \omega t &= \frac{1}{2} [\cos(\omega t + \varphi - \omega t) - \cos(\omega t + \varphi + \omega t)] = \\ &= \frac{1}{2} [\cos \varphi - \cos(2\omega t + \varphi)]. \end{aligned}$$

Підставляючи у (2.49) складові, отримуємо вираз для миттєвого значення потужності в загальному вигляді для кола з  $R, L, C$  елементами:

$$p = UI \cos \varphi - UI \cos(2\omega t + \varphi). \quad (2.50)$$

Таким чином, миттєва потужність кола змінного струму складається з двох складових: постійної величини та гармонійної складової, яка змінюється з подвоєною кутовою частотою.

Енергія, що надходить у коло, визначається середнім значенням потужності за період:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{1}{T} \int_0^T UI \cos \varphi dt - \frac{1}{T} \int_0^T UI \cos(2\omega t + \varphi) dt. \quad (2.51)$$

Оскільки  $\frac{1}{T} \int_0^T UI \cos(2\omega t + \varphi) dt = 0$ , то  $P = UI \cos \varphi$ ,

де  $\cos \varphi$  – коефіцієнт потужності.

Із трикутника напруг отримаємо  $U \cos \varphi = IR$ , тому середнє значення потужності за період є активною потужністю:

$$P = UI \cos \varphi = I^2 R. \quad (2.52)$$

Отже, середню потужність за період називають активною потужністю.

### 2.9.1. Коло з ідеальним резистивним елементом

У колі з ідеальним резистивним елементом струм та напруга збігаються за фазою і тому кут зсуву початкових фаз буде дорівнювати нулю  $\varphi = 0$  (рис. 2.9). Підставляючи це значення  $\varphi$  у формулу (2.50), отримуємо миттєве значення потужності:

$$p = ui = UI(1 - \cos 2\omega t) = UI - UI \cos 2\omega t. \quad (2.53)$$

Тобто миттєва потужність  $p$  змінюється від нуля до значення  $2UI$  з подвоєною кутовою частотою  $2\omega$  щодо свого середнього значення і при цьому вона завжди позитивна. Це означає, що ця енергія спрямована від джерела електричного кола до приймача  $R$ , де вона незворотно перетворюється в теплову або в інші види енергії.

При чому, потужність на ідеальному резистивному елементі завжди більше нуля. Це означає, що на активному елементі енергія надходить від джерела в коло

і тут витрачається.

З'ясуємо, що це за енергія. Розглянемо енергію за половину періоду струму, тому що потім процес повторюється

$$W = \int_0^{T/2} p dt = \int_0^{T/2} u i dt = \int_0^{T/2} i r \cdot i dt = I^2 R \frac{T}{2}. \quad (2.54)$$

За законом Джоуля – Ленца – це енергія теплова, тобто, електрична енергія джерела на активному елементі перетворюється в теплову.

Побудуємо графіки струму, напруги та потужності на ідеальному резистивному елементі (рис. 2.16).

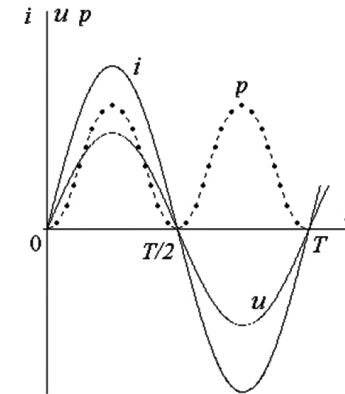


Рис. 2.16. Графіки струму, напруги та потужності на ідеальному резистивному елементі

### 2.9.2. Коло з ідеальним індуктивним елементом

У колі з ідеальним індуктивним елементом струм відстає від напруги за фазою на  $90^\circ$ , тобто  $\varphi = \pi/2$  (рис. 2.10). Значення середньої потужності за період:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{1}{T} \int_0^T UI \cos \varphi dt - \frac{1}{T} \int_0^T UI \cos(2\omega t + \varphi) dt, \quad (2.55)$$

де  $\varphi = \pi/2$  дорівнює нулю, тому що й перша, і друга складові рівняння (2.55) дорівнюють нулю.

Із загального виразу для миттєвої потужності в разі підставлення  $\varphi = \pi/2$  у формулу (2.53) отримуємо миттєве значення потужності:

$$p = -UI \cos\left(2\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = UI \sin 2\omega t. \quad (2.56)$$

Побудуємо графіки струму, напруги та потужності на ідеальному індуктивному елементі (рис. 2.17).

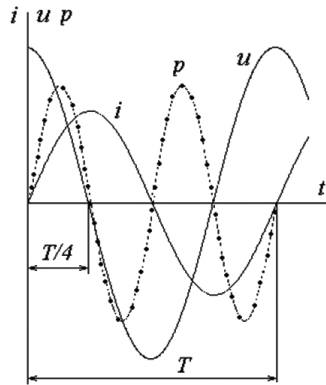


Рис. 2.17. Графіки струму, напруги та потужності на ідеальному індуктивному елементі

За період потужність два рази змінює знак із додатного на від'ємний. Додатне значення потужності відповідає режиму, в якому енергія надходить у коло. Від'ємне значення потужності відповідає режиму, в якому енергія повертається у джерело. Таким чином, за період ідеальний індуктивний елемент енергії не споживає.

Знайдемо значення енергії, що надходить у коло за чверть періоду, тобто коли потужність має додатне значення:

$$W = \int_0^{T/4} p dt = \int_0^{T/4} u i dt = \int_0^{T/4} L \frac{di}{dt} i dt = L \int_0^{I_m} i di = \frac{LI_m^2}{2}. \quad (2.57)$$

Під час виведення формули (2.57) виконується заміна границь інтеграла з часу на струм: часу  $t = 0$  відповідає струм  $i = 0$ ; часу  $t = T/4$  відповідає струм  $i = I_m$ .

Отримана енергія на ідеальному індуктивному елементі  $L$  передає енергію магнітного поля. Таким чином, енергія, що надходить у коло з ідеальним індуктивним елементом, перетворюється на енергію магнітного поля.

При цьому, потужність додатна, коли струм зростає за абсолютним значенням. У цей момент енергія надходить у коло й перетворюється на енергію магнітного поля.

У разі зменшення струму енергія, яка запасена в індуктивному елементі, повертається до джерела, тобто у такому колі між джерелом і споживачем відбувається безперервний обмін енергією.

На ідеальному індуктивному елементі енергія безперервно перетворюється з електричної в енергію магнітного поля та зворотно в електричну з поверненням до джерела, а втрат енергії за цей період не відбувається.

### 2.9.3. Коло з ідеальним ємнісним елементом

У колі з ідеальним ємнісним елементом струм  $I$  випереджає напругу  $U$  фазою на  $90^\circ$ , тобто кут зсуву фаз між напругою та струмом дорівнює  $\varphi = -\pi/2$  (рис. 2.11). Значення середньої потужності за період під час підставлення  $\varphi = -\pi/2$  в рівняння (2.55) також дає нульову величину.

Із загального виразу для миттєвої потужності, під час підставлення значення  $\varphi = -\pi/2$  у формулу (2.53) отримуємо миттєве значення потужності:

$$p = -UI \cos\left(2\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = -UI \sin 2\omega t. \quad (2.58)$$

Побудуємо графік цієї функції (рис. 2.18).

За період електрична потужність дворазово змінює знак. Додатне значення потужності відповідає режиму, в якому енергія джерела надходить до ємнісного елемента. Від'ємне значення потужності відповідає режиму, в якому енергія від ємнісного елемента повертається до джерела. Таким чином, ідеальний ємнісний елемент енергії не споживає.

Знайдемо значення енергії, що надходить у коло за чверть періоду:

$$W = \int_0^{T/4} p dt = \int_0^{T/4} u i dt = \int_0^{T/4} u C \frac{du}{dt} dt = C \int_{-U_m}^0 u du = \frac{CU_m}{2}. \quad (2.59)$$

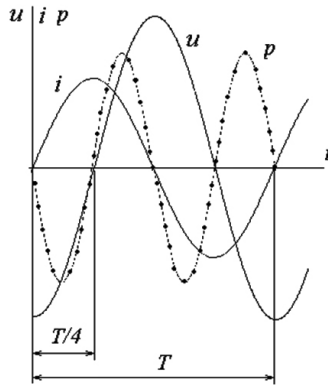


Рис. 2.18. Графіки струму, напруги та потужності на ідеальному ємнісному елементі

Під час виведення формули було застосовано заміну границь інтеграла з часу на напругу: часу  $t = 0$  відповідає напруга  $u = -U_m$ ; часу  $t = T/4$  відповідає напруга  $u = 0$ . Формула 2.59 виражає енергію електричного поля.

Таким чином енергія, що надходить у коло з ідеальним ємнісним елементом, перетворюється в енергію електричного поля. Потужність додатна, коли напруга зростає за абсолютним значенням. У цей момент енергія надходить на ємнісний елемент і перетворюється в енергію електричного поля. Ємнісний елемент конденсатор заряджається.

У разі зменшення напруги за абсолютним значенням енергія, яка запасена в ємнісному елементі, повертається до джерела, конденсатор розряджається, тобто в такому колі між джерелом і споживачем відбувається безперервний обмін енергією.

У колі змінного струму з ідеальним ємнісним елементом відбуваються процеси, аналогічні до процесів у колі з індуктивним елементом, але тут здійснюється колювання енергії електричного поля.

## 2.9.4. Повна, активна та реактивна потужності

В електричному колі змінного струму, в якому наявні як активні, так і реактивні елементи (рис. 2.12), відбуваються одночасно обидва явища: і незворотне перетворення енергії джерела в тепло, й обмін (колювання) електромагнітної енергії між джерелом і споживачами.

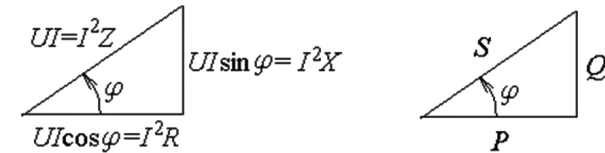


Рис. 2.19. Трикутники потужностей електричного кола

Помножимо кожен сторону трикутника напруг (рис. 2.14, а) на струм та отримаємо трикутник потужностей (рис. 2.19).

Сторони цього трикутника утворені такими потужностями:

– активною потужністю, яка перетворюється у тепло або механічну роботу:

$$P = I^2 R = UI \cos \varphi. \quad (2.60)$$

Вона вимірюється у ватах (Вт);

– реактивною потужністю, яка витрачається на створення магнітних та електричних полів у реактивних  $L$ ,  $C$  елементах, потім повертається до джерела:

$$Q = I^2 X = I^2 X_L - I^2 X_C = UI \sin \varphi. \quad (2.61)$$

Вона вимірюється у варах (вар).

Повна потужність визначається за такою формулою:

$$S = UI = I^2 Z = \sqrt{P^2 + Q^2}. \quad (2.62)$$

Вона вимірюється у вольт-амперах (ВА).

Активну та реактивну потужності можна виразити через повну:

$$Q = S \sin \varphi. \quad (2.63)$$

Таким чином коефіцієнт потужності набуває такого значення:

$$\cos \varphi = \frac{P}{S}. \quad (2.64)$$

Коефіцієнт потужності визначає активну потужність, що належить до повної потужності джерела або приймача.

### 2.9.5. Потужність у символічній формі

Припустимо, що напруга  $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ , а струм  $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ .

У комплексній формі ці вирази мають такий вигляд:

$$\underline{U} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi_u} = U e^{j\psi_u}; \quad \underline{I} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi_i} = I e^{j\psi_i}. \quad (2.65)$$

Уведемо комплексно спряжене значення струму:  $\underline{I}^* = I e^{-j\psi_i}$ .

Запишемо вираз, урахувуючи, що  $\varphi = \psi_u - \psi_i$ :

$$\underline{U} \underline{I}^* = U e^{j\psi_u} I e^{-j\psi_i} = UI e^{j(\psi_u - \psi_i)} = UI e^{j\varphi} = UI \cos \varphi + j UI \sin \varphi = P + jQ = \underline{S}.$$

Таким чином, комплекс повної потужності можна записати як у показовій, так і в алгебраїчній формі комплексних чисел:

$$\underline{S} = \underline{U} \underline{I}^* = P + jQ. \quad (2.66)$$

Реальна частина цього комплексу є активною потужністю, а уявна частина – реактивною потужністю.

### 2.9.6. Рівняння балансу потужностей

Баланс потужностей для електричних кіл змінного струму складається окремо для активних та окремо для реактивних потужностей.

В електричному колі сума активних (реактивних) потужностей, що віддає джерело, дорівнює сумі активних (реактивних) потужностей, що споживають приймачі.

Для активних потужностей (реальна частина комплексу повної потужності) можна записати формулу:

$$\sum_{k=1}^n \operatorname{Re}(\underline{E}_k \underline{I}_k^*) = \sum_{k=1}^m \operatorname{Re}(\underline{U}_k \underline{I}_k^*), \quad (2.67)$$

для реактивних потужностей (уявна частина комплексу повної потужності) можна записати рівняння:

$$\sum_{k=1}^n \operatorname{Im}(\underline{E}_k \underline{I}_k^*) = \sum_{k=1}^m \operatorname{Im}(\underline{U}_k \underline{I}_k^*). \quad (2.68)$$

### 2.10. Розрахунок електричного кола з послідовним з'єднанням споживачів

**Задача.** Необхідно розрахувати електричне коло з послідовним з'єднанням споживачів  $Z_\alpha$ ,  $Z_\beta$  і  $Z_\gamma$ , схему якого зображено на рис. 2.20, а. Діюче значення напруги  $U = 200$  В, її частота  $f = 50$  Гц. Параметри ідеальних елементів:  $R_\alpha = 20$  Ом;  $L_\alpha = 47,77$  мГн;  $R_\beta = 23,3$  Ом;  $C_\gamma = 79,62$  мкФ.

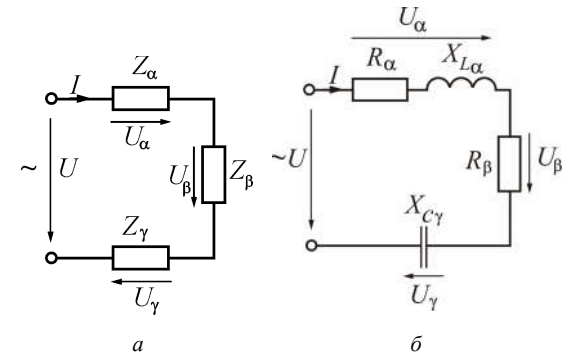


Рис. 2.20. Електричне коло з послідовним з'єднанням споживачів  $Z_\alpha$ ,  $Z_\beta$  і  $Z_\gamma$  у вигляді: а – повних опорів; б – ідеальних елементів

**Обсяг розрахунку:**

- зобразити схему електричного кола з ідеальними елементами заміщення;
- визначити струм у колі, напругу на кожному споживачі, активні та реактивні потужності джерела та споживачів;

- в) побудувати векторну діаграму струму й напруг джерела та споживачів;  
 г) перевірити розв'язання задачі за допомогою векторної діаграми та балансу активних і реактивних потужностей;  
 д) записати синусоїдні часові функції струму й напруги, джерела енергії та побудувати графіки цих функцій.

*Розв'язання.* На рис. 2.20, б зображено схему заміщення електричного кола з ідеальними елементами споживачів  $Z_\alpha$ ,  $Z_\beta$ ,  $Z_\gamma$ .

Кутову частоту струму та напруг визначаємо за такою формулою:

$$\omega = 2\pi f = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 = 314 \text{ с}^{-1}.$$

Індуктивний опір споживача  $Z_\alpha$  розрахуємо за формулою:

$$X_{L\alpha} = \omega \cdot L_\alpha = 314 \cdot 47,77 \cdot 10^{-3} = 15 \text{ Ом}.$$

Ємнісний опір споживача  $Z_\gamma$ :

$$X_{C\gamma} = \frac{1}{\omega \cdot C_\gamma} = \frac{1}{314 \cdot 79,62 \cdot 10^{-6}} = 40 \text{ Ом}.$$

Активний, реактивний та повний опори кола:

$$R = R_\alpha + R_\beta = 20 + 23,3 = 43,3 \text{ Ом}; \quad X = X_{L\alpha} - X_{C\gamma} = 15 - 40 = -25 \text{ Ом};$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{43,3^2 + (-25)^2} = 50 \text{ Ом}.$$

Струм у колі: 
$$I = \frac{U}{Z} = \frac{200}{50} = 4 \text{ А}.$$

Кут зсуву фаз між векторами струму та напругою джерела:

$$\varphi = \arctg \frac{X}{R} = \arctg \frac{-25}{43,3} = -30^\circ.$$

Повні опори споживачів:

$$Z_\alpha = \sqrt{R_\alpha^2 + X_{L\alpha}^2} = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25 \text{ Ом}; \quad Z_\beta = R_\beta = 23,3 \text{ Ом}; \quad Z_\gamma = X_{C\gamma} = 40 \text{ Ом}.$$

Напруги на споживачах:

$$U_\alpha = I Z_\alpha = 4 \cdot 25 = 100 \text{ В}; \quad U_\beta = I Z_\beta = 4 \cdot 23,3 = 93,2 \text{ В}; \quad U_\gamma = I Z_\gamma = 4 \cdot 40 = 160 \text{ В}.$$

Кути зсуву фаз між векторами струму  $\underline{i}$  та напругами  $\underline{U}_\alpha$ ,  $\underline{U}_\beta$ ,  $\underline{U}_\gamma$  споживачів:

$$\varphi_\alpha = \arctg \frac{X_{L\alpha}}{R_\alpha} = \arctg \frac{15}{20} = 36,87^\circ; \quad \varphi_\beta = \arctg \frac{0}{R_\beta} = \arctg \frac{0}{23,3} = 0^\circ;$$

$$\varphi_\gamma = \arctg \frac{-X_{C\gamma}}{0} = \arctg \frac{-40}{0} = -90^\circ.$$

На рис. 2.21 побудовано векторну діаграму електричного кола (рис. 2.20).

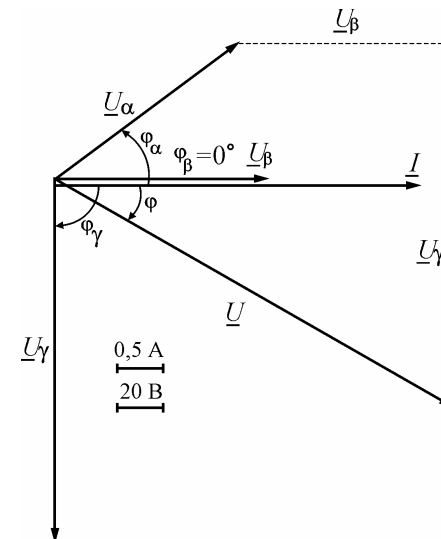


Рис. 2.21. Векторна діаграма електричного кола

Пояснимо порядок по будови. Для схеми за рис. 2.20, а загальним є струм, для якого беремо початкову фазу  $\psi_i = 0^\circ$ . Вибираємо масштаб струму та проводимо вектор  $\underline{I}$  відповідно до горизонтальної осі. Далі вибираємо масштаб напруг і проводимо вектор напруги джерела під кутом  $\varphi$  за рухом годинникової стрілки щодо вектора струму  $\underline{I}$ , а також вектори напруг споживачів  $\underline{U}_\alpha$ ,  $\underline{U}_\beta$ ,  $\underline{U}_\gamma$  під відповідними кутами зсуву фаз  $\varphi_\alpha$ ,  $\varphi_\beta$ ,  $\varphi_\gamma$ .

Перевіримо розв'язок на основі другого закону Кірхгофа для кола (рис. 2.20, а). Векторна сума напруг споживачів дає вектор напруги джерела енергії, тобто  $\underline{U} = \underline{U}_\alpha + \underline{U}_\beta + \underline{U}_\gamma$ , який за обраним масштабом повинен дорівнювати 200 В.



Повна, активна та реактивна потужності джерела енергії розраховуються за наступними формулами:

$$S = UI = 200 \cdot 4 = 800 \text{ ВА};$$

$$P = UI \cos \varphi = 200 \cdot 4 \cdot \cos(-30^\circ) = 692,8 \text{ Вт};$$

$$Q = UI \sin \varphi = 200 \cdot 4 \cdot \sin(-30^\circ) = -400 \text{ вар};$$

Співвідношення цих потужностей зображено на рис. 2.22 у вигляді трикутника потужностей.

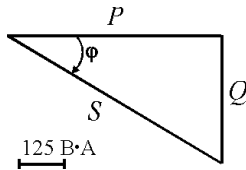


Рис. 2.22. Трикутник потужностей

Відповідно до балансу активних потужностей:

$$P = R_\alpha I^2 + R_\beta I^2 = 20 \cdot 4^2 + 23,3 \cdot 4^2 = 692,8 \text{ Вт},$$

що збігається з активною потужністю джерела.

Відповідно до балансу реактивних потужностей визначимо реактивну потужність приймачів кола:

$$Q = X_{L\alpha} I^2 - X_{C\gamma} I^2 = 15 \cdot 4^2 - 40 \cdot 4^2 = -400 \text{ вар},$$

що збігається з реактивною потужністю джерела.

Амплітудні значення струму та напруги джерела енергії визначаються за наступними формулами:

$$I_m = \sqrt{2}I = \sqrt{2} \cdot 4 = 5,66 \text{ А}; \quad U_m = \sqrt{2}U = \sqrt{2} \cdot 200 = 282 \text{ В}.$$

Синусоїдні часові функції струму і напруги джерела енергії:

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i) = 5,66 \cdot \sin 314t \text{ А};$$

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u) = 282,8 \cdot \sin(314t - 30^\circ) \text{ В},$$

де початкова фаза струму ( $\psi_i = 0^\circ$ ), а початкову фазу  $\psi_u$  напруги знаходимо, пам'ятаючи, що кут  $\varphi = \psi_u - \psi_i$ ;  $\psi_u = \varphi + \psi_i = -30^\circ + 0^\circ = -30^\circ$ .

Графіки синусоїд струму та напруги зображуються за використання не масштабу часу  $t$ , а кратного йому масштабу  $\omega t$ , що більш зручно під час побудови цих графіків.

У табл. 2.1 наведені розрахунки струму та напруги для різних значень  $\omega t$ , а на рис. 2.23 зображено графіки функцій  $i(t)$  та  $u(t)$ .

Таблиця 2.1

Значення струму і напруги джерела енергії залежно від часу

$\omega t$ , рад	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\pi$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$	$2\pi$
$\omega t$ , град	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330	360
$i$ , А	0	2,83	4,9	5,7	4,9	2,83	0	-2,83	-4,9	-5,7	-4,9	-2,83	0
$u$ , В	-141	0	141	245	283	245	141	0	-141	-245	-283	-245	-141

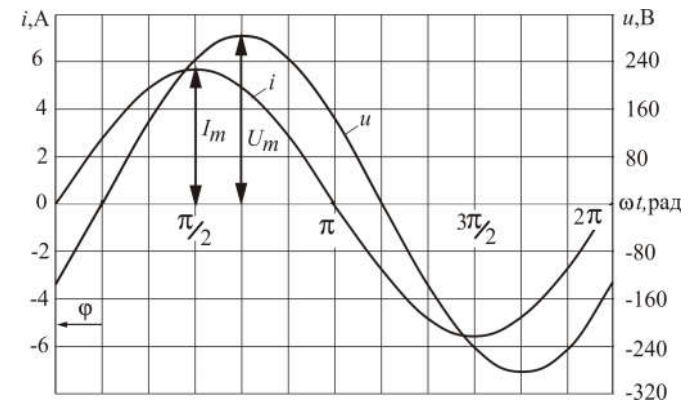


Рис. 2.23. Графіки функцій  $i(t)$  та  $u(t)$

## 2.11. Електричне коло з паралельним з'єднанням

ідеальних  $R, L, C$  елементів

Під час паралельного з'єднання ідеальних резистивного, індуктивного та ємнісного елементів струми у вітках визначають за законом Ома, а струм у нерозгалуженій частині кола – за першим законом Кірхгофа в комплексній формі (рис. 2.24):

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{R}; \quad \underline{I}_2 = \frac{\underline{U}}{jX_L}; \quad \underline{I}_3 = -\frac{\underline{U}}{jX_C}; \quad (2.69)$$

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3. \quad (2.70)$$

Струми у вітках можна визначити через комплексні провідності. Із загального виразу для провідності  $\underline{Y} = G - j(B_L - B_C)$  можна записати вирази для струмів у вітках:

$$\underline{I}_1 = G\underline{U}; \quad \underline{I}_2 = -jB_L\underline{U}; \quad \underline{I}_3 = jB_C\underline{U}, \quad (2.71)$$

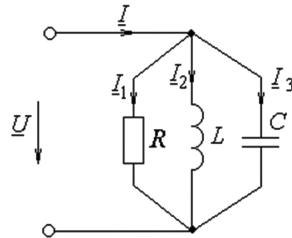


Рис. 2.24. Електричне коло з паралельним з'єднанням ідеальних  $R, L, C$  елементів

Отже, маємо:

$$\underline{I}_a = \underline{I}_1 = G\underline{U} \text{ – активну складову струму;}$$

$$\underline{I}_p = \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = -j(B_L - B_C)\underline{U} = -jB\underline{U} \text{ – реактивну складову струму.}$$

Повний струм дорівнює сумі складових у комплексній формі:

$$\underline{I} = \underline{I}_a + \underline{I}_p. \quad (2.72)$$

Модуль цього струму визначається за формулою Піфагора:

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2}. \quad (2.73)$$

Струми у вітках із індуктивним і ємнісним елементами знаходяться у протифазі, а реактивний струм дорівнює їх різниці. Це явище використовують для компенсації зсуву фаз.

## 2.12. Розрахунок електричного кола з паралельним з'єднанням споживачів

*Задача.* Необхідно розрахувати електричне коло у разі паралельного з'єднання споживачів  $Z_\alpha$ ,  $Z_\beta$  і  $Z_\gamma$ , схему якого зображено на рис. 2.25, а.

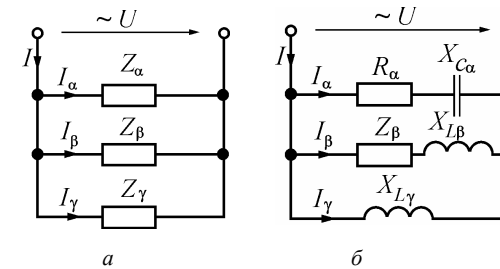


Рис. 2.25. Електричне коло з паралельним з'єднанням споживачів  $Z_\alpha$ ,  $Z_\beta$  і  $Z_\gamma$

у вигляді: а – повних опорів; б – ідеальних елементів

Діюче значення напруги  $U = 220$  В. Параметри ідеальних елементів споживачів:  $R_\alpha = 24$  Ом;  $X_{C\alpha} = 32$  Ом;  $R_\beta = 20$  Ом;  $X_{L\beta} = 20$  Ом;  $X_{L\gamma} = 80$  Ом.

*Обсяг розрахунку:*

а) зобразити схему електричного кола з ідеальними елементами заміщення кожного споживача;

б) визначити струми в колі, активні та реактивні потужності джерела та споживачів;

в) побудувати векторну діаграму напруги та струмів усіх споживачів;

г) перевірити розв'язання задачі за допомогою векторної діаграми та балансу активних і реактивних потужностей.

**Розв'язання.** На рис. 2.25, б зображено схему заміщення кола з ідеальними елементами замість  $Z_\alpha$ ,  $Z_\beta$ ,  $Z_\gamma$ .

Повні опори паралельних віток:

$$Z_\alpha = \sqrt{R_\alpha^2 + (-X_{C\alpha})^2} = \sqrt{24^2 + (-32)^2} = 40 \text{ Ом};$$

$$Z_\beta = \sqrt{R_\beta^2 + X_{L\beta}^2} = \sqrt{20^2 + 20^2} = 28,28 \text{ Ом}; \quad Z_\gamma = X_{L\gamma} = 80 \text{ Ом}.$$

Струми в паралельних вітках:

$$I_\alpha = \frac{U}{Z_\alpha} = \frac{220}{40} = 5,5 \text{ А}; \quad I_\beta = \frac{U}{Z_\beta} = \frac{220}{28,28} = 7,78 \text{ А}; \quad I_\gamma = \frac{U}{Z_\gamma} = \frac{220}{80} = 2,75 \text{ А}.$$

Кути зсуву фаз між векторами струмів  $I_\alpha$ ,  $I_\beta$  і  $I_\gamma$  та вектором напруги  $\underline{U}$ :

$$\varphi_\alpha = \arctg \frac{-X_{C\alpha}}{R_\alpha} = \arctg \frac{-32}{24} = -53,13^\circ; \quad \varphi_\beta = \arctg \frac{X_{L\beta}}{R_\beta} = \arctg \frac{20}{20} = 45^\circ;$$

$$\varphi_\gamma = 90^\circ \text{ (індуктивний елемент)}.$$

Для визначення струму джерела скористаємося векторною діаграмою (рис. 2.26), де вектори будуються в зазначених масштабах. Першим будемо вектор напруги  $\underline{U}$ . Його початкову фазу беремо довільно ( $\psi_u = 0^\circ$ ). Вектори струмів  $I_\alpha$ ,  $I_\beta$  і  $I_\gamma$  будемо, користуючись початковими фазами, тому що  $\psi_u = 0^\circ$ . Початкові фази визначаємо за формулами:

$$\psi_{i_\alpha} = -\varphi_\alpha = 53,13^\circ; \quad \psi_{i_\beta} = -\varphi_\beta = -45^\circ; \quad \psi_{i_\gamma} = -\varphi_\gamma = -90^\circ.$$

За першим законом Кірхгофа вектором струму джерела є векторна сума струмів паралельних віток, тобто  $\underline{I} = \underline{I}_\alpha + \underline{I}_\beta + \underline{I}_\gamma$  (рис. 2.26). Геометричне складання цих векторів дає на основі вимірів (згідно обраного масштабу) значення струму джерела  $I \approx 9,7 \text{ А}$  і кут зсуву фаз  $\varphi \approx 24^\circ$ .

Точніші результати можна одержати безпосередньо за допомогою розрахунків, застосовуючи розкладання векторів струмів на активні й реактивні складові: перші – паралельні вектору  $\underline{U}$ , а другі – перпендикулярні до нього.

Розкладання векторів на складові зображено на векторній діаграмі (рис. 2.26).

Активні та реактивні складові струмів споживачів:

$$I_{\alpha a} = I_\alpha \cos \psi_{i_\alpha} = 5,5 \cos 53,13^\circ = 3,3 \text{ А};$$

$$I_{\beta a} = I_\beta \cos \psi_{i_\beta} = 7,78 \cos(-45^\circ) = 5,5 \text{ А};$$

$$I_{\gamma a} = I_\gamma \cos \psi_{i_\gamma} = 2,75 \cos(-90^\circ) = 0 \text{ А};$$

$$I_{\alpha p} = I_\alpha \sin \psi_{i_\alpha} = 5,5 \sin 53,13^\circ = 4,4 \text{ А};$$

$$I_{\beta p} = I_\beta \sin \psi_{i_\beta} = 7,78 \sin(-45^\circ) = -5,5 \text{ А};$$

$$I_{\gamma p} = I_\gamma \sin \psi_{i_\gamma} = 2,75 \sin(-90^\circ) = -2,75 \text{ А}.$$

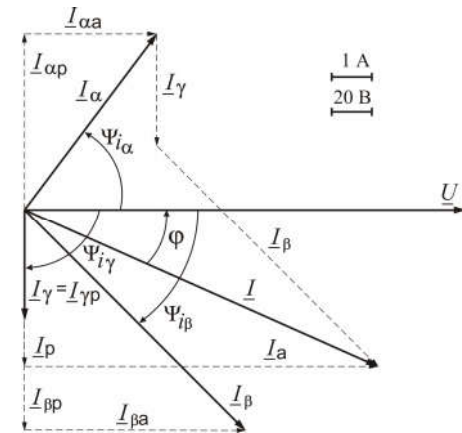


Рис. 2.26. Векторна діаграма електричного кола з паралельним з'єднанням споживачів

Активна та реактивна складові струму джерела та його діюче значення:

$$I_a = I_{\alpha a} + I_{\beta a} + I_{\gamma a} = 3,3 + 5,5 + 0 = 8,8 \text{ А};$$

$$I_p = I_{\alpha p} + I_{\beta p} + I_{\gamma p} = 4,4 - 5,5 - 2,75 = -3,85 \text{ А};$$

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2} = \sqrt{8,8^2 + (-3,85)^2} = 9,61 \text{ А}.$$

Кут фазового зсуву вектора струму  $I$  щодо вектора напруги  $U$  дорівнює:

$$\varphi = -\psi_I = -\arctg \frac{I_p}{I_a} = -\arctg \frac{-3,85}{8,8} = 23,63^\circ.$$

Повна, активна та реактивна потужності джерела:

$$S = UI = 220 \cdot 9,61 = 2114,2 \text{ Вт}; \quad P = S \cos \varphi = 2114,2 \cdot \cos 23,63^\circ = 1936,9 \text{ Вт};$$

$$Q = S \sin \varphi = 2114,2 \cdot \sin 23,63^\circ = 847,4 \text{ вар}.$$

Відповідно до балансу активних і реактивних потужностей:

$$P = R_\alpha I_\alpha^2 + R_\beta I_\beta^2 = 24 \cdot 5,5^2 + 20 \cdot 7,78^2 = 1936,6 \text{ Вт},$$

$$Q = -X_{C\alpha} I_\alpha^2 + X_{L\beta} I_\beta^2 + X_{L\gamma} I_\gamma^2 = -32 \cdot 5,5^2 + 20 \cdot 7,78^2 + 80 \cdot 2,75^2 = 847,6 \text{ вар}.$$

### 2.13. Підвищення коефіцієнта потужності

Значне зниження  $\cos \varphi$  у колах змінного струму призводить до негативних наслідків, насамперед до неповного використання в електричних мережах установленної потужності генераторів електростанцій і силових трансформаторів.

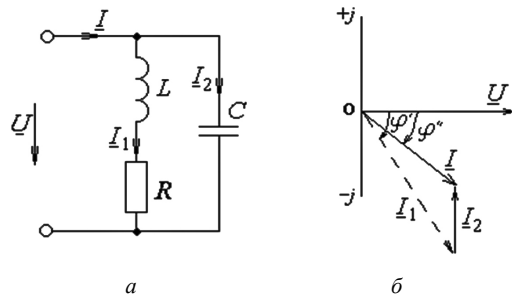


Рис. 2.27. Коло з компенсаційним конденсатором:

$a$  – електрична схема кола;  $b$  – векторна діаграма кола

Для підвищення  $\cos \varphi$  до кола з активно-індуктивними елементами, що є типовим для багатьох споживачів, паралельно під'єднують компенсаційний конденсатор  $C$  (рис. 2.27).

Під'єднання конденсатора забезпечує:

- 1) зменшення зсуву фаз між струмом джерела і його напругою;
- 2) підвищення коефіцієнта потужності кола  $\cos \varphi$ ;
- 3) зменшення струму джерела.

Це дозволяє зменшити втрати в провідниках, що з'єднують джерело зі споживачем, та зменшити поперечний перетин цих провідників, заощаджуючи матеріальні ресурси.

Практично економічним і вигідним є підвищення коефіцієнта потужності електроустаткування до 0,95 % шляхом компенсації реактивної потужності.

### 2.14. Резонансні явища в електричних колах змінного струму

Під резонансом розуміють такий режим, в якому опір кола з  $R$ ,  $L$ ,  $C$  елементами щодо джерела є чисто активним.  $X = 0$ , струм і напруга збігаються за фазою, реактивна потужність  $Q = UI \sin \varphi = 0$ , тобто коло споживає тільки активну потужність. У колах змінного струму розрізняють резонанс напруг і струмів.

#### 2.14.1. Резонанс напруг

Резонанс напруг можливий у колі з послідовним з'єднанням  $R$ ,  $L$ ,  $C$  елементів (рис. 2.12). Для цього кола повний опір  $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ .

Якщо  $X_L = X_C$ , то  $Z = R$  і опір кола буде ідеальним активним.

Отже, необхідною та достатньою умовою резонансу напруг є умова:

$$X_L = X_C, \quad (2.74)$$

або  $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ . Звідси отримаємо резонансну частоту  $\omega_p = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ , тому:

$$f_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (2.75)$$

Під час резонансу напруг опір кола стає мінімальним, а струм набуває максимального значення:

$$I_p = \frac{U}{Z} = \frac{U}{R}. \quad (2.76)$$

Оскільки  $X_L = X_C$ , то помноживши це рівняння на резонансний струм  $I_p X_L = I_p X_C$  отримуємо співвідношення між напругами на ідеальних реактивних елементах:

$$U_L = U_C. \quad (2.77)$$

Ураховуючи співвідношення  $U_L = U_C$ , за другим законом Кірхгофа можна записати рівняння:

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C \quad (2.78)$$

та побудувати векторну діаграму (рис. 2.28), звідки виходить, що вхідна напруга дорівнює напрузі на активному елементі:

$$U = U_R \quad (2.79)$$

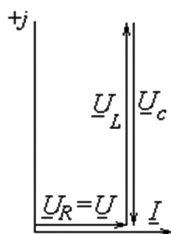


Рис. 2.28. Векторна діаграма під час резонансу напруг

Напруги на індуктивному та ємнісному елементах можуть у багато разів перевищувати напругу джерела, звідки і виникає назва явища – резонанс напруг.

На індуктивному та ємнісному елементах напруги є однаковими, але протилежними за фазою, отже, вхідна напруга дорівнює напрузі на активному елементі.

Резонанс напруг можна отримати, змінюючи один із параметрів  $L$ ,  $C$ .

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}. \quad (2.80)$$

На рис. 2.29 зображена типова резонансна крива залежності струму від кутової частоти. З формули (2.80) виходить, що як за нульової, так і за нескінченно великої частоти струм буде нульовим. І саме на резонансній частоті  $\omega_p$  струм набуває максимального значення  $I_p$ .

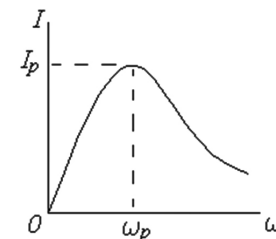


Рис. 2.29. Резонансна крива залежності струму від кутової частоти

Виразимо напруги на реактивних елементах через вхідну напругу:

$$U_L = U_C = I_p X_L = I_p X_C = \frac{U}{R} X_L = \frac{U}{R} X_C. \quad (2.81)$$

Уведемо поняття добротності резонансного контуру змінного струму:

$$Q = \frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U} = \frac{U}{R \cdot U} \omega L = \frac{X_L}{R} = \frac{X_C}{R}. \quad (2.82)$$

За рахунок підстановки формули (2.81) отримуємо вираз для добротності:

$$Q = \sqrt{\frac{L}{C}} / R. \quad (2.83)$$

Добротність доводить, у скільки разів напруга на індуктивності або на ємності перевищує напругу на вході кола. Це перевищення залежить від того, у скільки разів реактивні опори перевищують активний опір кола.

Підвищення напруги на окремих ділянках електричного кола з реактивними елементами може призвести до аварії устаткування (пробою ізоляції та виникнення короткого замикання) і становить небезпеку для персоналу, що обслуговує. Резонанс напруг використовується в техніці високих частот, у радіотехніці, вимірювальних приладах та пристроях автоматики.

### 2.14.2. Резонанс струмів

Резонанс струмів можливий на ділянці електричного кола змінного струму, що має паралельно з'єднані індуктивний та ємнісний елементи.

За схемою (рис. 2.30), стосовно першого закону Кірхгофа:

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = \underline{Y}_1 \underline{U} + \underline{Y}_2 \underline{U} = \underline{U} (G_1 - jB_1) + \underline{U} (G_2 + jB_2) = \underline{U} [(G_1 + G_2) - j(B_1 - B_2)]$$

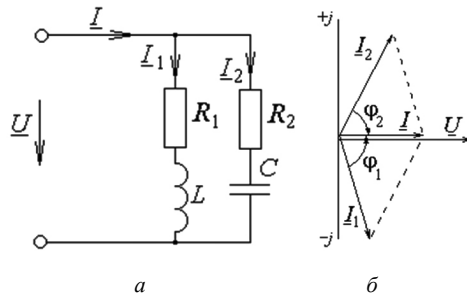


Рис. 2.30. Електричне коло під час резонансу струмів:  
а – електрична схема кола; б – векторна діаграма кола

Для того щоб вхідна напруга збігалася за фазою зі струмом, тобто відбувся резонанс струмів, необхідно, щоб реактивна провідність кола дорівнювала нулю:

$$B = B_1 - B_2 = 0. \quad (2.85)$$

Таким чином, умовою резонансу струмів є рівність між індуктивною та ємнісною провідностями паралельних віток:

$$B_L - B_C = 0. \quad (2.86)$$

Якщо ми розпишемо ці провідності, то отримаємо такі співвідношення для резонансу струмів:

$$\frac{X_L}{R_1^2 + X_L^2} = \frac{X_C}{R_2^2 + X_C^2}. \quad (2.87)$$

Під час подальшого розкриття цих формул отримаємо залежність:

$$\frac{\omega L}{R_1^2 + \omega^2 L^2} = \frac{\frac{1}{\omega C}}{R_2^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}. \quad (2.88)$$

Для кола, зображеного на рис. 2.30, побудована векторна діаграма в режимі резонансу струмів. Під час резонансу виконується умова  $\varphi = 0$  між вхідним струмом і напругою.

У режимі резонансу струми у вітках із індуктивністю та ємністю за значенням рівні. Саме тому резонанс у паралельному колі називається резонансом струмів. Крім того, слід пам'ятати, що струми у вітках із індуктивністю та ємністю можуть багаторазово перевищувати вхідний струм. Якщо активні опори віток значно менші за реактивні опори, то таке коло називають коливальним контуром.

Резонанс струмів широко використовується, наприклад в електроустановках для компенсації ємністю індуктивного зсуву фаз (паралельна компенсація), у техніці високих напруг, електрофільтрах, електровимірювальних приладах та в багатьох радіотехнічних пристроях, у яких коливальні контури є одним із головних елементів кола.

### 2.15. Розрахунок кола змінного струму зі змішаним з'єднанням споживачів

Змішане з'єднання – це послідовно-паралельне з'єднання ділянок електричного кола з активними та реактивними опорами. Для визначення струмів і напруг ділянок кола за заданої вхідної напруги та опорів елементів використовується метод еквівалентних перетворень у символічній формі.

**Задача.** Необхідно розрахувати електричне коло за рис. 2.31 під час змішаного з'єднання споживачів  $Z_a$ ,  $Z_\beta$  і  $Z_\gamma$  символічним методом, тобто з використанням комплексних чисел. Напруга джерела енергії  $U = 127$  В, її частота  $f = 50$  Гц. Параметри ідеальних елементів споживачів:  $R_a = 8$  Ом;  $X_{La} = 15$  Ом;  $R_\beta = 16$  Ом;  $X_{C\beta} = 12$  Ом;  $X_{L\gamma} = 42$  Ом.

Обсяг розрахунку:

- зобразити електричну схему заміщення за рис. 2.31 з ідеальними елементами замість кожного споживача;
- визначити струми, активні та реактивні потужності джерела енергії та споживачів;
- побудувати векторну діаграму напруг і струмів;
- зробити перевірку розв'язання задачі за допомогою векторної діаграми та балансу активних і реактивних потужностей.

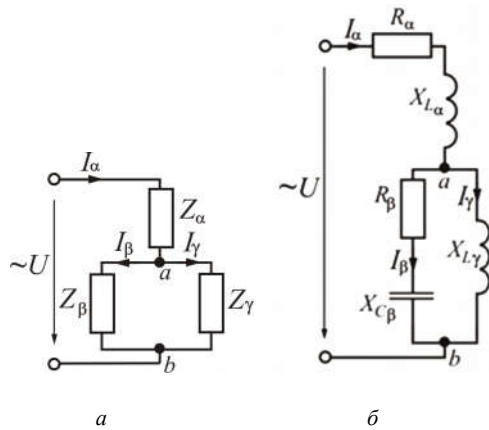


Рис. 2.31. Електричне коло зі змішаним з'єднанням споживачів  $Z_\alpha$ ,  $Z_\beta$  і  $Z_\gamma$ :

$a$  – у вигляді повних опорів;  $b$  – у вигляді ідеальних елементів

**Розв'язання.** Схему заміщення кола за рис. 2.31,  $a$  з ідеальними елементами зображено на рис. 2.31,  $b$ . Всі величини будемо визначати символічним методом, тому ідеальні елементи, які з'єднані послідовно, об'єднуємо в повні комплексні опори. Від початкової схеми на рис. 2.31,  $a$  переходимо до схеми з комплексними опорами.

Значення комплексних опорів віток в алгебраїчній та показовій формах:

$$\underline{Z}_\alpha = R_\alpha + jX_{L\alpha} = 8 + j15 = \sqrt{8^2 + 15^2} \cdot e^{j \arctg \frac{15}{8}} = 17 \cdot e^{j61,93^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_\beta = R_\beta - jX_{C\beta} = 16 - j12 = \sqrt{16^2 + (-12)^2} \cdot e^{j \arctg \frac{-12}{16}} = 20 \cdot e^{-j36,87^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_\gamma = jX_{L\gamma} = j42 = 42 \cdot e^{j \arctg \frac{42}{0}} = 42 \cdot e^{j90^\circ} \text{ Ом}.$$

Ділянку кола з паралельним з'єднанням  $\underline{Z}_\beta$  і  $\underline{Z}_\gamma$  замінюємо еквівалентним комплексним опором:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{ab} &= \frac{\underline{Z}_\beta \underline{Z}_\gamma}{\underline{Z}_\beta + \underline{Z}_\gamma} = \frac{20 \cdot e^{-j36,87^\circ} \cdot 42 \cdot e^{j90^\circ}}{16 - j12 + j42} = \frac{840 \cdot e^{j53,13^\circ}}{16 + j30} = \frac{840 \cdot e^{j53,13^\circ}}{\sqrt{16^2 + 30^2} \cdot e^{j \arctg \frac{30}{16}}} = \\ &= \frac{840 \cdot e^{j53,13^\circ}}{34 \cdot e^{j61,93^\circ}} = 24,71 \cdot e^{-j8,8^\circ} = 24,71 [\cos(-8,8^\circ) + j \sin(-8,8^\circ)] = 24,42 - j3,78 \text{ Ом} \end{aligned}$$

Два послідовно з'єднаних опора  $\underline{Z}_\alpha$  і  $\underline{Z}_{ab}$  замінюємо одним опором, який є еквівалентним опором усього кола.

$$\begin{aligned} \underline{Z}_e &= \underline{Z}_\alpha + \underline{Z}_{ab} = 8 + j15 + 24,42 - j3,78 = 32,42 + j11,22 = \\ &= \sqrt{32,42^2 + 11,22^2} \cdot e^{j \arctg \frac{11,22}{32,42}} = 34,3 \cdot e^{j19,09^\circ} \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Комплексне значення напруги джерела  $\underline{U} = U e^{j\varphi_u} = 127 \cdot e^{j0} = 127 \text{ В}$ , якщо початкову фазу цієї напруги взяти  $\varphi_u = 0^\circ$ .

Струм джерела за законом Ома:

$$\underline{I}_\alpha = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_e} = \frac{127 \cdot e^{j0^\circ}}{34,3 \cdot e^{j19,09^\circ}} = 3,7 \cdot e^{-j19,09^\circ} = 3,5 - j1,21 \text{ А}.$$

Напруга споживча  $\underline{Z}_\alpha$ :

$$\underline{U}_\alpha = \underline{Z}_\alpha \underline{I}_\alpha = 17 \cdot e^{j61,93^\circ} \cdot 3,7 \cdot e^{-j19,09^\circ} = 62,9 \cdot e^{j42,84^\circ} = 46,1 + j42,8 \text{ В}.$$

Напруга на затискачах  $a-b$  і, відповідно, споживачів  $\underline{Z}_\beta$  і  $\underline{Z}_\gamma$ :

$$\underline{U}_{ab} = \underline{Z}_{ab} \underline{I}_\alpha = 24,71 \cdot e^{-j8,8^\circ} \cdot 3,7 \cdot e^{-j19,09^\circ} = 91,4 \cdot e^{-j27,89^\circ} = 80,8 - j42,8 \text{ В}.$$

Струми в паралельних вітках:

$$\underline{I}_\beta = \frac{\underline{U}_{ab}}{\underline{Z}_\beta} = \frac{91,4 \cdot e^{-j27,89^\circ}}{20 \cdot e^{-j36,87^\circ}} = 4,57 \cdot e^{j8,98^\circ} = 4,51 + j0,71 \text{ А};$$

$$\underline{I}_\gamma = \frac{\underline{U}_{ab}}{\underline{Z}_\gamma} = \frac{91,4 \cdot e^{-j27,89^\circ}}{42 \cdot e^{j90^\circ}} = 2,18 \cdot e^{-j117,89^\circ} = -1,02 - j1,93 \text{ А}.$$

Перевірка струмів за першим законом Кірхгофа:  $\underline{I}_\beta + \underline{I}_\gamma = \underline{I}_\alpha$ ;

$4,51 + j0,71 - 1,02 - j1,93 = 3,49 - j1,22 \text{ А}$  (знайдене раніше  $\underline{I}_\alpha = 3,5 - j1,21 \text{ А}$ ).

Перевірка напруг за другим законом Кірхгофа:  $\underline{U}_\alpha + \underline{U}_{ab} = \underline{U}$ ;  
 $46,1 + j42,8 + 80,8 - j42,8 = 126,9$  В (взяте  $U = 127$  В).

Співвідношення напруг  $\underline{U} = \underline{U}_\alpha + \underline{U}_{ab}$  і струмів  $\underline{I}_\alpha = \underline{I}_\beta + \underline{I}_\gamma$  зображено на рис. 2.32 за допомогою векторної діаграми в зазначених масштабах (за схемою на рис. 2.31). Будова діаграми виконується за діючими значеннями струмів і напруг та їх початковими фазами. Діюче значення напруги та струму визначається як модуль, а початкова фаза є аргументом у показовій формі кожного комплексного числа, яке визначає струм або напругу.

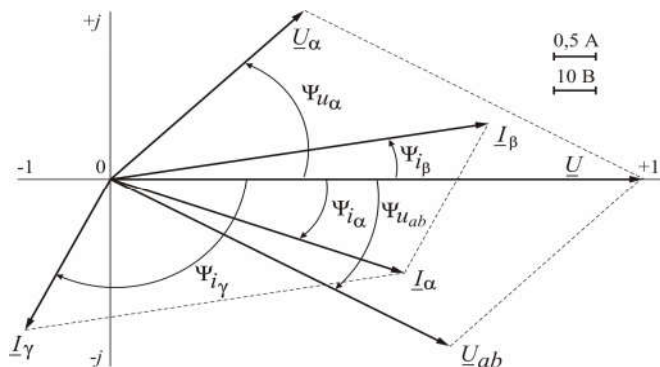


Рис. 2.32. Векторна діаграма кола

Діючі значення струмів і напруг та їхні початкові фази:  $I_\alpha = 3,7$  А;  $\psi_{i_\alpha} = -19,09^\circ$ ;  $I_\beta = 4,57$  А;  $\psi_{i_\beta} = 8,98^\circ$ ;  $I_\gamma = 2,18$  А;  $\psi_{i_\gamma} = -117,89^\circ$ ;  $U_\alpha = 62,9$  В;  $\psi_{u_\alpha} = 42,84^\circ$ ;  $U_{ab} = 91,4$  В;  $\psi_{u_{ab}} = -27,89^\circ$ ;  $U = 127$  В;  $\psi_u = 0^\circ$ .

Векторна діаграма може також бути побудована за дійсними та уявними частинами комплексних діючих значень струмів та напруг:

$$\underline{I}_\alpha = 3,5 - j1,21 \text{ А}; \underline{I}_\beta = 4,51 + j0,71 \text{ А}; \underline{I}_\gamma = -1,02 - j1,93 \text{ А};$$

$$\underline{U}_\alpha = 46,1 + j42,8 \text{ В}; \underline{U}_{ab} = 80,8 - j42,8 \text{ В}; \underline{U} = 127 \text{ В},$$

де дійсні значення величин:

$$I'_\alpha = 3,5 \text{ А}; I'_\beta = 4,51 \text{ А}; I'_\gamma = -1,02 \text{ А}; U'_\alpha = 46,1 \text{ В}; U'_{ab} = 80,8 \text{ В}; U' = 127 \text{ В}.$$

Уявні значення величин:

$$I''_\alpha = -1,21 \text{ А}; I''_\beta = 0,71 \text{ А}; I''_\gamma = -1,93 \text{ А}; U''_\alpha = 42,8 \text{ В}; U''_{ab} = -42,8 \text{ В}; U'' = 0 \text{ В}.$$

Комплексна потужність джерела енергії  $\underline{S}_{дж} = \underline{U} \underline{I}_\alpha^* = P_{дж} + jQ_{дж}$  визначається як добуток комплексів напруги та спряженого струму джерела енергії, що визначають у показовій (або в алгебраїчній) формі.

Спряжений комплекс струму  $\underline{I}_\alpha^* = \underline{I}_\alpha \cdot e^{-j\psi_{i_\alpha}}$  визначають з вихідного  $\underline{I}_\alpha = \underline{I}_\alpha e^{j\psi_{i_\alpha}}$  зміною знаку в показнику (або перед уявною частиною, якщо використовується алгебраїчна форма комплексного числа).

Підставимо комплекси напруги та спряженого комплексу струму джерела та проведемо перетворення:  $\underline{S}_{дж} = \underline{U} \underline{I}_\alpha^* = 127 \cdot 3,7 e^{j19,09^\circ} = 469,9 e^{j19,09^\circ} =$   
 $= 469,9 (\cos 19,09^\circ + j \sin 19,09^\circ) = 444,1 + j153,7 \text{ ВА},$   
де повна потужність  $S_{дж} = 469,9 \text{ ВА}$  є модулем у показовій формі комплексної потужності, а потужності активна  $P_{дж} = 444,1 \text{ Вт}$  і реактивна  $Q_{дж} = 153,7 \text{ вар}$  – дійсна і уявна частини з алгебраїчної форми комплексного числа.

Аналогічно визначають потужності споживачів:

$$\underline{S}_\alpha = \underline{U}_\alpha \underline{I}_\alpha^* = 62,9 e^{j42,84^\circ} \cdot 3,7 e^{j19,09^\circ} = 232,7 e^{j61,93^\circ} = 109,5 + j205,3 \text{ ВА};$$

$$\underline{S}_\beta = \underline{U}_{ab} \underline{I}_\beta^* = 91,4 e^{-j27,89^\circ} \cdot 4,57 e^{-j8,98^\circ} = 417,7 e^{-j36,87^\circ} = 334,2 - j250,6 \text{ ВА};$$

$$\underline{S}_\gamma = \underline{U}_{ab} \underline{I}_\gamma^* = 91,4 e^{-j27,89^\circ} \cdot 2,18 e^{j117,89^\circ} = 199,3 e^{j90^\circ} = j199,3 \text{ ВА},$$

де  $\underline{I}_\alpha^*, \underline{I}_\beta^*, \underline{I}_\gamma^*$  – спряжені струми споживачів.

Активні потужності споживачів:

$$P_\alpha = 109,5 \text{ Вт}; P_\beta = 334,2 \text{ Вт}; P_\gamma = 0 \text{ Вт}.$$

Реактивні потужності споживачів:

$$Q_\alpha = 205,3 \text{ вар}; Q_\beta = -205,6 \text{ вар}; Q_\gamma = 199,3 \text{ вар}.$$

Рівняння балансу активних потужностей:

$$P_{дж} = P_\alpha + P_\beta + P_\gamma; 444,1 \text{ Вт} \approx 109,5 + 334,2 + 0 = 443,7 \text{ Вт}.$$

Рівняння балансу реактивних потужностей:

$$Q_{дж} = Q_\alpha + Q_\beta + Q_\gamma; 153,7 \text{ вар} \approx 205,3 - 250,6 + 199,3 = 154 \text{ вар}.$$



## 2.16. Використання однофазного синусоїдного струму на зразках БТОТ

Для забезпечення роботи систем керування вогнем 1А33 танків Т-64Б та Т-64Б1, а також комплексу керування ракетним озброєнням 9К119 “Рефлекс”, який встановлено на Т-64Б, окрім кіл постійного струму виконаних за однопровідною схемою, застосовуються і кола однофазного та трифазного синусоїдного струму.

Для перетворення напруги постійного струму бортової мережі машини в однофазний синусоїдний струм застосовують електромашинні перетворювачі напруги і роду струму ПО-900, а для живлення споживачів електромашинний перетворювач трифазного струму ПТ-800.

Параметри електричних кіл однофазного синусоїдного струму танка Т-64Б надаються у табл. 2.2.

Таблиця 2.2

**Параметри однофазного кола синусоїдного струму танка Т-64Б**

Параметр кола	Напруга змінного струму, В	Частота напруги, Гц	Максимальна потужність, що споживається, ВА	Марка електро-машинного перетворювача напруги і роду струму, що живить	Марки систем, які споживають однофазний синусоїдний струм
Номінальне значення параметра	$115^{+4,6}_{-1,0}$	$400 \pm 20$	до 900	ПО-900	КУРО 9К112 “Кобра”
	$36 \pm 3\%$	$400 \pm 20$	до 800	ПТ-800	СУВ 1А33

## Контрольні запитання

1. Назвіть основні характеристики та параметри синусоїдного струму.
2. Що таке середнє й діюче значення змінного струму?
3. Наведіть приклади зображення синусоїдних функцій векторами та комплексними числами.
4. Вкажіть основні елементи кола змінного струму.
5. Надайте приклади співвідношення синусоїдних напруги та струму у колі з послідовним з'єднанням ідеальних  $R$ -,  $L$ -,  $C$ - елементів.
6. Надайте приклади співвідношення синусоїдних напруги та струму у колі з паралельним з'єднанням ідеальних  $R$ -,  $L$ -,  $C$ - елементів.
7. Сформулюйте та наведіть приклади використання законів Кірхгофа для кіл синусоїдного струму.
8. Що таке активні, реактивні та повні провідності кола?
9. Наведіть приклади розрахунку енергії та потужності у колах синусоїдного струму.
10. Як розраховується баланс потужностей у колі змінного струму?
11. Надайте приклад розрахунку кола змінного струму зі змішаним з'єднанням споживачів.
12. Комплексний метод розрахунку кіл змінного струму.
13. Надайте приклади використання однофазного синусоїдного струму на зразках БТОТ.
14. Що таке резонансні явища у колах змінного струму?
15. Умови виникнення резонансу струмів та резонансу напруг.
16. Наслідки резонансу струмів та напруг у колах змінного струму.

### 3. ТРИФАЗНІ ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА

#### 3.1. Трифазні системи ЕРС

У сучасних умовах електроенергія виробляється, передається та розподіляється, в основному, як енергія трифазної системи синусоїдних струмів.

*Багатофазне електричне коло* – це сукупність однофазних кіл, у яких діють кілька ЕРС однакової частоти, зсунутих за фазою на певний кут. Окремі електричні кола, що входять до багатофазного кола, називають фазами.

Найбільшого поширення набули трифазні електричні кола.

Симетрична трифазна система ЕРС – це сукупність трьох синусоїдних ЕРС однакових амплітуди та частоти, зсунутих одна відносно одної за фазою на одну третину періоду, тобто на  $120^\circ$ . У порівнянні з однофазною трифазна система електричних кіл має важливі техніко-економічні переваги:

1. Трифазні генератори, електродвигуни та трансформатори тієї ж потужності є компактнішими (вимагають менше міді та сталі) та дешевшими у виготовленні.
2. Від одного джерела електроенергії в трифазній мережі можна отримати для споживачів два види напруги (лінійну та фазну), які відрізняються в  $\sqrt{3}$  разів.
3. Значно (до 30 %) економляться кольорові метали (мідь, алюміній) та залізо в електропроводах електричних мереж.
4. Трифазною системою струмів легко утворюється обертове магнітне поле, яке використовується в найбільш простих, дешевих та надійних у роботі трифазних асинхронних електродвигунах та в інших електричних машинах.

#### 3.2. Принципи отримання та форми подання трифазної системи ЕРС

Джерелом трифазних синусоїдних ЕРС є трифазний (синхронний) генератор, який перетворює механічну енергію первинного двигуна в електричну енергію, завдяки перетинанню провідників трифазної обмотки статора силовими лініями обертового магнітного поля. Принцип утворення ЕРС заснований на законі електромагнітної індукції.

Трифазний (синхронний) генератор складається з нерухомого статора та обертового ротора (рис. 3.1). Статор і ротор виготовлені з листів електротехнічної сталі. На статорі розташовані три однакові мідні обмотки – фази:  $A-X$ ,  $B-Y$ ,  $C-Z$ , осі яких зсунуті у просторі на кут  $120^\circ$ . Активні частини обмоток закріплені в пазах сталевого осердя статора, а їх торцеві частини відгинаються, щоб вони не заважали вільному обертанню ротора.

Ротор генератора є джерелом магнітного поля і має систему обмоток, розташованих на полюсах сталевого осердя, які живляться від джерела постійного струму. Форма наконечників полюсів ротора така, що магнітна індукція вздовж повітряного зазору між статором та наконечниками полюсів ротора змінюється за законом синуса.

У разі обертання ротора за годинниковою стрілкою магнітні силові лінії, які замикаються крізь статор, перетинають активні ділянки фазних котушок статора та індукують в них синусоїдні ЕРС, що зсунуті одна відносно одної за фазою на одну третину періоду, тобто на  $120^\circ$ .

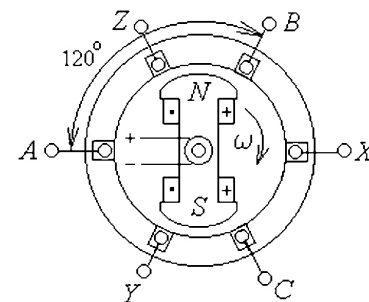


Рис. 3.1. Схема трифазного генератора

Візьмемо за момент відліку часу такий момент, коли ЕРС у фазі  $A$  дорівнює нулю, тобто вирази для синусоїдних ЕРС у кожній фазі генератора мають вигляд:

$$\begin{aligned} e_A &= E_m \sin \omega t; \\ e_B &= E_m \sin(\omega t - 120^\circ); \\ e_C &= E_m \sin(\omega t - 240^\circ) = E_m \sin(\omega t + 120^\circ). \end{aligned} \quad (3.1)$$

Унаслідок конструктивної симетрії (розташування фазних обмоток) амплітудні значення ЕРС  $E_m$  усіх трьох фаз рівні, і симетрична трифазна система ЕРС генератора (3.1) може бути записана в комплексній формі для діючих значень:

$$\underline{E}_A = E e^{j0^\circ}; \underline{E}_B = E e^{-j120^\circ}; \underline{E}_C = E e^{j120^\circ} \quad (3.2)$$

Графіки цих ЕРС зображені на рис. 3.2, а.

Розглядаючи трифазні кола, комплексну площину часто повертають на  $90^\circ$  проти ходу годинникової стрілки. У цьому випадку векторна діаграма комплексних ЕРС трифазного генератора набула такого вигляду (рис. 3.2, б):

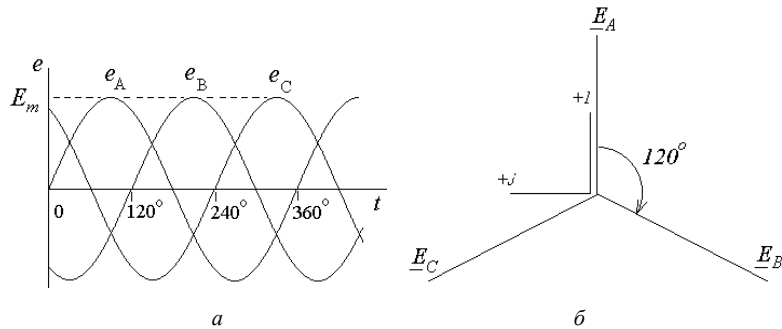


Рис. 3.2. ЕРС трифазного генератора:

а – графік трифазної симетричної ЕРС; б – векторна діаграма ЕРС

Враховуючи векторну діаграму трифазного генератора (рис. 3.2), сума комплексних діючих значень дорівнює нулю:

$$\underline{E}_A + \underline{E}_B + \underline{E}_C = 0, \quad (3.3)$$

та сума миттєвих значень ЕРС у будь-який момент часу (рис. 3.2, а) дорівнює нулю:

$$e_A + e_B + e_C = 0. \quad (3.4)$$

Систему ЕРС, в якій ЕРС окремих фаз рівні за значеннями і зміщені відносно одна одної на однаковий кут ( $120^\circ$  у трифазному колі), називають *симетричною*.

З'єднавши кожну фазу генератора за допомогою електропровідників зі споживачами, що мають опори  $\underline{Z}_A$ ,  $\underline{Z}_B$ ,  $\underline{Z}_C$ , отримаємо трифазне незв'язане електричне коло, кожне коло якого є однофазним.

Векторна діаграма цього трифазного кола під час активно-індуктивного навантаження зображена на рис. 3.3, б.

За умовно позитивний напрямок ЕРС і струмів у трифазному генераторі умовно береться напрямок від кінця фазної обмотки статора до її початку, а напруги в протилежному напрямку.

В електропроводах мережі, які з'єднують початки обмоток, струми завжди зазначають спрямованими до навантаження.

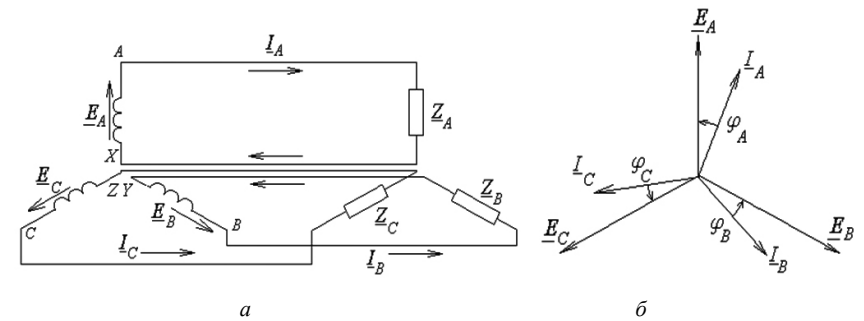


Рис. 3.3. Електрична незв'язана трифазна система:

а – коло трифазної системи; б – векторна діаграма трифазної системи

Навантаження називають симетричним, якщо комплексні опори фаз споживачів однакові:

$$\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C. \quad (3.5)$$

Оскільки  $\underline{Z} = Z e^{j\varphi}$ , то мають бути рівними і модулі, і кути зсуву фаз:

$$Z_A = Z_B = Z_C; \varphi_A = \varphi_B = \varphi_C, \quad (3.6)$$

у разі симетричного навантаження струми у фазах дорівнюють один одному:

$$I_A = I_B = I_C. \quad (3.7)$$

### 3.3. З'єднання фаз генератора і приймачів зіркою

У незв'язаній трифазній системі ЕРС джерела (рис. 3.3, а) електроенергія передається від генератора до приймачів шістьма дротами.

У разі з'єднання зіркою кінці фаз  $X, Y, Z$  об'єднують в одну спільну точку, яку називають нейтральною точкою ( $N$  – нейтраль генератора,  $n$  – нейтраль приймача). Провідник, який з'єднує ці дві нейтральні точки джерела і споживача, називають нейтральним. В такому випадку, генератор з'єднаний зі споживачем за допомогою трьох провідників, що мають назву лінійні провідники. Таким чином утворюється чотирипровідна система, з'єднана в зірку з нейтральним проводом (рис. 3.4). Зіркою з'єднані і фази генератора, і фази приймача.

У таких системах розрізняють фазні і лінійні струми та напруги.

*Фазна напруга* – це напруга між початком і кінцем фази. На лінії – це напруга між лінійним і нейтральним провідниками:  $U_A, U_B, U_C$ . Це фазні напруги джерела. На джерелі фазні напруги беруться рівними ЕРС.

*Лінійна напруга* – це напруга між фазами або лінійними провідниками:  $U_{AB}, U_{BC}, U_{CA}$ .

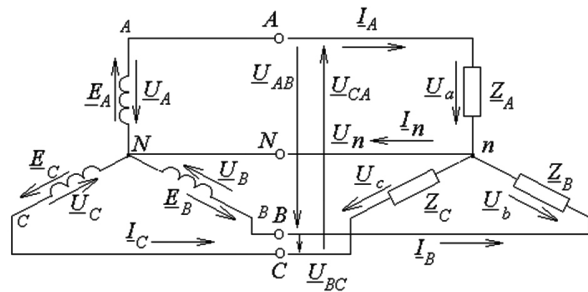


Рис. 3.4. Схема трифазного кола у разі з'єднання генератора та приймачів зіркою

Струми у фазах називають фазними. Струми у лінійних провідниках називають лінійними:  $I_A, I_B, I_C$ . У разі з'єднання обмоток зіркою фазна обмотка генератора, відповідний лінійний провід та фазний приймач утворюють ділянку з послідовним з'єднанням елементів.

Ми дійшли важливого висновку, що у разі з'єднання зіркою лінійні струми дорівнюють фазним:

$$I_L = I_\phi. \quad (3.8)$$

Через те, що струм у нейтральному проводі  $I_n$  завжди набагато менший за струми  $I_A, I_B, I_C$  у лінійних проводах чотирипровідної системи, його поперечний переріз вибирають у два–три рази меншим, ніж у лінійних проводах.

З рис. 3.4 відповідно до другого закону Кірхгофа маємо:

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_A - \underline{U}_B; \quad \underline{U}_{BC} = \underline{U}_B - \underline{U}_C; \quad \underline{U}_{CA} = \underline{U}_C - \underline{U}_A. \quad (3.9)$$

Цим співвідношенням відповідає така векторна діаграма (рис. 3.5). У разі графічного визначення лінійних напруг зручно замінити векторне віднімання фазних напруг їх геометричним додаванням, наприклад, у комплексному вигляді  $\underline{U}_{AB} = \underline{U}_A + (-\underline{U}_B)$ . Однак простіше визначити різницю векторів за правилами їхнього віднімання.

Система напруг джерела завжди симетрична (з трикутника *тпн* рис. 3.5):

$$\frac{U_L}{2} = U_A \cos 30^\circ = U_\phi \frac{\sqrt{3}}{2},$$

звідки отримаємо:

$$U_L = \sqrt{3} \cdot U_\phi. \quad (3.10)$$

Отже, якщо система напруг симетрична, то лінійні напруги перевищують фазні у  $\sqrt{3}$  разів у випадку з'єднання приймачів зіркою. В електроустановках низької напруги широко використовуються напруги зі співвідношеннями:

$$\frac{U_L}{U_\phi} = \sqrt{3}; \quad \frac{220}{127}; \quad \frac{380}{220}; \quad \frac{660}{380} \text{ В.}$$

З'єднання трифазного генератора зіркою дає можливість використовувати для споживачів будь-яку з двох напруг – фазну або лінійну.

За першим законом Кірхгофа, для схеми (рис. 3.4) можна записати:

$$\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C, \quad (3.11)$$

а за законом Ома виразити струм у нейтральному проводі:

$$\underline{I}_N = \frac{\underline{U}_N}{\underline{Z}_N} = \underline{U}_N \underline{Y}_N, \quad (3.12)$$

де  $\underline{Y}_N = \frac{1}{\underline{Z}_N}$  – провідність нейтрального провідника.

Напруги на фазах приймачів можна визначати за другим законом Кірхгофа таким чином:

$$\underline{U}_a = \underline{U}_A - \underline{U}_N; \quad \underline{U}_b = \underline{U}_B - \underline{U}_N; \quad \underline{U}_c = \underline{U}_C - \underline{U}_N. \quad (3.13)$$

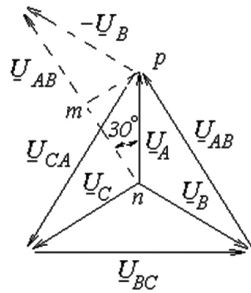


Рис. 3.5. Векторна діаграма напруг у разі з'єднання обмоток генератора зіркою

Враховуючи напругу  $\underline{U}_a$  на фазі приймача, струм у фазі  $A$  можна записати таким чином  $\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_a}{\underline{Z}_a} = \underline{U}_a \underline{Y}_a$ . Аналогічно напишемо вирази для всіх фаз трифазного кола:

$$\begin{aligned} \underline{I}_A &= (\underline{U}_A - \underline{U}_N) \underline{Y}_a, \\ \underline{I}_B &= (\underline{U}_B - \underline{U}_N) \underline{Y}_b; \\ \underline{I}_C &= (\underline{U}_C - \underline{U}_N) \underline{Y}_c. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Підставляючи рівняння (3.12) і (3.14) у рівняння (3.11) отримаємо:

$$\underline{U}_N \underline{Y}_N = (\underline{U}_A - \underline{U}_N) \underline{Y}_a + (\underline{U}_B - \underline{U}_N) \underline{Y}_b + (\underline{U}_C - \underline{U}_N) \underline{Y}_c. \quad (3.15)$$

Звідси остаточно отримаємо вираз для напруги нейтралі:

$$\underline{U}_N = \frac{\underline{U}_A \underline{Y}_a + \underline{U}_B \underline{Y}_b + \underline{U}_C \underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c + \underline{Y}_N}. \quad (3.16)$$

За відсутністю нейтрального провідника  $\underline{Z}_N = \infty \Rightarrow \underline{Y}_N \rightarrow 0$  і формула (3.16) набуває такого вигляду:

$$\underline{U}_N = \frac{\underline{U}_A \underline{Y}_a + \underline{U}_B \underline{Y}_b + \underline{U}_C \underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c}. \quad (3.17)$$

З рівняння (3.16) виходить, що якщо навантаження симетричне, тобто  $\underline{Y}_a = \underline{Y}_b = \underline{Y}_c = \underline{Y}$ , то напруга на нейтралі дорівнює нулю  $\underline{U}_N = 0$ , струм у нейтральному проводі дорівнює нулю  $\underline{I}_N = \underline{U}_N \underline{Y}_N = 0$  і комплексна (векторна) сума струмів фаз дорівнює нулю:

$$\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 0. \quad (3.18)$$

З виразу (3.14) виходить, що фазні напруги споживачів будуть дорівнювати відповідним фазним напругам джерела:

$$\underline{U}_a = \underline{U}_A; \quad \underline{U}_b = \underline{U}_B; \quad \underline{U}_c = \underline{U}_C. \quad (3.19)$$

У разі *несиметричного навантаження і за відсутності нейтрального провідника*, отримаємо:  $\underline{U}_a \neq \underline{U}_b \neq \underline{U}_c$ .

Із формули (3.16) маємо те, що напруга нейтралі не нульова  $\underline{U}_N \neq 0$ .

Таким чином, якщо навантаження несиметричне і нейтральний провідник відсутній, то напруга нейтралі  $\underline{U}_N \neq 0$ , а відповідно і фазні напруги споживачів, як це виходить з рівняння (3.13), не дорівнюють фазним напругам джерела:

$$\underline{U}_a \neq \underline{U}_A; \quad \underline{U}_b \neq \underline{U}_B; \quad \underline{U}_c \neq \underline{U}_C. \quad (3.20)$$

Отже, відбувається перекіс фазних напруг споживачів за відсутності нейтрального провідника та за умови несиметричного навантаження.

Таким чином, відсутність або обрив нейтрального проводу в трифазному колі, що з'єднане за схемою “зірка”, у разі несиметричного навантаження, створює собою аварійний режим. Він призводить до небажаних явищ: різкої несиметрії фазних напруг і струмів навантаження, тобто до порушення нормального

режиму роботи приймачів. Тому в чотирипровідній системі у нейтральний провід забороняється ставити вимикачі та запобіжники.

У разі *несиметричного навантаження і наявності нейтрального провідника* зберігається рівність фазних напруг споживачів і джерела, оскільки  $Z_N \approx 0$ , то напруга нейтралі дорівнює нулю  $\underline{U}_N = \underline{I}_N \underline{Z}_N = 0$ , тому:

$$\underline{U}_a = \underline{U}_A; \quad \underline{U}_b = \underline{U}_B; \quad \underline{U}_c = \underline{U}_C \quad (3.21)$$

Отже, нульовий провідник забезпечує рівність фазних напруг джерела і споживачів у разі несиметричного навантаження.

Таким чином, у чотирипровідній системі напруги навантаження практично симетричні, тому ця мережа, наприклад система 380/220 В, застосовується для живлення освітлювального або змішаного (освітлювального та силового) несиметричного навантаження. У разі повного розвантаження однієї або двох фаз і навіть в аварійних режимах (під час обриву одного, чи двох лінійних проводів) залишені під напругою однофазні приймачі будуть працювати задовільно.

### 3.4. З'єднання фаз генератора і приймачів трикутником

У разі з'єднання трикутником фази джерела або споживача з'єднані у замкнений контур (рис. 3.6). Це замикання трьох фаз генератора не є їх коротким замиканням оскільки між миттєвими ЕРС наявні фазові зсуви  $120^\circ$ .

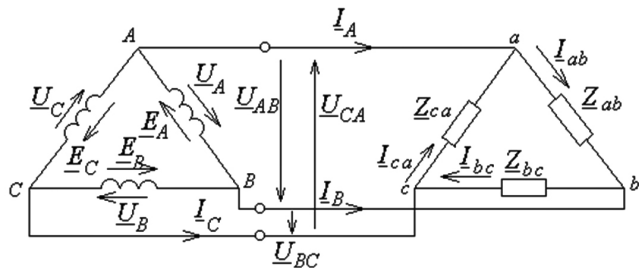


Рис. 3.6. Схема трифазного кола у разі з'єднання генератора та приймачів трикутником

Трифазна система, яка з'єднана трикутником, є трипровідною. Електроенергія від генератора до приймачів передається трьома лінійними проводами.

Спосіб з'єднання фаз споживача не залежить від способу з'єднання фаз джерела. Кожна фаза приймача вмикається між двома лінійними провідниками, а отже, у разі з'єднання трикутником лінійні напруги є фазними:

$$U_{\text{л}} = U_{\text{ф}} \quad (3.22)$$

Фазні струми за законом Ома можуть бути визначені через фазні напруги таким чином:

$$\underline{I}_{ab} = \frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{Z}_{ab}}; \quad \underline{I}_{bc} = \frac{\underline{U}_{BC}}{\underline{Z}_{bc}}; \quad \underline{I}_{ca} = \frac{\underline{U}_{CA}}{\underline{Z}_{ca}}. \quad (3.23)$$

Лінійні струми можна визначити за першим законом Кірхгофа, наприклад, для вузла *a* (рис. 3.6):  $\underline{I}_A + \underline{I}_{ca} = \underline{I}_{ab}$ , звідки отримуємо співвідношення між лінійними й фазними струмами:

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{ca}; \quad \underline{I}_B = \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab}; \quad \underline{I}_C = \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc} \quad (3.24)$$

Оскільки кути зсуву фаз навантаження  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  задані (залежать від характеру навантаження), то вектори лінійних струмів можна побудувати за рівнянням (3.24).

Якщо навантаження симетричне, тобто їх повні комплексні опори рівні  $\underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_{bc} = \underline{Z}_{ca}$ , то рівні і всі фазні струми:

$$\underline{I}_{ab} = \underline{I}_{bc} = \underline{I}_{ca} \quad (3.25)$$

і всі лінійні струми:

$$\underline{I}_A = \underline{I}_B = \underline{I}_C \quad (3.26)$$

Для отримання залежності між фазними і лінійними струмами розглянемо один із трикутників, наприклад, трикутник *pnt* (рис. 3.7), звідки отримаємо співвідношення:

$$\frac{I_{\text{л}}}{2} = I_{ca} \cos 30^\circ = I_{\text{ф}} \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Таким чином, у разі симетричного навантаження і з'єднання трикутником лінійний струм більший за фазний у  $\sqrt{3}$  разів:

$$I_{\text{л}} = \sqrt{3}I_{\text{ф}} \quad (3.27)$$

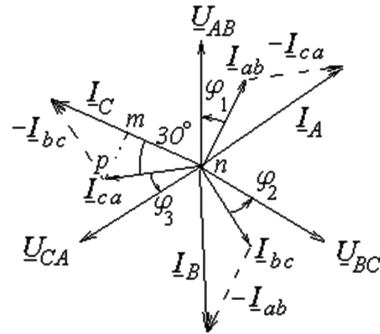


Рис. 3.7. Векторна діаграма трифазного кола з'єданого трикутником у разі симетричного навантаження

Якщо навантаження несиметричне, то ця умова не виконується, однак струми у фазах не залежатимуть від опору інших фаз. Тому з'єднання трикутником часто застосовують у разі несиметричного навантаження.

### 3.5. Потужність трифазного електричного кола

У загальному випадку активна потужність трифазного кола дорівнює сумі потужностей, що споживає кожна фаза:

$$P = P_A + P_B + P_C \quad (3.28)$$

У разі симетричного навантаження фазні напруги, струми та  $\cos\varphi$ , а відповідно й фазні потужності  $P_{\text{ф}}$  рівні поміж собою, тому  $P = 3P_{\text{ф}}$ .

Оскільки активна фазна потужність  $P_{\text{ф}} = U_{\text{ф}}I_{\text{ф}}\cos\varphi_{\text{ф}}$ , то потужність всього трифазного кола дорівнює:

$$P = 3U_{\text{ф}}I_{\text{ф}}\cos\varphi_{\text{ф}}, \quad (3.29)$$

де  $\varphi_{\text{ф}}$  – кут зсуву фаз між фазними напругами і струмом.

У разі з'єднання зіркою у разі симетричного навантаження маємо такі співвідношення між лінійними й фазними напругами та струмами:

$$U_{\text{ф}} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}}; I_{\text{ф}} = I_{\text{л}}.$$

Після підстановки у формулу (3.29) отримаємо:

$$P = 3U_{\text{ф}}I_{\text{ф}}\cos\varphi = 3\frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}}I_{\text{л}}\cos\varphi = \sqrt{3}U_{\text{л}}I_{\text{л}}\cos\varphi. \quad (3.30)$$

У разі з'єднання трикутником маємо такі співвідношення між лінійними й фазними напругами та струмами у разі симетричного навантаження:

$$I_{\text{ф}} = \frac{I_{\text{л}}}{\sqrt{3}}; U_{\text{ф}} = U_{\text{л}}.$$

Після підставлення цих співвідношень у формулу (3.29) отримуємо аналогічні вирази:

$$P = 3U_{\text{ф}}I_{\text{ф}}\cos\varphi = 3\frac{I_{\text{л}}}{\sqrt{3}}U_{\text{л}}\cos\varphi = \sqrt{3}U_{\text{л}}I_{\text{л}}\cos\varphi. \quad (3.31)$$

Незалежно від способу з'єднання активні потужності електричного кола у разі симетричного навантаження дорівнюють:

$$P = 3U_{\text{ф}}I_{\text{ф}}\cos\varphi = \sqrt{3}U_{\text{л}}I_{\text{л}}\cos\varphi. \quad (3.32)$$

Аналогічно можна записати рівняння для реактивної та повної потужності:

$$Q = 3U_{\text{ф}}I_{\text{ф}}\sin\varphi = \sqrt{3}U_{\text{л}}I_{\text{л}}\sin\varphi; \quad (3.33)$$

$$S = 3U_{\text{ф}}I_{\text{ф}} = \sqrt{3}U_{\text{л}}I_{\text{л}}. \quad (3.34)$$

### 3.6. Використання трифазного синусоїдного струму в системах і комплексах

#### зразків БТОТ

Для забезпечення роботи систем керування озброєнням танків і БМП, а також бортових навігаційних пристроїв, таких як гіронавікомпас та танкова навігаційна апаратура, в зразках БТОТ окрім електричних кіл постійного струму, виконаних за однодротовою схемою, застосовуються також і електричні кола трифазного синусоїдного струму. Для перетворення постійного струму бортової мережі машини у трифазний синусоїдний струм застосовуються електромашинні перетворювачі напруги і струму. Параметри електричних кіл трифазного синусоїдного струму зразків БТОТ та систем надані у табл. 3.1.

Таблиця 3.1

#### Характеристики електричних кіл трифазного синусоїдного струму зразків БТОТ

Зразок БТОТ, на якому застосовуються електричні кола трифазного синусоїдного струму	Значення напруги змінного струму, В	Частота напруги змінного струму, Гц	Марка перетворювача напруги і роду струму, що живить	Струм навантаження у фазі, А	Максимальна потужність, що споживається, ВА: у тривалому режимі (до 6 годин); у короткочасному режимі	Марки систем, які споживають трифазний синусоїдний струм
1	2	3	4	5	6	7
T-64 А	36±4	400±40	ПАГ-1Ф, П	0,3; 3,2	200	гіронавікомпаси: ГПК-48, ГПК-59, Гіроскопи: ГДК, ГДШ та ОТ стабілізатора озброєння

Закінчення таблиці 3.1

1	2	3	4	5	6	7
T-72К, T-64АК, БРМ-1К, БМП-1, БМП-2	$36^{+0,4}_{-0,6}$	400±8	ПАГ-1Ф ПТ- 200Ц	0,3; 3,2	200	танкова навігаційна апаратура ТНА-3; стабілізатори озброєння: 2Е36, 2Е28
T-72А, T-72М, T-72Б, T-72С	40±2	500±2	ПАГ-1Ф 8ЛЮ4	0,3; 6	до 800	приціл-далекомір: ТПД-2-49, 1А40; стабілізатор озброєння: 2Е28; комбінований приціл 1К13; КУРО 9К120 “Свирь”
T-64Б, T-64Б1, T-80УД	$36^{+1,2}_{-3,0}$	400±8	ПАГ-1Ф ПТ-800	0,3; 12	до 800 до 1200	СУВ: 1А33, 1А45; КУРО: 9К113 “Кобра”, 9К119 “Рефлекс”

### 3.7. Приклади розв’язання задач

#### 3.7.1. Розрахунок трифазного кола у випадку симетричного навантаження та з’єднання приймачів зіркою

**Задача.** У трифазну мережу з лінійною напругою  $U_{\text{л}} = 380 \text{ В}$  увімкнено симетричне навантаження, яке з’єднується зіркою. Навантаження складається з двох послідовно з’єднаних споживачів  $Z_{\alpha}$ ,  $Z_{\beta}$  у кожній фазі з параметрами  $R_{\alpha} = 16 \text{ Ом}$ ;  $X_{L\alpha} = 30 \text{ Ом}$ ;  $R_{\beta} = 22,1 \text{ Ом}$ ;  $X_{C\beta} = 8 \text{ Ом}$ .

**Необхідно:**

а) зобразити схему заміщення трифазного кола з ідеальними елементами замість споживачів;



б) визначити фазні і лінійні струми, споживані активну та реактивну потужності;

в) побудувати векторну діаграму.

*Розв'язання:* На рис. 3.8 зображена схема заміщення трифазного кола у разі з'єднання навантаження "зіркою".

$$\text{Фазні напруги у мережі } U_{\phi} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В.}$$

У разі симетричного навантаження фазні напруги споживачів дорівнюють фазним напругам мережі  $U_{\phi}$ , тобто  $U_a = U_b = U_c = U_{\phi} = 220 \text{ В}$ .

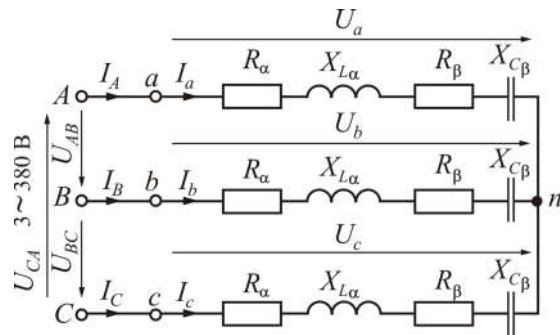


Рис. 3.8. Схема заміщення трифазного кола у разі з'єднання навантаження "зіркою"

Повний опір кожної фази:

$$Z_{\phi} = \sqrt{(R_{\alpha} + R_{\beta})^2 + (X_{L\alpha} - X_{C\beta})^2} = \sqrt{(16 + 22,1)^2 + (30 - 8)^2} = 44 \text{ Ом.}$$

Фазовий зсув між фазними напругою і струмом у кожній фазі:

$$\varphi = \arctg \frac{X_{L\alpha} - X_{C\beta}}{R_{\alpha} + R_{\beta}} = \arctg \frac{30 - 8}{16 + 22,1} = 30^{\circ}.$$

Фазні та лінійні струми:

$$I_{\phi} = \frac{U_{\phi}}{Z_{\phi}} = \frac{220}{44} = 5 \text{ А; } I_a = I_b = I_c = I_{\phi} = 5 \text{ А; } I_A = I_B = I_C = I_{\text{л}} = I_{\phi} = 5 \text{ А.}$$

Активна та реактивна потужності усього кола:

$$P_Y = 3P_{\phi} = 3U_{\phi}I_{\phi}\cos\varphi = 3 \cdot 220 \cdot 5 \cdot \cos 30^{\circ} = 2858 \text{ Вт;}$$

$$Q_Y = 3Q_{\phi} = 3U_{\phi}I_{\phi}\sin\varphi = 3 \cdot 220 \cdot 5 \cdot \sin 30^{\circ} = 1650 \text{ вар.}$$

Векторна діаграма (рис. 3.9) будується таким чином. Вибираємо масштаби струмів та напруг і початкову фазу  $\Psi_{U_A} = 0^{\circ}$  вектора напруги  $\underline{U}_A$  та по горизонтальній осі проводимо цей вектор. Вектори фазних напруг споживачів  $\underline{U}_a, \underline{U}_b, \underline{U}_c$  у разі симетричного навантаження дорівнюють векторам напруг мережі  $\underline{U}_A, \underline{U}_B, \underline{U}_C$  і створюють трифазну симетричну систему, тобто мають однакові діючі значення і зсунуті за фазою одна до одної під кутом  $120^{\circ}$ . Вектор напруги  $\underline{U}_B$  відстає від вектора  $\underline{U}_A$  на кут  $120^{\circ}$ , тому він повертається на цей кут за рухом годинникової стрілки, а вектор напруги  $\underline{U}_C$  випереджає вектор  $\underline{U}_A$  на кут  $120^{\circ}$ , тому він повертається на цей кут проти руху годинникової стрілки.

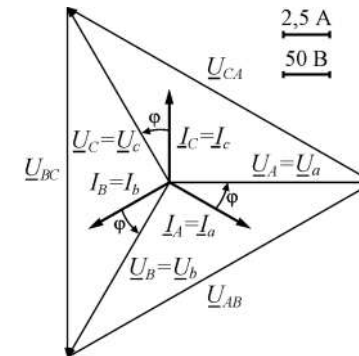


Рис. 3.9. Векторна діаграма для схеми із навантаженням "зіркою"

Вектори лінійних напруг  $\underline{U}_{AB}, \underline{U}_{BC}, \underline{U}_{CA}$  будують з використанням другого закону Кірхгофа за формулами:

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_A - \underline{U}_B; \quad \underline{U}_{BC} = \underline{U}_B - \underline{U}_C; \quad \underline{U}_{CA} = \underline{U}_C - \underline{U}_A,$$

тобто з'єднаємо кінці векторів напруг  $\underline{U}_A, \underline{U}_B, \underline{U}_C$  між собою і одержимо вектори лінійних напруг (рис. 3.9).

Кожний фазний струм відстає від своєї фазної напруги на кут  $\varphi = 30^{\circ}$ , тому він повертається на векторній діаграмі за рухом годинникової стрілки на цей кут відносно своєї фазної напруги.

### 3.7.2. Розрахунок трифазного кола у разі симетричного навантаження та з'єднання приймачів трикутником

**Задача.** У трифазну мережу з лінійною напругою  $U_{\text{л}} = 380$  В увімкнено симетричне навантаження, яке з'єднується “трикутником”. Навантаження складається з двох послідовно з'єднаних споживачів  $Z_{\alpha}$ ,  $Z_{\gamma}$  у кожній фазі з параметрами  $R_{\alpha} = 20$  Ом;  $R_{\gamma} = 10$  Ом;  $X_{C\gamma} = 30$  Ом.

Необхідно:

- зобразити схему заміщення трифазного кола з ідеальними елементами замість споживачів;
- визначити фазні і лінійні струми, а також споживані активну та реактивну потужності;
- побудувати векторну діаграму.

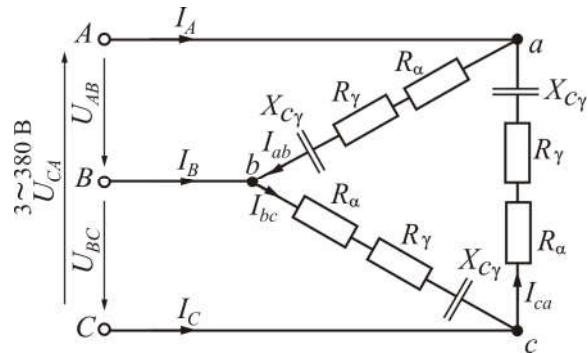


Рис. 3.10. Схема заміщення трифазного кола у разі з'єднання навантаження “трикутником”

**Розв'язання:** На рис. 3.10 зображена схема заміщення трифазного кола у випадку з'єднання споживачів “трикутником”.

Повний опір кожної фази вираховується за формулою:

$$Z_{\phi} = \sqrt{(R_{\alpha} + R_{\gamma})^2 + (-X_{C\gamma})^2} = \sqrt{(20 + 10)^2 + (-30)^2} = 42,43 \text{ Ом.}$$

Фазовий зсув між фазними напругою і струмом у кожній фазі дорівнює:

$$\varphi = \arctg \frac{-X_{C\gamma}}{R_{\alpha} + R_{\gamma}} = \arctg \frac{-30}{20 + 10} = -45^{\circ}.$$

У разі з'єднання споживачів у “трикутник” фазні напруги  $U_{ab}$ ,  $U_{bc}$ ,  $U_{ca}$  збігаються з відповідними лінійними напругами мережі  $U_{AB}$ ,  $U_{BC}$ ,  $U_{CA}$ , тому фазні напруги споживачів  $U_{\phi} = U_{\text{л}} = 380$  В.

$$\text{Фазні струми: } I_{\phi} = \frac{U_{\phi}}{Z_{\phi}} = \frac{380}{42,43} = 8,96 \text{ А; } I_{ab} = I_{bc} = I_{ca} = I_{\phi} = 8,96 \text{ А.}$$

$$\text{Лінійні струми: } I_A = I_B = I_C = I_{\text{л}} = \sqrt{3} I_{\phi} = \sqrt{3} \cdot 8,96 = 15,52 \text{ А.}$$

Активна та реактивна потужності усього кола:

$$P_{\Delta} = 3P_{\phi} = 3U_{\phi} I_{\phi} \cos \varphi = 3 \cdot 380 \cdot 8,96 \cdot \cos(-45^{\circ}) = 7222 \text{ Вт;}$$

$$Q_{\Delta} = 3Q_{\phi} = 3U_{\phi} I_{\phi} \sin \varphi = 3 \cdot 380 \cdot 8,96 \cdot \sin(-45^{\circ}) = -7222 \text{ вар.}$$

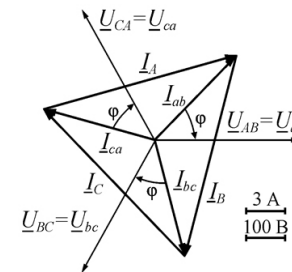


Рис. 3.11. Векторна діаграма для схеми із навантаженням “трикутником”

Векторна діаграма (рис. 3.11), будується таким чином. Визначаємо масштаби струмів та напруг і вибираємо початкову фазу  $\psi_{U_{AB}} = 0^{\circ}$  вектора напруги  $\underline{U}_{AB}$  та по горизонтальній осі проводимо цей вектор. Вектори лінійних напруг мережі  $\underline{U}_{AB}$ ,  $\underline{U}_{BC}$ ,  $\underline{U}_{CA}$  створюють трифазну симетричну систему, тобто вони мають однакові діючі значення і зсунуті за фазою одна відносно іншої на кут  $120^{\circ}$ .

Вектор напруги  $\underline{U}_{BC}$  відстає від вектора  $\underline{U}_{AB}$  на кут  $120^{\circ}$ , тому він повертається на цей кут за рухом годинникової стрілки, а вектор напруги  $\underline{U}_{CA}$  випереджає вектор  $\underline{U}_{AB}$  на кут  $120^{\circ}$ , тому він повертається на цей кут проти руху годинникової стрілки. Кожний вектор фазного струму  $I_{ab}$ ,  $I_{bc}$ ,  $I_{ca}$  випереджає свій фазний вектор напруги на кут  $\varphi = -45^{\circ}$ , тому він повертається проти руху годинникової стрілки на цей кут відносно фазної напруги.

Вектори лінійних струмів  $I_A, I_B, I_C$  будують з використанням першого закону Кірхгофа за такими формулами:

$$I_A = I_{ab} - I_{ca}, \quad I_B = I_{bc} - I_{ab}, \quad I_C = I_{ca} - I_{bc},$$

тобто з'єднаємо кінці векторів струмів  $I_{ab}, I_{bc}, I_{ca}$  між собою і одержимо вектори лінійних струмів, як це зображено на рис. 3.11.

### 3.7.3. Розрахунок трифазного кола у разі несиметричного навантаження та з'єднання приймачів зіркою

**Задача.** У трифазну мережу з лінійною напругою  $U_{\text{л}} = 380$  В увімкнено несиметричне навантаження споживачів  $Z_a, Z_b$  і  $Z_\gamma$  зіркою з нейтраллю. Параметри споживачів:  $R_a = 12$  Ом,  $X_{La} = 16$  Ом,  $R_b = 32$  Ом,  $X_{Cb} = 24$  Ом,  $X_{L\gamma} = 20$  Ом.

Необхідно:

- зобразити електричну схему трифазного кола з ідеальними елементами замість споживачів;
- визначити фазні та лінійні струми, а також струм у нейтральному проводі;
- визначити споживані активну та реактивну потужності;
- побудувати векторну діаграму.

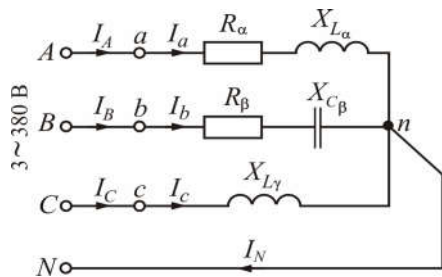


Рис. 3.12. Електрична схема трифазного кола з нейтральним проводом

**Розв'язання:** На рис. 3.12 зображена електрична схема трифазного кола, при з'єднанні споживачів за схемою зірка з нейтраллю.

Фазні напруги мережі:

$$U_A = U_B = U_C = U_\phi = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В.}$$

За наявності нейтрального проводу фазні напруги мережі дорівнюють фазним напругам на споживачах:

$$U_A = U_a; \quad U_B = U_b; \quad U_C = U_c.$$

$$U_a = U_b = U_c = U_\phi = 220 \text{ В.}$$

Повні опори й кути зсуву фаз навантаження:

$$Z_a = \sqrt{R_a^2 + X_{La}^2} = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20 \text{ Ом}, \quad Z_b = \sqrt{R_b^2 + (-X_{Cb})^2} = \sqrt{32^2 + (-24)^2} = 40 \text{ Ом},$$

$$Z_\gamma = X_{L\gamma} = 20 \text{ Ом}, \quad \varphi_a = \arctg \frac{X_{La}}{R_a} = \arctg \frac{16}{12} = 53,13^\circ;$$

$$\varphi_b = \arctg \frac{-X_{Cb}}{R_b} = \arctg \frac{-24}{32} = -36,87^\circ; \quad \varphi_\gamma = 90^\circ.$$

Діючі значення фазних струмів, які дорівнюють лінійним, визначаються за формулами:

$$I_a = I_A = \frac{U_a}{Z_a} = \frac{220}{20} = 11 \text{ А}, \quad I_b = I_B = \frac{U_b}{Z_b} = \frac{220}{40} = 5,5 \text{ А}, \quad I_c = I_C = \frac{U_c}{Z_\gamma} = \frac{220}{20} = 11 \text{ А}.$$

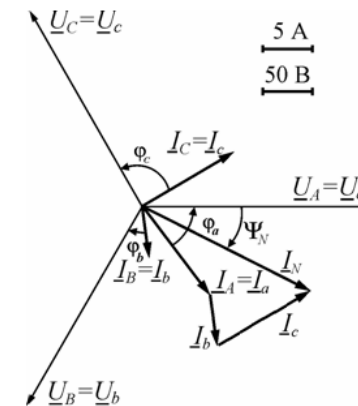


Рис. 3.13. Векторна діаграма схеми кола з нейтральним проводом

Побудуємо векторну діаграму (рис. 3.13) за електричною схемою (рис. 3.12).

Беремо початкову фазу напруги для фази  $A$   $\psi_{U_A} = 0^\circ$  і будуємо векторну діаграму напруг і струмів, як у попередньому прикладі.

Визначаємо діюче значення струму в нейтральному проводі ( $I_N = I_a + I_b + I_c$ ) прямим вимірюванням довжини вектора  $I_N$  і множенням її на масштаб струму ( $I_N = 19$  А). Початкова фаза струму нейтрального проводу дорівнює  $\psi_{i_N} = -27,5^\circ$ .

Можна перевірити одержані результати, звернувшись до символічного методу. Фазні синусоїдні напруги утворюють трифазну симетричну систему:

$$\underline{U}_A = \underline{U}_a = 220 \text{ В}; \quad \underline{U}_B = \underline{U}_b = 220 e^{-j120^\circ} \text{ В}; \quad \underline{U}_C = \underline{U}_c = 220 e^{j120^\circ} \text{ В}.$$

Комплексні повні опори фаз споживачів:

$$\underline{Z}_a = Z_a e^{j\varphi_a} = 20 e^{j53,13^\circ} \text{ В}, \quad \underline{Z}_b = Z_b e^{j\varphi_b} = 40 e^{-j36,87^\circ} \text{ В},$$

$$\underline{Z}_c = Z_c e^{j\varphi_c} = 20 e^{j90^\circ} \text{ В}.$$

Лінійні і фазні струми:

$$I_A = I_a = \frac{U_a}{Z_a} = \frac{220 e^{j0^\circ}}{20 e^{j53,13^\circ}} = 11 e^{-j53,13^\circ} = 6,6 - j8,8 \text{ А};$$

$$I_B = I_b = \frac{U_b}{Z_b} = \frac{220 e^{-j120^\circ}}{40 e^{-j36,87^\circ}} = 5,5 e^{-j83,13^\circ} = 0,66 - j5,46 \text{ А};$$

$$I_C = I_c = \frac{U_c}{Z_c} = \frac{220 e^{j120^\circ}}{20 e^{j90^\circ}} = 11 e^{j30^\circ} = 9,53 + j5,5 \text{ А},$$

де діючі значення фазних струмів, які дорівнюють лінійним, становлять:

$$I_a = I_A = 11 \text{ А}; \quad I_b = I_B = 5,5 \text{ А}; \quad I_c = I_C = 11 \text{ А};$$

початкові фази струмів дорівнюють:

$$\psi_{i_a} = -53,13^\circ; \quad \psi_{i_b} = -83,13^\circ; \quad \psi_{i_c} = 30^\circ.$$

Струм у нейтральному проводі вираховується за формулою:

$$I_N = I_a + I_b + I_c = 6,6 - j8,8 + 0,66 - j5,46 + 9,53 + j5,5 = 16,79 - j8,76 =$$

$$= 18,94 e^{-j27,55^\circ} \text{ А},$$

де діюче значення струму в нейтральному проводу  $I_N = 18,94$  А, а його початкова фаза  $\psi_{i_N} = -27,55^\circ$ .

Отже, значення струму збігаються зі значеннями, із векторної діаграми.

Активна та реактивна потужності усього кола:

$$P = P_a + P_b + P_c = U_a \cdot I_a \cdot \cos \varphi_a + U_b \cdot I_b \cdot \cos \varphi_b + U_c \cdot I_c \cdot \cos \varphi_c =$$

$$= 220 \cdot 11 \cdot \cos 53,13^\circ + 220 \cdot 5,5 \cdot \cos(-36,87^\circ) + 220 \cdot 11 \cdot \cos 90^\circ = 2420 \text{ Вт};$$

$$Q = Q_a + Q_b + Q_c = U_a \cdot I_a \cdot \sin \varphi_a + U_b \cdot I_b \cdot \sin \varphi_b + U_c \cdot I_c \cdot \sin \varphi_c =$$

$$= 220 \cdot 11 \cdot \sin 53,13^\circ + 220 \cdot 5,5 \cdot \sin(-36,87^\circ) + 220 \cdot 11 \cdot \sin 90^\circ = 3630 \text{ Вт}.$$

### Контрольні запитання

1. Назвіть важливі техніко-економічні переваги трифазної електричної системи, які вона має у порівнянні з однофазною системою.
2. Наведіть основні принципи отримання трифазної системи ЕРС.
3. Вкажіть співвідношення між фазними та лінійними напругами та струмами у разі з'єднання приймачів за схемою “зірка” та “трикутник”.
4. Накресліть векторні діаграми у разі з'єднання приймачів за схемою “зірка” та “трикутник”.
5. Що таке “симетричне” та “несиметричне” навантаження?
6. Для чого і коли використовується нейтральний провід?
7. Як розрахується потужність, яку споживає трифазна система?
8. Надайте приклади використання трифазного синусоїдного струму в системах і комплексах зразків БТОТ.

## 4. ПЕРЕХІДНІ ПРОЦЕСИ У ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ

Перехідними називають електромагнітні процеси, що виникають в електричному колі під час переходу від одного усталеного режиму до іншого. У колах тільки з резистивними елементами перехідні процеси не виникають – у них стаціонарний режим роботи встановлюється миттєво.

Перехідні процеси мають місце тільки в колах, до складу яких входять індуктивні котушки та конденсатори, у випадку вмикання або вимикання джерела живлення, виникнення аварійного обриву або короткого замикання, а також у разі змінення параметрів кола  $R, L, C$ . При цьому перехід з одного стійкого стану в інший супроводжується зміною струмів і напруг і відбувається не миттєво, а протягом деякого невеликого проміжку часу від часток секунди до декількох секунд.

Так виникає тому, що індукційні та ємнісні елементи є інерційними, тобто змінювання енергії магнітного та електричного полів фізично не може відбуватися миттєво. Тривалість перехідного процесу суттєво залежить і від величини активного опору  $R$  кола, в якому електроенергія незворотно перетворюється в теплоту і розсіюється у навколишній простір.

### 4.1. Закони комутації

Ввімкнення або вимкнення джерела живлення, а також змінювання параметрів кола  $R, L, C$ , які спричинені перехідними процесами, називають комутацією.

Накопичення енергії магнітного поля в індуктивній котушці ( $W_m = \frac{Li^2}{2}$ ) і енергії електричного поля у конденсаторі ( $W_e = \frac{Cu^2}{2}$ ) потребує певного часу, тому що збільшенню струму  $i$  у котушці перешкоджає ЕРС самоіндукції  $e_L = -L \frac{di}{dt}$ , а заряджанню конденсатора, яке супроводжується зростанням напруги  $u$ , перешкоджає поле накопичуваних електричних зарядів.

Ці положення сформульовані у двох законах комутації:

**Перший закон комутації:** *У вітці з індуктивним елементом струм не може змінитися стрибком, тобто струм в останній момент перед комутацією  $i_L(0-)$  і струм відразу після комутації  $i_L(0+)$  дорівнюють один одному:*

$$i_L(0-) = i_L(0+), \quad (4.1)$$

$i_L(t)$  – неперервна функція.

**Другий закон комутації:** *Напруга на ємнісному елементі не може змінитися стрибком, тобто у перший момент перехідного процесу  $u_C(0+)$  вона зберігає значення, яке вона мала до початку перехідного процесу  $u_C(0-)$ :*

$$u_C(0-) = u_C(0+), \quad (4.2)$$

де  $u_C(t)$  – неперервна функція.

### 4.2. Загальні принципи аналізу перехідних процесів

Перехідні процеси у лінійних електричних колах описують за допомогою лінійних диференціальних рівнянь, складених на основі законів Ома та Кірхгофа для миттєвих значень електричних величин, що застосовуються при будь-якому стані електричного кола. Отримані на їх основі лінійні диференціальні рівняння перехідного процесу після розв'язання дають можливість визначити значення струмів та напруг в будь-який момент часу. Постійні інтегрування визначаються, виходячи з початкових умов процесу, за допомогою законів комутації.

Струм і напруга на  $R, L, C$  елементах пов'язані виразами, відповідно:

$$u_R = i \cdot R; \quad u_L = L \frac{di}{dt}; \quad u_C = \frac{1}{C} \int i dt \Leftrightarrow i = C \frac{du_C}{dt}. \quad (4.3)$$

Струм або напруга визначаються загальним інтегралом диференціального рівняння з вільним членом. Загальний інтеграл рівняння становить собою суму часткового рішення цього рівняння і загального рівняння без вільного члена.

Пошуковий струм (або напруга) згідно з принципом накладання (суперпозиції) зручно представити сумою двох складових: усталеної  $i_y$  і вільної  $i_b$ , тобто:

$$i(t) = i_y + i_b. \quad (4.4)$$

В усталеному режимі, який теоретично настає за  $t \rightarrow \infty$ , а практично – у разі зменшення вільної складової  $i_{\text{в}}$  до нуля, результуючий струм дорівнює усталеній складовій  $i = i_{\text{у}}$ . Усталене значення струму  $i_{\text{у}}$  визначається частковим рішенням диференціального рівняння.

Вільна складова струму  $i_{\text{в}}$  визначається розв'язанням диференціального рівняння без вільного члена і з впливанням часу зменшується до нуля.

#### 4.3. Під'єднання котушки індуктивності до джерела постійної напруги

Вмикання котушки індуктивності з параметрами  $R$  і  $L$  на постійну напругу  $U$  (рис. 4.1, а) супроводжується появою в ній проти-ЕРС самоіндукції.

Після замикання вимикача за другим законом Кірхгофа отримаємо такі рівняння:

$$u_R + u_L - U = 0 \quad \text{або} \quad L \frac{di}{dt} + R \cdot i = U. \quad (4.5)$$

Загальне розв'язання диференційного рівняння (4.5) набуло такого вигляду:

$$i(t) = i_{\text{у}} + i_{\text{в}} \quad (4.6)$$

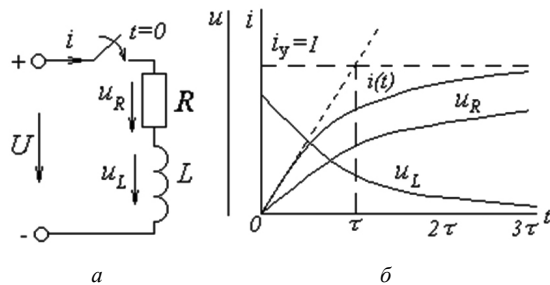


Рис. 4.1. Під'єднання котушки індуктивності до джерела постійної напруги:

а – електрична схема; б – графіки струму та напруг перехідного процесу

Усталений струм  $i_{\text{у}}$  визначається як часткове розв'язання рівняння:

$$i_{\text{у}} = \frac{U}{R} = I. \quad (4.7)$$

Для вільної складової струму  $i_{\text{в}}$  справедливе загальне однорідне диференціальне рівняння першого порядку:

$$L \frac{di_{\text{в}}}{dt} + R \cdot i_{\text{в}} = 0. \quad (4.8)$$

Розв'язанням рівняння (4.8) є показова функція:

$$i_{\text{в}} = A e^{pt}, \quad (4.9)$$

де  $A$  – стала інтегрування;  $e$  – основа натуральних логарифмів;  $p$  – корінь характеристичного рівняння:

$$L \cdot p + R = 0, \quad (4.10)$$

звідки маємо формулу:

$$p = -\frac{R}{L}. \quad (4.11)$$

Підставляючи рівняння (4.7) і (4.9) у рівняння (4.6) отримаємо:

$$i(t) = i_{\text{у}} + i_{\text{в}} = \frac{U}{R} + A e^{-\frac{R}{L}t}. \quad (4.12)$$

Сталу  $A$  визначають з початкової умови у разі  $t = 0$  за першим законом комутації: до під'єднання до джерела струм у котушці був відсутній:  $i(0-) = 0$ , а після під'єднання до джерела струм знаходиться з рівняння (4.12):

$$i_L(0+) = \frac{U}{R} + A.$$

Оскільки  $i_L(0-) = i_L(0+)$ , то  $0 = \frac{U}{R} + A$ , звідки отримаємо сталу  $A$ :

$$A = -\frac{U}{R}. \quad (4.13)$$

Підставляючи рівняння (4.13) в (4.12) отримаємо:

$$i = \frac{U}{R} - \frac{U}{R} e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{U}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) = \frac{U}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right), \quad (4.14)$$

де  $\tau = \frac{L}{R}$  – стала часу електричного кола з котушкою індуктивності, яка має розмірність часу (с).

Чим більше стала часу  $\tau$ , тим повільніше буде змінюватись струм. Стала часу  $\tau$  є мірою електромагнітної інерційності усього кола. Вона дорівнює інтервалу часу, протягом якого вільна складова струму  $i_e$  зменшується у  $e$  разів. Іншими словами,  $\tau$  дорівнює інтервалу часу, протягом якого струм досягає 0,632 свого усталеного значення.

Практично перехідний процес закінчується через  $t = (4...5)\tau$  і струм досягає величини:

$$i = i_y = I = \frac{U}{R}. \quad (4.15)$$

Закон зміни активної та індуктивної напруг визначається рівняннями:

$$u_R = R \cdot i = U \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right);$$

$$u_L = L \frac{di}{dt} = L \frac{U}{L} e^{-\frac{R}{L}t} = U e^{-\frac{R}{L}t}, \quad \text{оскільки} \quad \frac{di}{dt} = +\frac{U}{R} \frac{R}{L} e^{-\frac{R}{L}t} = -\frac{U}{L} e^{-\frac{R}{L}t}.$$

Графіки струму та напруг у разі під'єднання котушки індуктивності до джерела постійної напруги зображені на рис. 4.1, б.

Постійна часу перехідного процесу може мати і геометричний зміст: вона дорівнює відрізку на асимптоті, який відсікається віссю ординат та дотичною до кривої зростаючого струму в початковий момент (рис. 4.1, б).

#### 4.4. Розмикання кола з котушкою індуктивності

Від'єднання індуктивної котушки з параметрами  $R$  і  $L$  від джерела постійної напруги  $U$  (у результаті появи ЕРС самоіндукції, яка перешкоджає зменшенню струму) може супроводжуватись значним підвищенням напруги на ділянках кола.

Стає можливим дуговий розряд між контактами, що розмикаються. Це може викликати пробій ізоляції, вихід з ладу вимірювальних приладів, іскру і навіть дугу між контактами апарата, що вимикає.

Для того, щоб дугового розряду не відбулося, необхідно паралельно котушці ввімкнути розрядний резистор  $R_p$  (рис. 4.2, а).

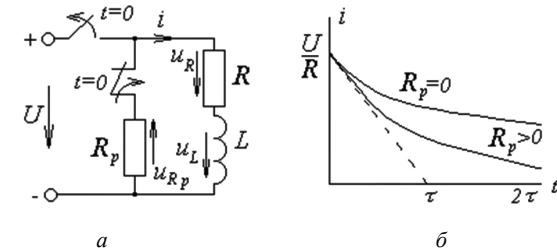


Рис. 4.2. Від'єднання котушки індуктивності:

а – електрична схема; б – графіки перехідного процесу

Після одночасного розмикання одного ключа і замикання іншого за другим законом Кірхгофа запишемо рівняння для замкненого кола:

$$u_R + u_{R_p} + u_L = 0.$$

Після підставлення (4.3) отримаємо однорідне диференціальне рівняння:

$$i \cdot R + i \cdot R_p + L \frac{di}{dt} = 0. \quad (4.16)$$

Перепишемо:

$$L \frac{di}{dt} + R_e \cdot i = 0,$$

де  $R_e = R + R_p$  – еквівалентний активний опір.

З рівняння (4.16) видно, що усталена складова струму  $i_y = 0$ .

Тому струм визначається тільки вільною складовою:

$$i = i_{\text{в}} = A e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (4.17)$$

де  $\tau = \frac{L}{R_e} = \frac{L}{R + R_p}$  – стала часу кола.

Визначаємо сталу інтегрування  $A$  за першим законом комутації: до розмикання ключа:  $i(0-) = \frac{U}{R}$ , а після комутації ключів струм визначається з рівняння (4.17) за  $t = 0$ :  $i(0+) = A$ .

З першого закону комутації  $i(0-) = i(0+)$  визначаємо сталу  $A = \frac{U}{R}$ .

Підставляємо її у рівняння (4.17) і отримуємо рівняння перехідного струму (рис. 4.2, б):

$$i = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (4.18)$$

ЕРС самоіндукції у котушці:

$$\begin{aligned} e_L = -u_L = -L \frac{di}{dt} &= -L \frac{d}{dt} \left( \frac{U}{R} e^{-\frac{R+R_p}{L}t} \right) = L \frac{U}{R} \frac{R+R_p}{L} e^{-\frac{R+R_p}{L}t} = \\ &= U \frac{R+R_p}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} = \left( 1 + \frac{R_p}{R} \right) \cdot U \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}. \end{aligned} \quad (4.19)$$

У момент  $t = 0$  ЕРС миттєво зростає від 0 до максимального значення:

$$e_{L\text{max}} = \left( 1 + \frac{R_p}{R} \right) \cdot U \quad (4.20)$$

Проаналізувавши рівняння (4.20), дійдемо до таких важливих висновків:

1) якщо опір розрядного резистора  $R_p = 0$ , тобто котушка індуктивності вмикається накоротко, то ЕРС самоіндукції буде мінімальною:

$$e_L = U = e_{L\text{min}}. \quad (4.21)$$

При цьому перехідний процес відбувається до тих пір, доки енергія магнітного поля

котушки  $W_m = \frac{Li^2}{2}$  не перетвориться у тепло в опорі  $R$ ;

2) якщо опір  $R_p$  великий (повітряний проміжок), то ЕРС самоіндукції набирає більшого значення, що призводить до пробоя цього проміжку у вимикачі, з'являється електрична дуга на контактах;

3) практично обирають опір розрядного резистора  $R_p = (4...8)R$ , що обмежує перенапругу в момент відмикання кола з індуктивністю до чотирьох – восьмикратної напруги джерела. Перенапруги на індуктивній котушці використовуються в низці пристроїв для отримання високих напруг. На цьому принципі побудовані різні перетворювачі низької постійної напруги у високу.

#### 4.5. Під'єднання котушки індуктивності до джерела синусоїдної напруги

У разі під'єднання індуктивної котушки з параметрами  $R$ - і  $L$ - до джерела синусоїдної напруги (рис. 4.3, а):

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u), \quad (4.22)$$

де  $\psi_u$  – початкова фаза напруги джерела,

в колі встановлюється синусоїдний усталений струм:

$$i_y = I_m \sin(\omega t + \psi_u - \varphi), \quad (4.23)$$

який буде відставати по фазі від напруги на кут  $\varphi = \arctg \frac{X_L}{R}$ ,

де  $I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$  – амплітуда струму;  $X_L = \omega L = 2\pi fL$ .

Для кола, що розглядається, в будь-який момент часу за другим законом Кірхгофа можна записати  $u_L + u_R = u$ . Тоді отримаємо:

$$L \frac{di}{dt} + R \cdot i = u. \quad (4.24)$$

Це диференціальне рівняння першого порядку, відтак вільна складова струму дорівнює:

$$i_{\text{в}} = A e^{pt}, \quad (4.25)$$

де  $p = -\frac{R}{L}$  – корінь характеристичного рівняння для процесу, що згасає.



Загальний розв'язок цього диференціального рівняння будемо шукати у вигляді  $i = i_y + i_b$ , або після підставлення (4.23) і (4.25) отримуємо:

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_u - \varphi) + A e^{-\frac{R}{L}t}. \quad (4.26)$$

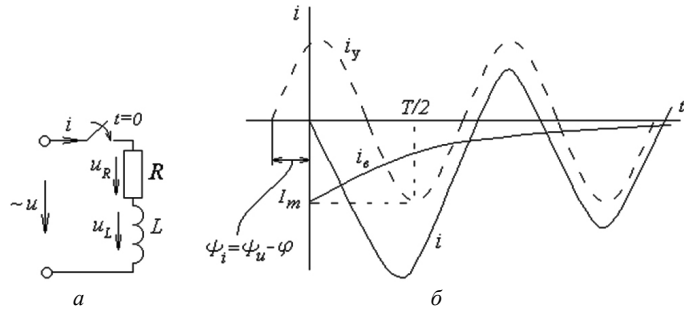


Рис. 4.3. Під'єднання котушки до джерела змінної напруги:

*a* – електрична схема; *б* – графіки струму та його складових

За першим законом комутації можемо зазначити, що до замикання ключа струм був відсутній  $i(0-) = 0$ , а в перший момент після вмикання ключа (із рівняння (4.26)) отримуємо:

$$i(0+) = I_m \sin(\psi_u - \varphi) + A. \quad (4.27)$$

Оскільки  $i(0-) = i(0+)$ , то  $I_m \sin(\psi_u - \varphi) + A = 0$ , звідки знаходимо:

$$A = -I_m \sin(\psi_u - \varphi). \quad (4.28)$$

Підставляючи це значення в рівняння (4.26), отримаємо загальний розв'язок для перехідного процесу в колі синусоїдної напруги:

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_u - \varphi) - I_m \sin(\psi_u - \varphi) e^{-\frac{R}{L}t} \quad (4.29)$$

З останнього рівняння і рис. 4.3, *б* характер перехідного процесу в разі під'єднання котушки індуктивності до джерела синусоїдної напруги суттєво залежить від вільної складової струму, яка визначається параметрами котушки  $R$  і  $L$  та напруги в момент вмикання.

Якщо у момент комутації ( $t = 0$ )  $\psi_u = \varphi$ , то  $i_b = 0$ . За таких умов перехідний процес не відбувається – відразу після ввімкнення встановлюється синусоїдний струм. Якщо  $\psi_u = \varphi + \frac{\pi}{2}$ , то у момент  $t \sim T/2$  амплітуда струму може досягати подвійного максимального значення  $i \approx 2I_m$  усталеного струму (рис. 4.3, *б*). У результаті на котушці індуктивності виникає перенапруга.

#### 4.6. Під'єднання конденсатора до джерела постійної напруги

Якщо до джерела постійного струму з напругою  $U$  під'єднати конденсатор ємністю  $C$  і послідовно ввімкнений з ним резистор з опором  $R$  (рис. 4.4, *a*), то на пластинах конденсатора почнуть накопичуватись заряди з одночасним збільшенням напруги  $u_C$  на ньому до встановлення рівноваги  $u_C = U$ .

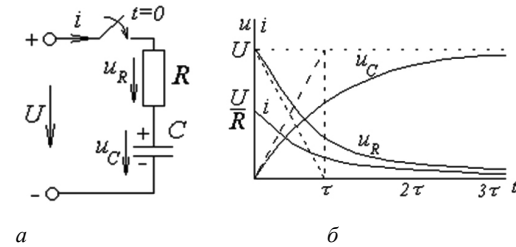


Рис. 4.4. Під'єднання конденсатора з резистором до джерела постійної напруги:

*a* – електрична схема; *б* – графіки струму і напруг

За другим законом Кірхгофа можемо записати  $u_R + u_C = U$  або  $R \cdot i + u_C = U$ . Але оскільки  $i = C \frac{du_C}{dt}$ , то отримуємо диференціальне рівняння для напруги на конденсаторі:

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = U. \quad (4.30)$$

Загальний розв'язок цього неоднорідного диференціального рівняння визначається у вигляді суми усталеної та вільної складових:

$$u_C = u_{Cy} + u_{Cb}. \quad (4.31)$$

Заряджання конденсатора закінчиться, коли  $u_{C_y} = U$ .

Для вільної складової напруги запишемо однорідне диференціальне рівняння:

$$RC \frac{du_{C_b}}{dt} + u_{C_b} = 0. \quad (4.32)$$

Це диференціальне рівняння першого порядку має рішення у вигляді:

$$u_{C_b} = Ae^{pt} \quad (4.33)$$

і характеристичне рівняння:  $R \cdot C \cdot p + 1 = 0$ , звідки визначаємо корінь

характеристичного рівняння 
$$p = -\frac{1}{RC}.$$

Підставляючи у рівняння (4.33) його усталену і вільну складові, отримаємо:

$$u_C = U + Ae^{pt}. \quad (4.34)$$

Для визначення сталої інтегрування  $A$  скористаємось другим законом комутації: до замикання ключа напруга на конденсаторі була відсутня:  $u_C(0-) = 0$ , а після замикання ключа ця напруга визначається з рівняння (4.34) у початковий момент часу:  $u_C(0+) = U + A$ . Оскільки  $u_C(0-) = u_C(0+)$ , то  $U + A = 0$  і  $A = -U$ .

Остаточно напруга на конденсаторі під час заряджання змінюється за законом:

$$u_C = U - Ue^{-\frac{t}{RC}} = U \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad (4.35)$$

де  $\tau = R \cdot C$  – стала часу, що визначає швидкість перехідного процесу.

Фізичний зміст сталої часу в колі з ємністю  $C$  та послідовно ввімкненим із ним резистором з опором  $R$  аналогічний сталій часу в колі з котушкою індуктивності і має аналогічне геометричне пояснення (рис. 4.4, б).

Визначаємо характер струму під час заряджання конденсатора за формулою:

$$i = C \frac{du_C}{dt} = C \frac{d}{dt} \left( U - Ue^{-\frac{t}{RC}} \right) = C \cdot U \frac{1}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (4.36)$$

Напруга на резисторі визначається його опором і струмом:

$$u_R = i \cdot R = R \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} = U e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (4.37)$$

Таким чином, у перший момент часу струм  $i(0) = \frac{U}{R}$  і конденсатор нібито замкнений накоротко, тобто за малого опору  $R$  струм дуже великий. Таким чином, резистор обмежує стрибок струму, але збільшує час заряджання.

#### 4.7. Розряд конденсатора на резистор

Розряд конденсатора на резистор здійснюється у випадку перемикавання контактора перемикача, встановленого у вітці з конденсатором  $C$ , від джерела з напругою  $U$  на резистор  $R$  (рис. 4.5, а). Після замикання конденсатора, зарядженого до напруги  $u_C = U$ , на резистор, в електричному колі з'явиться струм:

$$i = -C \frac{du_C}{dt}. \quad (4.38)$$

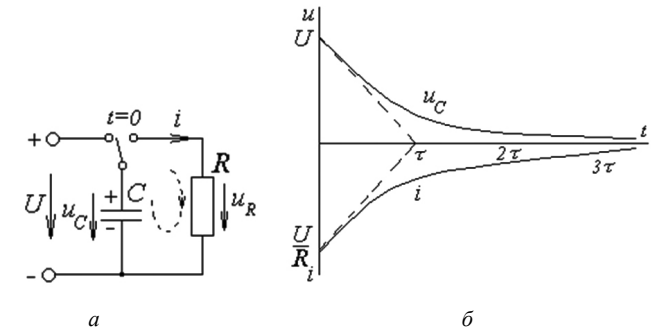


Рис. 4.5 Розряд конденсатора на резистор:

а – електрична схема розряду; б – графіки струму та напруг

Знак мінус вказує на те, що це є струм розряду і спрямований він зустрічно напрузі  $u_C$ .

За другим законом Кірхгофа:

$$u_R - u_C = 0 \quad \text{або} \quad R \cdot i - u_C = 0.$$

Підставляючи у це рівняння струм (4.37), отримаємо:

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = 0 \quad (4.39)$$

Оскільки рівняння (4.39) однорідне, тобто нуль 0 у правій частині, то напруга на конденсаторі не має усталеної складової  $u_{Cy} = 0$ , а має тільки вільну складову:

$$u_C = u_{C_B} = A e^{-\frac{t}{RC}} \quad (4.40)$$

Знайдемо сталу інтегрування  $A$  за другим законом комутації, враховуючи, що до комутації конденсатор був заряджений до напруги  $u_C(0-) = U$ , а в перший момент після комутації з рівняння (4.40) за  $t = 0$  отримуємо  $u_C(0+) = A$ . Оскільки  $u_C(0-) = u_C(0+)$ , то  $A = U$ .

Підставляємо це значення у рівняння (4.40) і отримуємо закон зміни напруги на конденсаторі у часі:

$$u_C = U e^{-\frac{t}{RC}} = U e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (4.41)$$

Визначаємо струм за формулою:

$$i = C \frac{du_C}{dt} = CU \left( -\frac{1}{RC} \right) e^{-\frac{t}{RC}} = -\frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (4.42)$$

Таким чином, розрядний струм і напруга на конденсаторі зменшуються за експоненційним законом (рис. 4.5, б).

Процеси заряджання та розряджання конденсатора на резистор широко використовуються для отримання пилкоподібної напруги, яка необхідна для керування променем електронно-променевої трубки осцилографів та телевізорів.

#### 4.8. Розряд конденсатора на котушку індуктивності

Якщо заряджений конденсатор  $C$  із напругою  $U$  замкнути на індуктивну котушку з опором  $R$  та індуктивністю  $L$ , то в колі під дією напруги конденсатора та ЕРС самоіндукції виникне струм  $i$  (рис. 4.6, а).

За другим законом Кірхгофа можна записати рівняння:

$$u_R + u_L - u_C = 0. \quad (4.43)$$

Якщо врахувати, що  $u_R = Ri$ ,  $u_L = L \frac{di}{dt}$ ,  $u_C = -\frac{1}{C} \int i dt$  (знак мінус з'являється тому, що під час розряду конденсатора струм протилежний до напруги), то отримуємо таке рівняння:

$$Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt = 0. \quad (4.44)$$

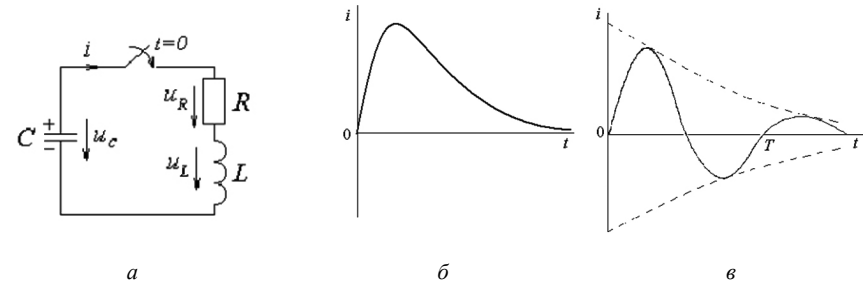


Рис. 4.6 Розряд конденсатора на котушку індуктивності:

а – електрична схема; б – аперіодичний перехідний процес; в – загасаючий коливальний процес

Після диференціювання рівняння (4.44) за часом, визначаємо лінійне диференціальне рівняння другого порядку:

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di}{dt} + \frac{1}{LC} i = 0. \quad (4.45)$$

Загальний розв'язок цього рівняння набув такого вигляду:

$$i = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}, \quad (4.46)$$

де  $A_1, A_2$  – сталі інтегрування, які визначаються з початкових умов;

$p_1, p_2$  – корені характеристичного рівняння

$$p^2 + \frac{R}{L}p + \frac{1}{LC} = 0. \quad (4.47)$$

Характер перехідного процесу в електричному колі під час розряду конденсатора на котушку індуктивності залежить від співвідношення параметрів електричного кола  $R, L, C$  та визначається знаком коренів характеристичного рівняння (4.47).

У електричному колі може виникнути аперіодичний розряд конденсатора (рис. 4.6, б) або може виникнути загасаючий коливальний розряд конденсатора (рис. 4.6, в).

#### 4.9. Перехідні процеси в електричних пристроях БТОТ

Явище самоіндукції, яке виникає під час перехідного процесу, тобто, наприклад, при від'єднанні котушки індуктивності від джерела живлення, залежно від конкретних умов використання котушки індуктивності може бути як негативним, так і позитивним. Розглянемо обидва варіанти на прикладі схем пристроїв електрообладнання та автоматики зразків БТОТ.

Негативним є те, що в разі від'єднання джерела живлення від котушки індуктивності відбувається стрибок напруги на її виводах, який за значенням може в декілька разів перевищувати номінальне значення напруги живлення.

Це може бути дуже небезпечно для інших елементів кола. В першу чергу, це небезпечно для напівпровідникових приладів. У зв'язку з цим необхідно вживати заходів протидії ЕРС самоіндукції.

На відміну від запропонованого вище способу – вмикання індуктивності паралельно опору  $R_p = 4...8$  Ом, у схемах БТОТ, наприклад, можуть використовувати напівпровідниковий діод.

Він вмикається паралельно до індуктивності, у зворотний бік, ніж живлення, що подається на індуктивність (рис 4.7).

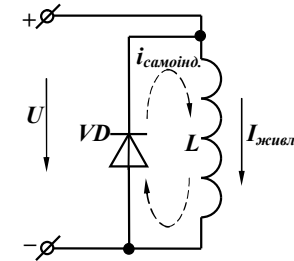


Рис. 4.7 Схема застосування напівпровідникового діода  $VD$

Під впливом Е.Р.С. самоіндукції діод  $VD$  на наведеній схемі відчиняється і струм  $i_{самоінд.}$  зменшується, замикаючись у контурі: діод  $VD$  – індуктивність  $L$ .

Позитивним явищем самоіндукції є прояв її у такому пристрої як дросель (рис. 4.8). Це котушка індуктивності, яка для більшого ефекту самоіндукції має осереддя з магнітопровідного матеріалу.

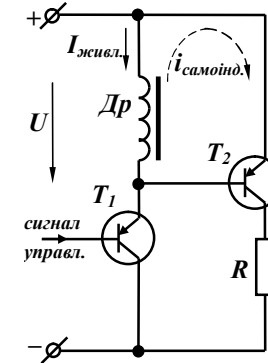


Рис. 4.8. Схема ввімкнення дроселя  $Dr$

Зазвичай його застосовують разом із транзистором. Під час увімкнення його у схему (рис.4.8), дросель  $Dr$  забезпечує прискорення роботи транзистора  $T_2$ . Цей варіант використання властивостей індуктивності застосовується у транзисторних реле-регуляторах зразків БТОТ.

## Контрольні запитання

1. Дайте визначення перехідних процесів у лінійних електричних колах.
2. Вкажіть загальні принципи аналізу перехідних процесів.
3. Запишіть і надайте визначення законів комутації.
4. Надайте основні принципи розрахунку перехідного процесу за умови під'єднання котушки індуктивності до джерела постійної напруги.
5. Як розраховується перехідний процес у разі розмикання кола з котушкою індуктивності?
6. Під'єднання котушки індуктивності до джерела синусоїдної напруги.
7. Як розраховується перехідний процес у разі під'єднання конденсатора до джерела постійної напруги?
8. Розряд конденсатора на резистор та котушку індуктивності.
9. Надайте приклади перехідних процесів в електричних пристроях БТОТ.

## 5. МАГНІТНІ КОЛА

Магнітне поле невидиме та невідчутне органами сприйняття людини існує не тільки в будь-якому просторі та середовищі (відсутнє тільки всередині надпровідників).

Магнітне поле виявляється за таких ознак:

- 1) у провіднику, який рухається у постійному магнітному полі, але не вздовж силових ліній, наводиться ЕРС;
- 2) у нерухомому контурі, який знаходиться у змінному магнітному полі, але не вздовж силових ліній наводиться ЕРС;
- 3) на провідник, в якому проходить струм і який знаходиться у магнітному полі, але не вздовж силових ліній, діє механічна сила.

У сучасній техніці широко використовуються різноманітні електромагнітні пристрої, робота яких заснована на використанні індукційної та силової дії магнітного поля.

### 5.1. Параметри, що характеризують магнітне поле

Магнітне поле прийнято зображати силовими лініями, направленими від північного до південного полюса постійного магніту (рис. 5.1).

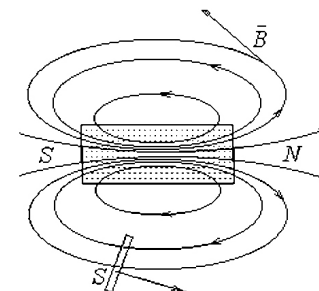


Рис. 5.1. Силові лінії постійного магніту

Ці силові лінії замкнені і становлять собою пружні, натягнуті, нерозривні нитки, між якими діє боковий тиск, внаслідок чого вони не перетинаються одна з одною. І хоч магнітні лінії фізично не існують, таке зображення магнітного поля

є наочним і зручним для якісного оцінювання властивостей електромагнітних пристроїв.

Магнітний потік  $\Phi$  характеризує кількість силових ліній магнітного поля, які пронизують поверхню площею  $S$  (рис. 5.1). Магнітний потік  $\Phi$  вимірюється у веберах (Вб) і визначається за формулою:

$$\Phi = BS \cos \alpha, \quad (5.1)$$

де  $\alpha$  – кут між нормаллю до поверхні  $S$  і напрямком силових ліній;

$B$  – індукція магнітного поля.

Індукція магнітного поля  $\vec{B}$  характеризує інтенсивність магнітного поля у заданій точці простору. Це векторна величина. Її напрямок співпадає з дотичною до силової лінії:

$$B = \frac{\Delta \Phi}{\Delta S}. \quad (5.2)$$

Індукція  $B$  вимірюється в теслах (Тл) = (Вб/м<sup>2</sup>).

Якщо магнітне поле рівномірне, то:  $B = \frac{\Phi}{S}$ .

Потік вектора індукції магнітного поля через замкнену поверхню дорівнює нулю:

$$\Phi = \int_s \vec{B} d\vec{s} = 0. \quad (5.3)$$

Це твердження свідчить, що силові лінії завжди є замкненими і, таким чином, із цього формулюється принцип неперервності силових ліній.

Напруженість магнітного поля  $\vec{H}$  – це векторна величина, яка співпадає з напрямком індукції і характеризує інтенсивність магнітного поля у вакуумі (за відсутністю магнітних речовин). Напруженість вимірюється в (А/м). Індукція пов'язана з напруженістю магнітного поля співвідношенням:

$$\vec{B} = \mu_a \vec{H}, \quad (5.4)$$

де  $\mu_a$  – абсолютна магнітна проникність середовища.

Вводять поняття відносної магнітної проникності:

$$\mu_r = \mu_a / \mu_0, \quad (5.5)$$

де  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – магнітна стала, що дорівнює абсолютній магнітній проникності у вакуумі.

Таким чином, у вакуумі індукція і напруженість магнітного поля мають лінійну залежність:

$$B = \mu_0 H. \quad (5.6)$$

Магнітне поле завжди утворюється електричним струмом. Електричний струм і його магнітне поле існують одночасно. Наприклад, в постійних магнітах його створюють мікроструми.

## 5.2. Магнітні властивості матеріалів

В електротехніці усі матеріали поділяються на немагнітні та магнітні. У немагнітних матеріалів (пара- і діамантики) відносна магнітна проникність  $\mu_r \approx 1$ . Це такі матеріали, як мідь, алюміній, ізолятори, повітря, вода та ін.

Магнітні матеріали (ферромагнетики) мають відносну магнітну проникливість  $\mu_r \gg 1$ . Це такі матеріали, як залізо, нікель, кобальт, сплави – сталь, чавун та ін.

Особливістю ферромагнітних матеріалів є те, що відносна магнітна проникність  $\mu_r \neq \text{const}$ , а вона залежить від інтенсивності магнітного поля.

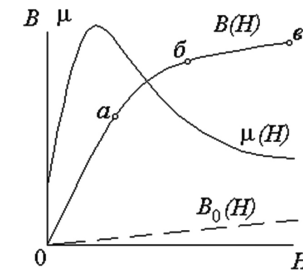


Рис. 5.2. Крива намагнічування  $B(H)$  і залежність  $\mu(H)$  для ферромагнетиків

Для ферромагнетиків залежності індукції  $B(H)$  і магнітної проникності  $\mu(H)$  від напруженості магнітного поля нелінійні (рис. 5.2).

Залежність  $B(H)$  для феромагнетиків називається кривою намагнічування. Для немагнітних матеріалів залежність  $B_0 = \mu_0 H$  – лінійна.

Магнітні властивості феромагнетиків суттєво залежать від хімічного складу, термічної та механічної обробки, а також від попередньої історії їх магнітного стану. Як видно по кривій намагнічування збільшення напруженості магнітного поля  $H$  викликає крутий підйом магнітної індукції  $B$  на практично лінійній ділянці  $0a$ . Подальше збільшення напруженості  $H$  зовнішнього поля призведе до затриманого збільшення магнітної індукції (ділянка  $ab$ ) і до насичення (ділянка  $bc$ ).

Для феромагнетиків характерний магнітний гістерезис – відставання в зміні їх магнітної індукції від зміни напруженості магнітного поля.

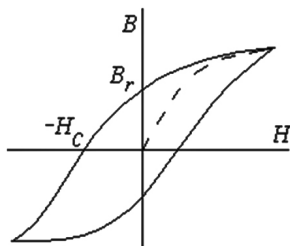


Рис. 5.3. Утворення петлі гістерезису

За циклічного перемагнічування, тобто в разі змінення напруженості від  $+H$  до  $-H$ , утворюється петля гістерезису (рис. 5.3), на якій можна виділити характерні точки: Значення  $B_r$  – це залишкова магнітна індукція (за  $H = 0$ ) та значення  $H_c$  – це коерцитивна сила (за  $B = 0$ ).

Площа петлі гістерезису характеризує втрати на гістерезис за один цикл перемагнічування. На явищі гістерезису заснована робота різноманітних електромагнітних пристроїв, які використовуються, наприклад, для магнітного запису, виготовлення постійних магнітів та ін.

Феромагнетики розподіляються на магнітом'які ( $H_c < 4$  кА/м) з вузькою петлею гістерезису та магнітотверді ( $H_c > 4$  кА/м) з широкою петлею гістерезису (рис. 5.4).

У *магнітом'яких матеріалів* петля гістерезису вузька. Це стосується таких матеріалів, як: технічне залізо, електротехнічні сталі, сплави залізонікель типу пермалой, чавуни. Ці матеріали звичайно використовуються для осердь електричного обладнання, наприклад, у машинах, трансформаторах.

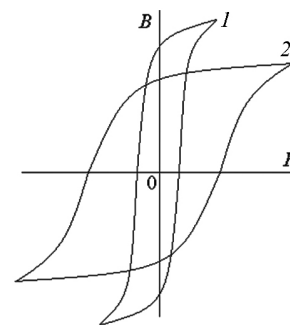


Рис. 5.4. Порівняння петель гістерезису:

1 – магнітом'якого; 2 – магнітотвердого матеріалів

З метою економії феромагнітних матеріалів електричні машини розраховуються таким чином, щоб за номінального режиму роботи магнітна індукція їхнього магнітопроводу відповідала (була якомога ближче) точці вигину кривої намагнічування  $a$  (рис. 5.2).

*Магнітотверді матеріали* мають широку петлю гістерезису і вони стійкі проти розмагнічування. Це вуглеводисті, кобальтові, вольфрамові та хроміті сталі, а також сталі типу альніко, магніко та ін. Ці матеріали використовуються для постійних магнітів, систем запису інформації та ін. З'явилися кобальтосамарієві постійні магніти з великою залишковою індукцією  $B_r$ , які можуть утримувати вантаж, який перевищує їх власну масу в декілька сот разів.

Зазначимо, що магнітні властивості феромагнітних матеріалів погіршуються від механічних ударів та у випадку збільшення температури. При цьому постійні магніти, як правило, з часом розмагнічуються.

### 5.3. Закони, що застосовуються під час розрахунків магнітних полів

#### 5.3.1. Закон електромагнітної індукції

У 1831 році М. Фарадей відкрив явище електромагнітної індукції.

**Електромагнітною індукцією** називають явище збудження електрорушійної сили (ЕРС) у контурі під час змінення магнітного потоку, зчепленого з ним. Індукована ЕРС дорівнює швидкості потоку, зчепленого з контуром:

$$e = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (5.7)$$

Знак “мінус” відображає правило Ленца.

*Струм, створюваний у замкненому контурі індукованої ЕРС, завжди має такий напрямок, що магнітний потік цього струму протидіє зміні магнітного потоку зовнішнього поля, яке його спричинило.*

Так, під час наближення “північного” полюса постійного магніту (або електромагніту) до нерухомого металевого кільця або замкнутої котушки в них індукується струм такого напрямку, що створений ним магнітний потік своїм “північним” полюсом протидіє причині, що його викликала, а саме наближенню цього полюса постійного магніту.

Оскільки  $L = \frac{\Phi}{i}$ , то  $e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(Li)}{dt} = -L\frac{di}{dt}$ .

ЕРС, що індукована в обмотці, дорівнює сумі ЕРС кожного витка (рис. 5.5):

$$e = \sum_{k=1}^w e_k, \quad (5.8)$$

де  $w$  – кількість витків в обмотці.

$$e = \sum_{k=1}^w e_k = -\frac{d}{dt}(\Phi_1 + \Phi_2 + \dots + \Phi_w), \quad (5.9)$$

де  $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_w$  – потоки, що охоплюють, відповідно, перший, другий і  $w$  витки обмотки.

Уведемо поняття повного магнітного потоку або потокозчеплення обмотки, як суму магнітних потоків, що проходить крізь кожен виток обмотки:

$$\Psi = (\Phi_1 + \Phi_2 + \dots + \Phi_w). \quad (5.10)$$

У цьому разі, для обмотки закон електромагнітної індукції набуває такого вигляду:

$$e = -\frac{d\Psi}{dt} \quad (5.11)$$

і його можна сформулювати так: індукована ЕРС у замкненому контурі дорівнює швидкості змінення його потокозчеплення.

Якщо кожний виток обмотки охоплений одним і тим самим потоком  $\Phi$ , то потокозчеплення  $\Psi = w\Phi$  і закон електромагнітної індукції набув такого вигляду:

$$e = -w\frac{d\Phi}{dt}. \quad (5.12)$$

Розрізняють ЕРС само- та взаємодукції. Якщо магнітне поле створено струмом цієї ж обмотки, то таку, індуковану в обмотці ЕРС, називають *ЕРС самоіндукції* (рис. 5.5).

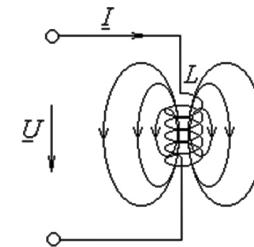


Рис. 5.5. Магнітне поле багатовиткової обмотки

Якщо магнітне поле створено струмом інших контурів, то таку ЕРС називають *ЕРС взаємодукції* (рис. 5.6):

$$e_2 = -M_{21}\frac{di_1}{dt}, \quad (5.13)$$

де  $M_{21} = \frac{\Psi_2}{i_1}$  – взаємодуктивність (Гн), що характеризує потокозчеплення  $\Psi_2$  котушки 2 до струму  $i_1$ , який проходить в котушці 1.



Практично дуже важливим є випадок руху прямолінійних провідників у магнітному полі, або, навпаки, рух магнітного поля відносно нерухомих провідників, як це відбувається в електричних генераторах.

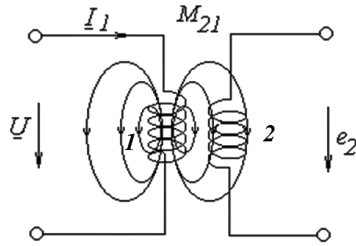


Рис. 5.6. ЕРС взаємодуції

Якщо провідник переміщується у постійному магнітному полі, то індукована ЕРС за законом електромагнітної індукції дорівнює:

$$E = B \cdot l \cdot V \sin \alpha, \quad (5.14)$$

де  $l$  – активна довжина провідника (рис. 5.7);  $V$  – швидкість переміщення провідника;  $B$  – індукція магнітного поля;  $\alpha$  – кут між напрямком силових ліній і напрямком переміщення провідника.

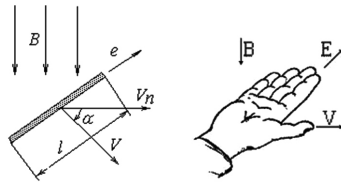


Рис. 5.7. Правило правої руки

Напрямок індукованої в провіднику ЕРС визначається за *правилом правої руки* (рис. 5.7): якщо праву руку розташувати так, щоб магнітні силові лінії входили в долоню, а відігнутий великий палець співпадав з напрямком руху провідника, то інші витягнуті чотири пальці вказують напрямок індукованої ЕРС.

### 5.3.2. Закон Ампера

Силова дія магнітного поля на провідник зі струмом визначається законом Ампера, який покладений в основу розрахунків перетворення електричної енергії в механічну в електродвигунах. За законом Ампера, якщо провідник зі струмом  $I$  знаходиться у магнітному полі з індукцією  $B$ , то на провідник довжиною  $l$  діє механічна сила:

$$F = B \cdot l \cdot I \sin \alpha, \quad (5.15)$$

де  $\alpha$  – кут між напрямком силових ліній і напрямком провідника (рис. 5.8).

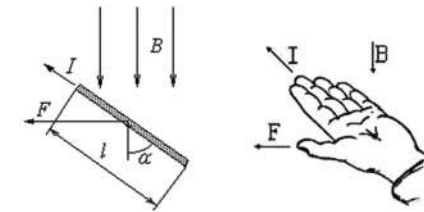


Рис. 5.8. Закон Ампера

Напрямок електромеханічної сили  $F$  завжди перпендикулярний до провідника зі струмом і магнітним силовим лінійам. На практиці цей напрямок визначається за правилом лівої руки: якщо ліву руку розташувати так, щоб магнітні силові лінії поля входили в долоню, а інші чотири витягнуті пальці співпадали з напрямком струму в проводі, то відігнутий великий палець зазначить напрямок сили, з якою магнітне поле діє на провід зі струмом (рис. 5.8).

### 5.3.3. Закон повного струму

Закон повного струму встановлює зв'язок між напругою магнітного поля і струмом, що створив це поле.

*Лінійний інтеграл від вектора напруженості магнітного поля вздовж будь-якого замкнутого контуру, який пронизують провідники зі струмом, дорівнює повному струму, що охоплює даний контур:*

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \sum I_k \quad (5.16)$$

Повний струм – це алгебраїчна сума струмів, охоплених замкненим контуром.

На рис. 5.9 зображено три струми, які охоплені замкненим контуром довжиною  $l$ . У просторі навколо цих провідників зі струмом утворюється магнітне поле з напруженістю  $H$ . Відповідно до закону повного струму, запишемо:

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = I_1 - I_2 + I_3.$$

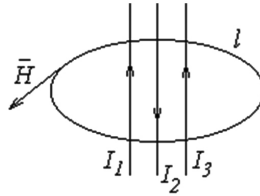


Рис. 5.9. Закон повного струму

Силкові лінії магнітного поля навкруги провідника зі струмом розташовуються у вигляді концентричних окружностей, напрямки яких визначається за правилом буравчика: якщо поступовий рух буравчика (право ходового штопора або гвинта) співпадає з напрямком струму у провіднику, то напрямком обертання його рукоятки вказує напрямки силових ліній навкруги провідника зі струмом.

Напрямок силових ліній витка або котушки зі струмом можна визначити не за правилом буравчика, а за допомогою правої руки: якщо долоню правої руки розташувати так, щоб її чотири пальці співпадали з напрямком струму у витках, то витягнутий великий палець вказує на “північний” полюс, де силові лінії виходять з котушки.

Для багатовиткової обмотки з кількістю витків  $w$ , в якій всі провідники (витки) мають струм одного напрямку, контур інтегрування охоплений струмом  $w$  разів і закон повного струму набуває такого вигляду:

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = wI \quad (5.17)$$

Уведемо поняття магніторушійної сили (МРС) як добуток струму  $I$  на кількість витків  $w$  із цим струмом:

$$F = wI. \quad (5.18)$$

Таким чином, одне й теж саме магнітне поле напруженістю  $H$  можна утворити великим струмом  $I$  за малої кількості витків  $w$ , або навпаки, малим струмом  $I$  за великої кількості витків  $w$ , якщо їх добуток буде однаковим.

Під час практичних розрахунків контур інтегрування можна розбити на ряд ділянок із таким розрахунком, щоб напруженість магнітного поля  $H$  уздовж ділянки залишалась незмінною та її напрямком співпадав з напрямком ділянки  $dl$ . У цьому випадку інтеграл по замкненому контуру можна замінити на кінцеву суму, кількість яких визначається кількістю ділянок  $n$ :

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \sum_{k=1}^n H_k l_k. \quad (5.19)$$

У такому випадку під час практичних розрахунків закон повного струму набуває такого вигляду:

$$\sum_{k=1}^n H_k l_k = \sum_{k=1}^m I_k w_k. \quad (5.20)$$

#### 5.4. Класифікація магнітних кіл

Для практичного використання явищ силової та індукційної дії магнітного поля в електротехнічному пристрої утворюється магнітне коло, призначене для отримання та зосередження в її об'ємі магнітного поля необхідної конфігурації.

*Магнітне коло* – це сукупність електротехнічних пристроїв, до складу яких входять феромагнітні тіла, електромагнітні процеси в яких можуть бути описані за допомогою понять МРС, магнітного потоку та різниці магнітних потенціалів. Магнітне коло складається з однієї або декількох намагнічувальних котушок або постійних магнітів та магнітопроводу з магнітом'яких феромагнітних матеріалів необхідної конфігурації, утворюючих замкнені шляхи для силових ліній магнітного поля. Часто до складу магнітопроводів входять невеликі повітряні проміжки або проміжки з немагнітного матеріалу. Феромагнітний магнітопровід концентрує і направляє силові лінії в місце, де безпосередньо використовується енергія магнітного поля.

Магнітні кола поділяються на нерозгалужені (рис. 5.10, *а, б*) та розгалужені (рис. 5.10, *в*), однорідні (рис. 5.10, *а*) та неоднорідні (рис. 5.10, *б, в*). До однорідних відносяться кола, напруженість магнітного поля в яких по всій довжині магнітопроводу залишається незмінною. До неоднорідних відносяться магнітні кола, які мають по своїй довжині непостійну напруженість, що навіть при одному магнітному потоці обумовлюється різними площами поперечного перетину та абсолютною магнітною проникливістю окремих ділянок кола. Неоднорідними є також магнітні кола, які мають поля розсіювання, наприклад через нерівномірність розподілення витків котушки по довжині магнітопроводу.

На рис. 5.10, *а* зображено однорідне нерозгалужене магнітне коло; на рис. 5.10, *б* – неоднорідне нерозгалужене магнітне коло; на рис. 5.10, *в* – неоднорідне розгалужене магнітне коло.

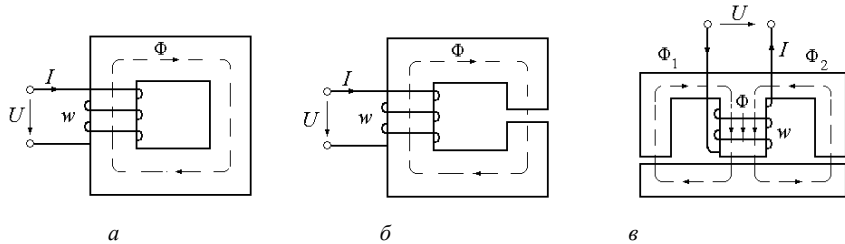


Рис. 5.10. Типи магнітних кіл:

нерозгалужені: *а* – однорідне; *б* – неоднорідне; *в* – неоднорідне розгалужене

Розглянемо котушку зі сталевим осердям, що становить собою нерозгалужене неоднорідне магнітне коло з постійною МРС  $F = wI$  (рис. 5.11), яке має  $l_{ст}$  – довжину силової лінії на всій ділянці у сталі;  $l_0$  – довжину повітряного проміжку;  $S_{ст}$  – площу поперечного перетину сталевих осердь;  $w$  – кількість витків обмотки.

Для даного магнітного кола, якщо в обмотці проходить струм  $I$ , можна записати рівняння (5.20) у такому вигляді:

$$H_{ст} \cdot l_{ст} + H_0 \cdot l_0 = I \cdot w. \quad (5.21)$$

Але, враховуючи, що напруженість  $H = \frac{B}{\mu_a}$ , а індукція  $B = \frac{\Phi}{S}$ , отримуємо:

$$H = \frac{\Phi}{\mu_a S}.$$

Ураховуючи, що в загальному випадку площа поперечного перетину сталевих осердь  $S_{ст}$  не співпадає з площею поперечного перетину повітряного проміжку  $S_0$ , по якій проходить магнітний потік  $\Phi$  (рис. 5.11), запишемо:

$$\frac{\Phi \cdot l_{ст}}{\mu_{ст} \cdot S_{ст}} + \frac{\Phi \cdot l_0}{\mu_0 \cdot S_0} = I \cdot w, \quad (5.22)$$

де  $\mu_{ст}$ ,  $\mu_0$  – відповідно абсолютна магнітна проникливість сталевих осердь та повітряного проміжку.

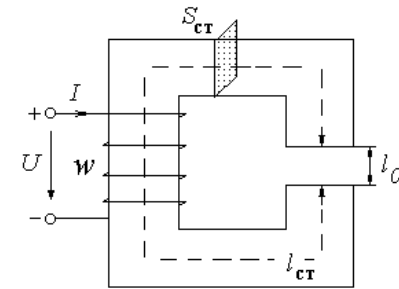


Рис. 5.11. Котушка зі сталевим осердям

Виражаючи магнітний потік, єдиний для обох ділянок, отримуємо закон Ома для магнітного кола:

$$\Phi = \frac{I \cdot w}{\frac{l_{ст}}{\mu_{ст} \cdot S_{ст}} + \frac{l_0}{\mu_0 \cdot S_0}} = \frac{I \cdot w}{\sum R_M}, \quad (5.23)$$

де  $R_{M_{ст}} = \frac{l_{ст}}{\mu_{ст} \cdot S_{ст}}$  – магнітний опір сталевих осердь;

$R_{M_0} = \frac{l_0}{\mu_0 \cdot S_0}$  – магнітний опір повітряного проміжку.

Оскільки магнітна проникність сталеві ділянки багаторазово перевищує магнітну проникність повітряного проміжку  $\mu_{ст} \gg \mu_0$ , то магнітний опір сталеві ділянки набагато менший за магнітний опір повітряного проміжку  $R_{Мст} \ll R_{М0}$ .

Тому в магнітне коло вводять феромагнітний матеріал (осердя з малим магнітним опором), що дозволяє за однією й тією ж самою намагнічувальною силою  $F$  отримувати великий магнітний потік  $\Phi$ .

Оскільки кола є як електричні, так і магнітні, то між ними можна встановити певні аналогії, які надано в табл. 5.1.

Таблиця 5.1

**Аналогія між електричними і магнітними колами**

Електричні кола		Магнітні кола	
Електричні величини	Позначення і вираз	Магнітні величини	Позначення і вираз
Струм	$I$	Потік	$\Phi$
ЕРС	$E$	МРС	$F = wI$
Опір	$R = \rho \frac{l}{S}$	Опір	$R_M = \frac{l}{\mu_a S}$
Напруга	$U = I \cdot R$	Напруга	$U_M = H_k l_k = \Phi \cdot R_{M_k}$
Питома провідність	$\gamma = \frac{1}{\rho}$	Магнітна проникність	$\mu_a$

За аналогією між електричними та магнітними колами можна сформулювати закони Кірхгофа для магнітних кіл.

*1-й закон Кірхгофа для магнітного кола:* сума магнітних потоків віток розгалуженого магнітного кола у вузлі дорівнює нулю:

$$\sum_k \Phi_k = 0 \quad (5.24)$$

Так для кола (рис. 5.10, в) можна записати вираз:

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2.$$

Цей закон виходить з безперервності силових магнітних ліній.

*2-й закон Кірхгофа для магнітного кола:* МРС нерозгалуженого неоднорідного магнітного кола дорівнює арифметичній сумі падінь магнітних напруг на окремих її ділянках:

$$\sum_k U_{M_k} = \sum_k F_k. \quad (5.25)$$

Цей закон виходить із закону про повний струм.

### 5.5. Принцип розрахунку магнітних кіл постійного струму

Основним завданням розрахунку магнітного кола вважають задачу з таким формулюванням.

*Задано:* величина магнітного потоку  $\Phi$ , розміри магнітопроводу, матеріал осердя, марка сталі, крива намагнічування  $B(H)$ .

*Визначити:* знайти  $F = wI$  – магніто-рушійну силу (МРС) обмотки, необхідну для створення цього магнітного потоку  $\Phi$ .

Послідовність розрахунку:

1. Коло розбивається на ділянки з таким розрахунком, щоб індукція та напруженість магнітного поля на всій ділянці залишалась незмінною. За конструктивними розмірами магнітопроводу визначаються довжина  $l_k$  і площа поперечного перетину кожної ділянки  $S_k$ . Вважаємо, що потік  $\Phi$  на кожній ділянці однаковий.

2. За заданим магнітним потоком  $\Phi$  визначаємо індукцію на кожній ділянці осердя:

$$B_k = \frac{\Phi}{S_k}.$$

3. Знаючи індукцію  $B_k$  по кривій намагнічування, визначаємо напруженість  $H_k$  для феромагнітних ділянок (рис. 5.12). Для немагнітних ділянок напруженість розраховуємо за формулою  $H_k = \frac{B_k}{\mu_0}$ .

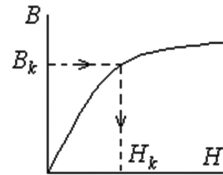


Рис. 5.12. Напруженість  $H_k$  для феромагнітних ділянок

4. Знаючи  $H_k$ , за законом повного струму визначаємо МРС:

$$F = I \cdot w = \sum_{k=1}^n H_k l_k,$$

а потім визначаємо і струм  $I = \frac{F}{w}$ .

### 5.6. Магнітні кола зі змінною магніторушійною силою

У сучасній техніці широко використовуються електромагнітні пристрої змінного струму, головним елементом яких є котушка або обмотка зі сталевим осердям. До таких пристроїв відносяться: дроселі, електромагніти, трансформатори, електричні машини змінного струму, електромагнітні вимірювальні прилади, реле, електричні апарати та ін. Головна частина будь-якого електромагнітного пристрою змінного струму – це магнітне коло зі змінною МРС. Найпростіше магнітне коло з такою МРС є котушка зі сталевим осердям, що живиться змінним струмом.

Розглянемо котушку з феромагнітним осердям у колі змінного струму (рис. 5.13, а).

Змінним струмом  $i$  створюється змінний магнітний потік. Таким чином, осердя безперервно перемагнічується через зміну магнітного потоку з одного напрямку на протилежний (рис. 5.13, б, в). Постійне перемагнічування осердя спричиняє у ньому витрату енергії на гістерезис.

При цьому в магнітному колі можна виділити основний магнітний потік  $\Phi$ , який замикається по сталевому осердді, та потік розсіювання  $\Phi_p$ , який зчеплений з обмоткою, але замикається у повітрі (рис. 5.13, а).

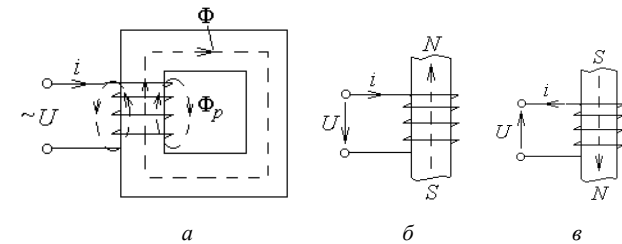


Рис. 5.13. Котушка зі сталевим осердям:

а – схема котушки; б – в одну; в – в другу половину періоду змінного струму

За законом електромагнітної індукції кожний потік створює ЕРС самоіндукції:

$$\Phi \Rightarrow e = -w \frac{d\Phi}{dt}; \quad (5.26)$$

$$\Phi_p \Rightarrow e_p = -w \frac{d\Phi_p}{dt}, \quad (5.27)$$

де  $w$  – кількість витків обмотки.

За другим законом Кірхгофа підведена напруга в кожний момент часу утворює дві ЕРС самоіндукції і падає на опір  $R$  обмотки:

$$u = -e - e_p + i \cdot R. \quad (5.28)$$

Зазвичай амплітудне значення ЕРС самоіндукції  $E_m$  у багато разів перевищує амплітуду ЕРС розсіювання  $E_{mp}$  і падіння напруги на обмотці:

$$E_m \gg E_{mp} \text{ і } E_m \gg I_m R \quad (5.29)$$

Таким чином, струм, що проходить, завдає ЕРС самоіндукції  $E_m$ .

Якщо опір котушки та магнітний потік розсіювання винести за “межі”, то ми отримаємо ідеалізовану котушку.

В такому випадку магнітне коло можна зобразити умовною схемою (рис. 5.14), на якій ідеалізована котушка зображена у вигляді сталевго осердя, за яким замикається основний магнітний потік, з обмоткою, до якої подана напруга  $u_i$ .

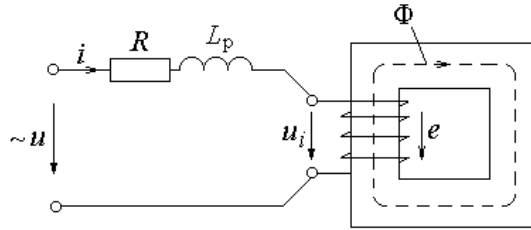


Рис. 5.14. Умовна схема котушки зі сталевим осердям

### 5.7. Форми залежностей ЕРС і струму від часу для ідеалізованої котушки зі сталевим осердям

Розглянемо ідеалізовану котушку зі сталевим осердям, в якій активний опір  $R$  і потік розсіювання  $\Phi_p$  відсутні. Припустимо, що до такої котушки підведена синусоїдна напруга з початковою фазою  $90^\circ$  (рис. 5.15, а):

$$u_i = U_{mi} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (5.30)$$

Але при цьому напруга та ЕРС знаходяться у протифазі до цієї напруги:

$$u_i = -e = w \frac{d\Phi}{dt} \quad (5.31)$$

Ураховуючи це, початкова фаза ЕРС дорівнює  $-90^\circ$  (рис. 5.15, а)

$$e = E_m \left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right), \quad (5.32)$$

причому амплітуда ЕРС дорівнює амплітуді напруги, що подана на ідеалізовану котушку  $E_m = U_{mi}$ .

$$e = -w \frac{d\Phi}{dt} = E_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = -E_m \cos \omega t. \quad (5.33)$$

Знаходимо магнітний потік із формули (5.31):

$$\Phi = -\frac{1}{w} \int e dt = -\frac{1}{w} \int E_m \cos \omega t dt = \frac{E_m}{w \cdot \omega} \sin \omega t = \Phi_m \sin \omega t, \quad (5.34)$$

де  $\Phi_m$  – амплітуда магнітного потоку, яка записується виразом:

$$\Phi_m = \frac{E_m}{\omega \cdot w}. \quad (5.35)$$

Отже, за синусоїдної напруги в ідеалізованій котушці напруга, ЕРС і струм змінюються синусоїдно. Але при цьому потік відстає по фазі від напруги на кут  $\pi/2$ .

Векторна діаграма ідеалізованої котушки надана на рис. 5.15, б.

Із формули (5.35) визначаємо діюче значення ЕРС  $E = \frac{\omega \cdot w}{\sqrt{2}} \Phi_m$ .

Ураховуючи, що кутова частота  $\omega = 2\pi \cdot f$ , отримаємо рівняння трансформаторної ЕРС:

$$E = \frac{2\pi \cdot f \cdot w}{\sqrt{2}} \Phi_m = \sqrt{2} \pi f w \Phi_m = 4,44 w \cdot f \cdot \Phi_m. \quad (5.36)$$

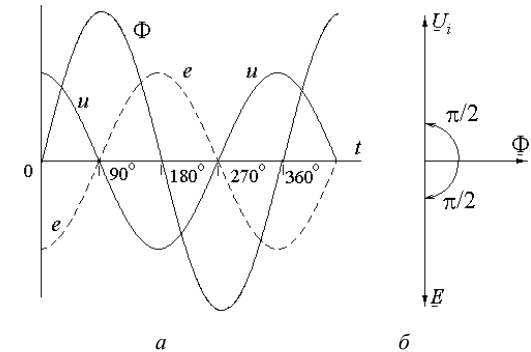


Рис. 5.15. Ідеалізована котушка зі сталевим осердям:

а – графіки параметрів; б – векторна діаграма ідеалізованої котушки

Побудуємо графічно залежність струму ідеалізованої котушки зі сталевим осердям у часі  $i(t)$ . Для цього скористаємося петлею гістерезису, тобто залежністю магнітного потоку від струму  $B(H)$ . При цьому врахуємо, що індукція пропорційна магнітному потоку, а напруженість магнітного поля – струму (за законом повного

струму):  $B \sim \Phi$ ,  $H \sim i$ . Таким чином, отримуємо вебер-амперну характеристику  $\Phi(i)$ , яка має характер петлі гістерезису  $B(H)$ .

За синусоїдної зміни напруги  $u$ , а відтак і потоку  $\Phi$ , побудуємо залежність струму у часі  $i(t)$ . Згідно з залежністю  $\Phi(i)$  і  $\Phi(t)$  будемо залежність  $i(t)$ . На рис. 5.16, а зображено, як можна визначити три точки кривої струму в першій чверті періоду, коли потік збільшується від нуля до максимального значення.

Помітно, що за  $t = 0$  магнітний потік  $\Phi = 0$ , а струм  $i \neq 0$ . Струм у котушці змінюється несинусоїдно. Струм і магнітний потік набувають максимального значення неодноразово. Потік унаслідок гістерезису не встигає змінитися у фазі зі струмом. Функція струму відрізняється від синусоїди тим більше, чим ширше петля гістерезису.

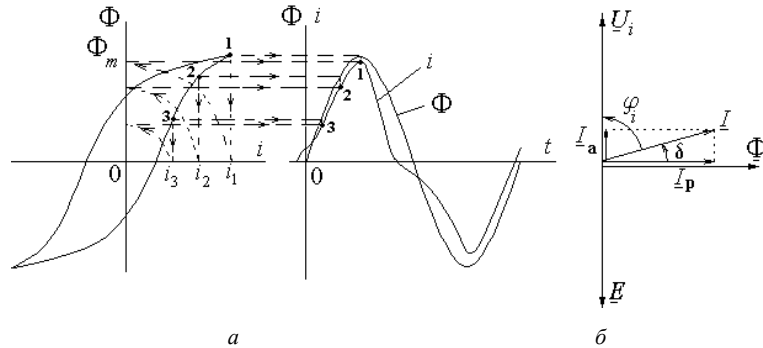


Рис. 5.16. Графік та діаграма для ідеалізованої котушки зі сталевим осердям:

а – графік змінного струму та магнітного потоку; б – векторна діаграма

Під час розрахунку несинусоїдний струм замінюють еквівалентним синусоїдним, діючі значення яких є однаковими. Це дає підставу для побудови векторної діаграми (рис. 5.16, б). Комплексний струм в ідеалізованій котушці зі сталевим осердям можна розкласти на дві взаємно перпендикулярні складові:

$$\underline{I} = \underline{I}_a + \underline{I}_p, \quad (5.37)$$

де  $\underline{I}_p$  – реактивна складова струму  $I$ , яка утворює магнітний потік в котушці та співпадає з ним за фазою;

$I_a = I \sin \delta$ , де  $I_a$  – активна складова струму  $I$ , обумовлена втратами в осерді та співпадаюча за фазою з напругою;

$\varphi_i$  – кут зсуву фаз між напругою  $U_i$  та струмом  $I$ .

$\delta$  – кут магнітного запізнювання або кут втрат у сталі (складає декілька градусів).

Кут  $\delta$  спричинений наявністю гістерезису сталевих осердя.

Активна потужність, що споживає ідеалізована котушка:

$$P_i = U_i I \cos \varphi_i = U_i I \sin \delta = U_i I_a. \quad (5.38)$$

Активна потужність витрачається на нагрів сталевих осердя.

Реактивна потужність, що споживає котушка:

$$Q_i = U_i I \sin \varphi_i = U_i I \cos \delta = U_i I_p. \quad (5.39)$$

Реактивна потужність витрачається на створення основного магнітного потоку.

## 5.8. Векторна діаграма і втрати реальної котушки

У реальній котушці зі сталевим осердям наявні як активний опір  $R$ , так і потік розсіювання  $\Phi_r$ . Скористаємось рівнянням (5.28). У формі діючих значень величин воно набуває такого вигляду:

$$\underline{U} = -\underline{E} - \underline{E}_p + \underline{I} \cdot R \quad (5.40)$$

Потік розсіювання  $\Phi_r$  тільки частково проходить по осердю, та в основному замикається по повітрю (це лінійне середовище). Оскільки магнітний опір ділянок кола в осерді для поля розсіювання набагато менший, ніж магнітний опір повітряних ділянок, то можна вважати, що залежність цього поля розсіювання від струму є лінійною  $\Phi_r(i)$ . Але тоді й індуктивність розсіювання  $L_p = \frac{w \Phi_p}{i}$

й індуктивний опір розсіювання  $X_p = \omega L_p$  не залежать від струму, тому і ЕРС

розсіювання  $e_p = -L_p \frac{di}{dt}$  прямо пропорційна струму.

Запишемо ЕРС розсіювання через падіння напруги:

$$\underline{E}_p = -\underline{U}_p = jX_p \cdot \underline{I}.$$

Підставляємо у формулу (5.40) цей вираз і отримуємо рівняння електричного стану реальної котушки зі стальним осердям:

$$\underline{U} = -\underline{E} + jX_p \cdot \underline{I} + \underline{I} \cdot R. \quad (5.41)$$

На підставі цього рівняння дійдемо висновку: якщо напруга джерела незмінна, а опором котушки й полями розсіювання можна знехтувати, то з урахування рівняння (5.36) магнітний потік котушки залишається майже незмінним:

$$\Phi_m = \frac{U}{4,44 f w}. \quad (5.42)$$

Рівняння (5.41) можна спростити:

$$\underline{U} = -\underline{E} + \underline{I} \cdot \underline{Z}, \quad (5.43)$$

де  $\underline{Z} = R + jX_p$  – повний опір котушки.

Згідно з рівнянням (5.41) будуємо векторну діаграму (рис. 5.17).

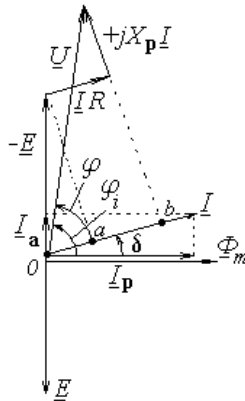


Рис. 5.17. Векторна діаграма реальної котушки

За основу діаграми вибирається вектор магнітного потоку  $\underline{\Phi}_m$ , який відстає від вектора струму  $\underline{I}$ , який його створює, за фазою на кут втрат у сталі  $\delta$ .

ЕРС самоіндукції  $\underline{E}$  відстає від вектора потоку на  $90^\circ$ , ЕРС розсіювання  $\underline{E}_p$  від струму – на  $90^\circ$ .

Напруга на виводах котушки  $\underline{U}$ , яка випереджає струм  $\underline{I}$  за фазою на кут  $\varphi$ , є геометричною сумою векторів  $-\underline{E}$ ,  $jX_p \cdot \underline{I}$  та  $\underline{I} \cdot R$ .

Активна потужність, яка споживається котушкою, дорівнює  $P = UI \cos \varphi$ . З векторної діаграми виходить, що значення  $U \cos \varphi$  дорівнює сумі двох відрізків  $0a + ab$ . Причому відрізок  $0a = E \cos \varphi_i = E \cos(90^\circ - \delta)$ , відрізок  $ab = IR$ , тому:

$$U \cos \varphi = IR + E \cos \varphi_i = IR + E \cos(90^\circ - \delta).$$

Таким чином, отримуємо вираз для потужності:

$$P = UI \cos \varphi = I^2 R + IE \cos \varphi_i = \Delta P_e + \Delta P_{bc}, \quad (5.44)$$

де  $\Delta P_e = I^2 R$  – потужність, що витрачається в активному опорі обмотки. Її називають втратами у міді;

$\Delta P_\Sigma = IE \cos \varphi_i = EI \sin \delta$  – сумарні втрати у сталі осердя, які можна надати таким чином:

$$\Delta P_\Sigma = P_\Gamma + P_{bc}, \quad (5.45)$$

де  $P_\Gamma$  – втрати на гістерезис;  $P_{bc}$  – втрати на вихрові струми.

Під час перемагнічування виникають втрати на гістерезис, які є енергією, що витрачається на усунення намагнічування попередньої полярності.

Ці втрати пропорційні площині петлі гістерезису і можуть бути визначені як:

$$P_\Gamma = \sigma_\Gamma f \cdot B_m^n G, \quad (5.46)$$

де  $\sigma_\Gamma$  – гістерезисний коефіцієнт, який залежить від марки сталі (магнітних властивостей матеріалу);  $f$  – частота підведеної напруги;  $B_m$  – максимальне значення індукції;  $n$  – емпіричний коефіцієнт;  $G$  – маса осердя.

У разі умови  $B > 1$  Тл,  $n=2$ , і  $\Delta P_{ст} \sim B_m^2$ .

Під час проходження змінного струму в обмотці наводиться ЕРС не тільки в обмотці, але й в осерді.



Під дією ЕРС по осердю проходять струми, які називають вихровими (рис. 5.18, а). Ці вихрові струми, які проходять по осердю з відносно великим електричним опором, зумовлюють його нагрівання і втрати потужності.

Наведені вихрові струми за принципом Ленца утворюють свій магнітний потік, направлений зустрічно відносно основного потоку, тобто він розмагнічує осердя.

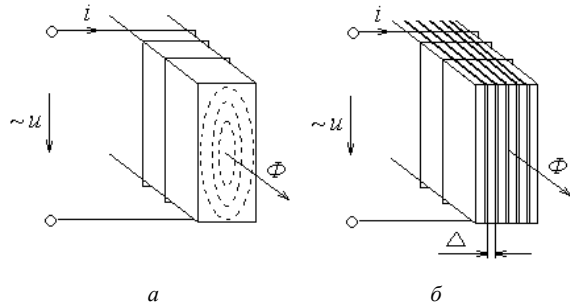


Рис. 5.18. Поперечний перетин осердя з обмоткою змінного струму:  
а – суцільного; б – шихтованого

Внаслідок цього результуючий потік розподіляється нерівномірно по поперечному перетину осердя: він зменшується всередині та збільшується на поверхні. Це явище називають магнітним поверхневим ефектом.

Для розрахунку втрат на вихрові струми використовують вираз:

$$P_{\text{вс}} = \sigma_{\text{вс}} f^2 B_m^2 G \cdot \gamma, \quad (5.47)$$

де  $\sigma_{\text{вс}}$  – емпіричний коефіцієнт;  $\gamma = 1/\rho$  – питома провідність матеріалу осердя.

Отже, можна вважати, що втрати у сталі  $\Delta P_{\text{ст}} \sim B_m^2$ .

Для зменшення вихрових струмів і втрат в осерді його виконують шихтованим, тобто набраним з окремих листів, ізолюваних один від одного (рис. 5.18, б). Таке осердя називають шихтованим.

Щоб зменшити питому провідність осердя, а відтак і вихрові струми, у сталь додають кремній Si. У разі цього збільшується опір, а магнітні властивості не погіршуються.

У довідниках у вигляді таблиць наводяться питомі втрати в сталі залежно від максимальної індукції та марки сталі. Втрати в обмотці та в осерді намагаються звести до раціонального мінімуму, оскільки з їх збільшенням зменшується ККД пристрою. З цією метою осердя котушок у колах змінного струму виготовляються зі спеціальних легованих магнітом'яких електротехнічних сталей, які мають велику магнітну проникність. Таким чином, зменшують втрати на гістерезис. Щоб зменшити втрати на вихрові струми, осердя набирають з тонких, ізолюваних один від одного лаком або окислом листів сталі (товщиною 0,3 – 0,5 мм для машин і апаратів за частоти 50 Гц) сталі.

Питомі втрати листової електротехнічної гарячекатаної сталі марки 1512, наприклад, за  $B_m = 1$  і 1,5 Тл, частоті  $f = 50$  Гц та товщині 0,35 мм складають, відповідно 1,3 і 3 Вт/кг, а для листової холоднокатаної сталі марки 3413 вони в два – три рази менше.

## 5.9. Схема заміщення котушки зі сталевим осердям

Для аналізу і розрахунку реальну котушку з осердям заміняють еквівалентною схемою, наприклад у вигляді схеми з послідовним з'єднанням елементів (рис. 5.19).

Підставою для заміни є рівняння  $\underline{U} = -\underline{E} + jX_p \underline{I} + \underline{I} \cdot R$ . При цьому параметри  $R_0$  і  $jX_0$  залежать від напруги  $U$  (Потік  $\Phi \sim U$ ). Це змінні параметри схеми. Параметри  $R$  і  $jX_p$  є постійними і враховують магнітне коло (сталеве осердя) котушки.

Параметри схеми заміщення можна визначити таким чином:

$$R = \frac{P_{\text{с}}}{I^2}; \quad R_0 = \frac{P_{\text{ст}}}{I^2}; \quad X_p = L_p \omega; \quad Z_0 = \frac{E}{I}; \quad X_0 = \sqrt{Z_0^2 - R_0^2}, \quad (5.48)$$

де:  $X_p$  – індуктивний опір, через який заміщується індуктивна дія потоку розсіювання  $\Phi_p$ ;

$R$  – активний опір, через який заміщуються втрати потужності у провідниках обмотки  $P_{\text{об}}$ ;

$X_0$  – індуктивний опір, через який заміщується індуктивна дія основного магнітного потоку;

$R_0$  – активний опір, через який заміщуються втрати електричної потужності у сталевому осерді котушки  $P_{ст}$ .

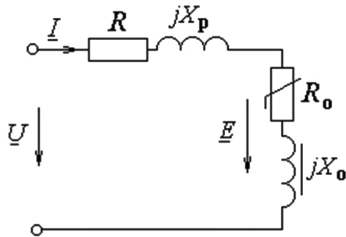


Рис. 5.19. Схема заміщення котушки зі сталевим осердям

### Контрольні запитання

1. Назвіть основні параметри, що характеризують магнітне поле.
2. Вкажіть магнітні властивості матеріалів.
3. Наведіть приклади петлі гістерезису для магнітом'яких та магнітотвердих матеріалів.
4. Надайте класифікацію магнітних кіл.
5. Сформулюйте та наведіть приклади використання Закону електромагнітної індукції.
6. Сформулюйте та наведіть приклади використання Закону повного струму.
7. Сформулюйте та наведіть приклади використання Закону Ампера.
8. Поясніть основні принципи розрахунку магнітних кіл постійного струму.
9. Поясніть основні принципи розрахунку магнітних кіл зі змінною магніторушійною силою.
10. Наведіть аналогію між електричними і магнітними колами.
11. Вкажіть форми залежностей ЕРС і струму від часу для ідеалізованої котушки зі сталевим осердям.
12. Накресліть векторну діаграму реальної котушки.
13. Надайте приклади розрахунку втрат у реальній котушці.
14. Схема заміщення котушки зі сталевим осердям.

## 6. ТРАНСФОРМАТОРИ

*Трансформатор* – це статичний електромагнітний апарат, призначений для перетворення змінного струму однієї напруги у змінний струм тієї ж частоти, але іншої напруги.

### 6.1. Призначення трансформаторів

Залежно від призначення трансформатори поділяються на силові та вимірювальні. Силові трансформатори є найважливішим елементом у системі електропостачання, відіграють роль проміжної ланки між генераторами електростанцій і споживачами електроенергії. Їх різновиди – автотрансформатори. Силові трансформатори виготовляються для загальних потреб (зварювальні, перетворювачі частоти, електропідні та ін.). За кількістю фаз вони поділяються на одно- та трифазні, за способом охолодження – на сухі та масляні.

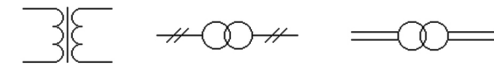


Рис. 6.1. Умовні позначення однофазних трансформаторів

Вимірювальні трансформатори призначені в основному для кіл вимірювання електричних величин змінного струму. На рис. 6.1 показані умовні позначення однофазного трансформатора.

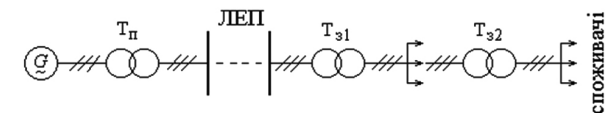


Рис. 6.2. Схема передавання електроенергії від електростанції до споживачів

На електростанціях електроенергія виробляється за допомогою трифазних генераторів напругою 6–30 кВ (рис. 6.2).

Споживачі електроенергії виготовляються в основному на стандартні напруги 127, 220, 380 та 660 В.

Електроенергія від електростанцій споживачам передається повітряними або кабельними ЛЕП високої напруги. Оскільки втрати напруги в лініях пропорційні струму  $I$ , а втрати енергії за законом Джоуля-Ленця – його квадрату, то необхідну потужність  $P = \sqrt{3}UI\cos\varphi$  доцільно передавати за можливістю малим струмом та високою напругою. Це здійснюється за допомогою підвищувального трансформатора  $T_{\text{п.}}$ . У містах споживання електроенергія з високої напруги ступеневе перетворюється знижувальними трансформаторами  $T_{\text{з}}$  в необхідну споживачам напругу.

В результаті електроенергія електростанції перед тим, як потрапити до споживачів до трьох-чотирьох разів перетворюється за допомогою трансформаторів, сумарна потужність яких перевищує встановлену потужність електричної станції приблизно у п'ять-шість разів.

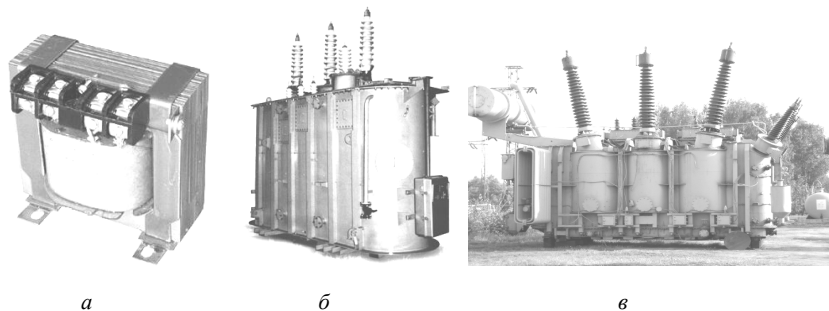


Рис. 6.3. Трансформатори:

*a* – однофазний сухий; *б* – трифазний масляний класу напруги 110 кВ;

*в* – потужний станційний

Зазначимо, що крім цього трансформатори широко використовуються в блоках живлення різноманітних електроприладів. На рис. 6.3 зображені трансформатори різного призначення і потужності.

## 6.2. Будова і принцип дії трансформатора

Розглянемо однофазний силовий трансформатор. Він складається з трьох головних частин: обмоток, магнітної системи – замкнутого сталевого магнітопровода та системи охолодження.

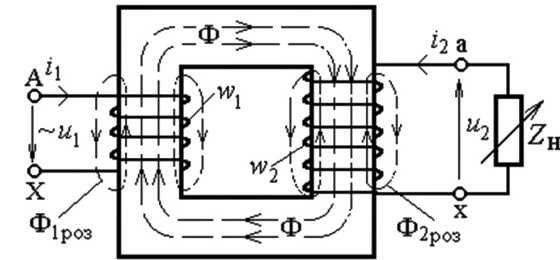


Рис. 6.4. Принципова схема однофазного трансформатора

Обмотки – первинна з числом витків  $w_1$ , яка з'єднана з джерелом змінного струму, і вторинна з числом витків  $w_2$ , до якої вмикають навантаження, виготовляються, як правило, з ізольованого мідного проводу. Виводи однофазного силового трансформатора (рис. 6.4) позначаються, наприклад, так: обмотка вищої напруги (ВН) – прописними літерами А-Х, обмотка нижчої напруги (НН) – рядковими літерами а-х.

Магнітопровід трансформатора збирається із штампованих прямокутних листів електротехнічної сталі товщиною 0,25 та 0,5 мм, що забезпечує зменшення втрат на гістерезис та вихрові струми. Конструктивно магнітопроводи поділяються на стрижневі та броньові. Відповідно і трансформатори називаються стрижньовими та броньовими.

В однофазному стрижньовому трансформаторі (рис. 6.5) осердя складається з двох вертикальних стрижнів, на яких розташовуються обмотки, та двох горизонтальних нижнього та верхнього ярем того ж поперечного перетину. На кожному з стрижнів трансформатора розташовують концентрично по половині обмоток НН та ВН.

Половини обмоток НН та ВН відповідно з'єднуються послідовно або паралельно за умови, щоб їх магнітні потоки додавались.

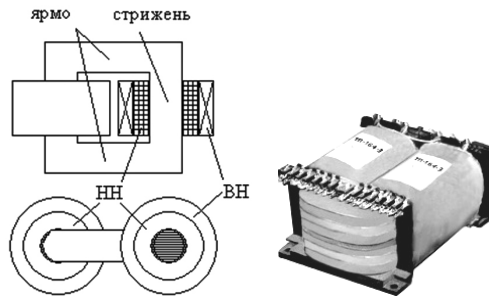


Рис. 6.5. Однофазний стрижневий трансформатор:  
а – схема; б – загальний вигляд

В однофазному броньовому трансформаторі (рис. 6.6) обмотки ВН та НН розділені на частини у формі дисків, які по чергово розташовуються тільки на середньому стрижні, а з боків закриваються двома ярмами, що замикають магнітопровід.

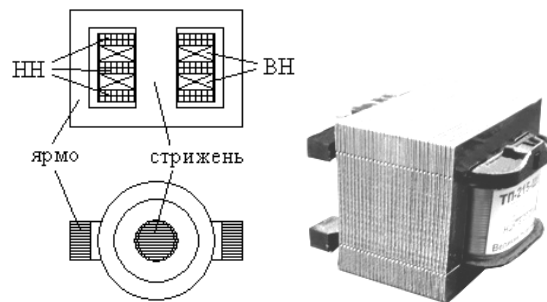


Рис. 6.6. Однофазний броньовий трансформатор:  
а – схема; б – загальний вигляд

Оскільки потік осердя в ярмах роздвоюється, перетин кожного ярма дорівнює половині перетину стрижня. Принцип дії трансформатора заснований на явищі електромагнітної індукції.

Якщо первинну обмотку (рис. 6.4) під'єднати до джерела синусоїдної напруги  $u_1$ , то в ній виникає змінний струм  $i_1$ . Цей струм створює магнітне поле, яке посилюється сталевим осердям. Невелика частина поля у вигляді потоків розсіювання  $\Phi_{1\text{роз}}$  та  $\Phi_{2\text{роз}}$  замикається навкруги витків первинної та вторинної обмоток в основному по повітрю.

Основна частина магнітного поля сконцентрована в осерді й утворює робочий магнітний потік  $\Phi$ , зчеплений з обома обмотками.

Згідно з законом електромагнітної індукції основний магнітний потік  $\Phi$  у первинній і вторинній обмотках трансформатора наводить ЕРС, відповідно: для миттєвих значень:

$$e_1 = -w_1 \frac{d\Phi}{dt}, \quad e_2 = -w_2 \frac{d\Phi}{dt}, \quad (6.1)$$

для діючих значень:

$$E_1 = 4,44 \cdot w_1 \cdot f \cdot \Phi_m, \quad E_2 = 4,44 \cdot w_2 \cdot f \cdot \Phi_m. \quad (6.2)$$

Вторинна обмотка трансформатора з ЕРС  $e_2$  – це джерело електроенергії для споживачів.

Таким чином, у первинному колі з кількістю витків обмотки  $w_1$  електроенергія джерела перетворюється в енергію магнітного поля, що передається по осердю, яка у вторинному колі з обмоткою  $w_2$ , навпаки, перетворюється в електричну енергію тієї ж частоти, але з іншими значеннями струму і напруги. Основним параметром трансформатора є коефіцієнт трансформації, який становить собою відношення напруг, ЕРС обмоток ВН до НН або кількості їх витків:

$$k = \frac{U_{\text{ВН}}}{U_{\text{НН}}} = \frac{E_{\text{ВН}}}{E_{\text{НН}}} = \frac{w_{\text{ВН}}}{w_{\text{НН}}}. \quad (6.3)$$

Якщо кількість витків первинної обмотки трансформатора більша за вторинну  $w_1 > w_2$ , то трансформатор є понижувальним; якщо  $w_1 < w_2$ , то трансформатор підвищувальний.

Якщо знехтувати втратами, то можна вважати, що повні потужності на обмотках рівні між собою  $S_1 \approx S_2 \Rightarrow U_1 I_1 \approx U_2 I_2$ , і тоді отримуємо співвідношення:

$$\frac{U_1}{U_2} \approx \frac{I_2}{I_1}, \quad (6.4)$$

тобто струми в обмотках трансформатора обернено пропорційні напругам.

Розглянемо систему охолодження, яка поділяє трансформатори на сухі та масляні.

Сухі трансформатори охолоджуються навколишнім повітрям (рис. 6.3, а). Їх виготовляють на потужності до 250 кВА.

В масляних трансформаторах передавання теплоти від обмоток та магнітопроводу крізь стінки масляного бака назовні в навколишнє середовище здійснюється за допомогою мінерального трансформаторного масла, яке у порівнянні з повітрям має значно більшу теплопровідність. Крім того, це масло відіграє роль додаткового електричного ізолятора. В трансформаторах невеликої потужності масляний бак зазвичай має гладкі або ребристі стінки (рис. 6.3, б), у трансформаторах вищої потужності – трубчаті з вертикальними трубами, а в більш потужних трансформаторах – з навісними радіаторами (рис. 6.3, в).

У низці масляних трансформаторів здійснюється природна циркуляція масла: нагріте трансформаторне масло з меншою щільністю піднімається вгору, поступає в труби, охолоджується в них і опускається донизу.

В трансформаторах потужністю 6,3–63 МВА додатково до природного здійснюється форсоване повітряне охолодження навісних трубчатих радіаторів і стінок бака за допомогою вентиляторів, вбудованих у радіатори.

В трансформаторах великої потужності застосовується примусова циркуляція масла (за допомогою насосів) та його охолодження в спеціальних охолоджувачах, встановлених безпосередньо на баці трансформатора, а також обдувними вентиляторами.

### 6.3. Режим роботи трансформатора

Розрізняють три основні режими роботи трансформатора: неробочого ходу (НХ), короткого замикання (КЗ) і навантаження.

#### 6.3.1. Режим неробочого ходу

Режим неробочого ходу – це режим, коли до первинної обмотки підводиться змінна напруга, а вторинна обмотка розімкнута. У цьому режимі струм у вторинній обмотці відсутній  $I_2 = 0$ , а у первинній проходить невеликий струм  $I_{10} \approx (3 \dots 5 \%) I_{1\text{ном}}$ .

Зазначимо, що індексам параметрів НХ додається 0.  $I_{10}$  – це реактивний струм, який утворює магнітний потік трансформатора:

$$\Phi = \frac{F_1}{R_m} = \frac{I_{10} w_1}{R_m}. \quad (6.5)$$

Рівняння напруг і струмів для первинної обмотки трансформатора таке ж саме, як було для котушки зі стальним осердям:

$$\underline{U}_1 = -\underline{E}_1 + \underline{I}_{10} R_1 + j \underline{I}_{10} X_1 = -\underline{E}_1 + \underline{I}_{10} \underline{Z}_1, \quad (6.6)$$

де  $R_1$  – активний опір первинної обмотки;  $X_1$  – індуктивний опір, обумовлений потоком розсіювання, зчепленим із первинною обмоткою;  $\underline{Z}_1 = R_1 + jX_1$  – повний опір первинної обмотки.

Оскільки реактивний струм  $I_{10}$  малий, то напруга  $U_1 \approx E_1$ .

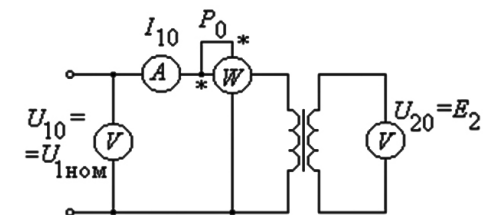


Рис. 6.7. Схема для проведення дослід НХ трансформатора

Для визначення параметрів трансформатора проводять дослід неробочого ходу за схемою, в якій встановлені вимірювальні прилади (рис. 6.7).

У первинній обмотці встановлюють номінальну напругу  $U_{10} = U_{1\text{ном}}$ . За результатами вимірювань ( $U_{10}$ ,  $I_{10}$ ,  $P_0$ ,  $U_{20}$ ) визначають:

коефіцієнт трансформації трансформатора:

$$k = \frac{E_1}{E_2} \approx \frac{U_{10}}{U_{20}}. \quad (6.7)$$

Оскільки струм неробочого ходу  $I_{10}$  малий, то ЕРС  $E_1 \approx U_{10}$ , а напруга  $E_2 = U_{20}$ . Отже, найбільш точно коефіцієнт трансформації визначають за дослідом НХ.

Втрати у сталевому осерді. Покажемо, що виміряна потужність  $P_0$  майже повністю дорівнює втратам в осерді. У загальному випадку ця потужність складається з втрат у мідних обмотках  $\Delta P_{\text{м1}}$  та втрат у сталевому осерді  $\Delta P_{\text{ст}}$ :

$$P_0 = \Delta P_{\text{м1}} + \Delta P_{\text{ст}}.$$

Але втрати потужності виникають тільки в первинній обмотці  $\Delta P_{\text{м1}} = I_{10}^2 R_1$  і вони малі, оскільки  $I_{10} \approx (3 \dots 5 \%) I_{1\text{ном}}$ . Тому можна вважати, що ці втрати у режимі НХ практично відсутні:

$$\Delta P_{\text{м1}} \approx 0. \quad (6.8)$$

Але як відомо втрати у сталі  $\Delta P_{\text{ст}} \sim B_m^2$ ;  $B_m \sim \Phi_m$ ;  $\Phi_m \sim U_1$ .

Оскільки напруга НХ  $U_{10} = U_{1\text{ном}}$ , то втрати у сталевому осерді  $\Delta P_{\text{ст}}$  відповідають номінальному режиму роботи трансформатора. Тому можна вважати, що ватметр у режимі НХ показує втрати у сталевому осерді:

$$P_0 \approx \Delta P_{\text{ст}}. \quad (6.9)$$

Коефіцієнт потужності трансформатора розраховується за вимірними значеннями:

$$\cos \varphi_0 = \frac{P_0}{U_{10} I_{10}}. \quad (6.10)$$

Параметри трансформатора розраховуються за результатами дослідів:

$$Z_0 = \frac{U_{10}}{I_{10}}; \quad R_0 = \frac{P_0}{I_{10}^2}; \quad X_0 = \sqrt{Z_0^2 - R_0^2}. \quad (6.11)$$

### 6.3.2. Режим короткого замикання

Під коротким замиканням (КЗ) розуміють такий режим, в якому вторинна обмотка замкнута накоротко, а до первинної обмотки підводиться напруга. Якщо напруга дорівнює номінальній величині  $U_1 = U_{1\text{ном}}$ , то такий режим є аварійним, оскільки струми у 10...20 разів можуть перевищити номінальні, внаслідок чого ці проводи та їхня ізоляція термічно перевантажуються. Режим КЗ може виникнути в режимі експлуатації трансформатора.

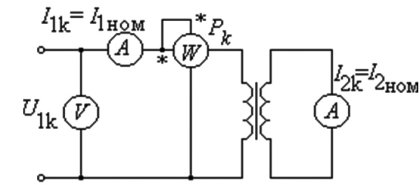


Рис. 6.8. Електрична схема для проведення дослідів КЗ трансформатора

Під час випробувань трансформатора проводять дослід короткого замикання (рис. 6.8). До первинної обмотки підводять понижено напругу  $U_{1k}$ , за якої по обох обмотках проходять номінальні струми  $I_{1\text{ном}}$  і  $I_{2\text{ном}}$ .

За результатами дослідів КЗ визначають:

Напруга короткого замикання  $u_k$ :

$$u_k = \frac{U_{1k}}{U_{1\text{ном}}}. \quad (6.12)$$

Ця напруга невелика і складає  $u_k = (3 \dots 7) \%$ .

Втрати в обмотках  $\Delta P_{\text{м1}}$ . Потужність, яку споживає трансформатор у досліді КЗ  $P_k$  у загальному випадку складається із втрат у сталевому осерді  $\Delta P_{\text{ст}}$  та втрат у мідних обмотках  $\Delta P_{\text{м1}}$ :

$$P_k = \Delta P_{\text{м}} + \Delta P_{\text{ст}}.$$

Але втрати у осерді  $\Delta P_{\text{ст}} \sim U_1^2$ , а враховуючи, що напруга дослідів КЗ  $U_1 = U_{1k} = (3 \dots 7) \% \cdot U_{1\text{ном}}$ , то можна вважати, що в цьому досліді:

$$\Delta P_{\text{ст}} \approx 0. \quad (6.13)$$

Втрати у мідних обмотках складають:

$$\Delta P_m = I_{1\text{ном}}^2 R_1 + I_{2\text{ном}}^2 R_2. \quad (6.14)$$

Враховуючи, що струми в цьому досліді номінальні, можна дійти висновку, що ватметр у досліді КЗ показує номінальні втрати у мідних обмотках:

$$P_k = \Delta P_m. \quad (6.15)$$

*Аварійний струм КЗ*, який виникає під час роботи трансформатора під номінальною напругою  $U_{1\text{ном}}$ .

Із співвідношення:

$$\frac{I_{1k}}{I_{1\text{ном}}} = \frac{U_{1\text{ном}}}{U_{1k}}$$

отримуємо величину аварійного струму КЗ:

$$I_{1k} = I_{1\text{ном}} \frac{U_{1\text{ном}}}{U_{1k}}. \quad (6.16)$$

### 6.3.3. Робота трансформатора під навантаженням

Режим навантаження виникає тоді, коли вторинну обмотку замикають на опір навантаження  $Z_n$ , а на первинну обмотку подають номінальну напругу  $U_{1\text{ном}}$ . Тоді по обмотках проходять струми  $I_1$ ,  $I_2$ .

До первинної обмотки трансформатора підведена напруга:

$$\underline{U}_1 = -\underline{E}_1 + \underline{I}_1 \underline{Z}_1. \quad (6.17)$$

При цьому у вторинній обмотці наводиться ЕРС, яка за другим законом Кірхгофа дорівнює:

$$\underline{E}_2 = \underline{I}_2 \underline{Z}_n + \underline{I}_2 \underline{Z}_2 = \underline{U}_2 + \underline{I}_2 \underline{Z}_2, \quad (6.18)$$

де  $\underline{Z}_2 = R_2 + jX_2$  – повний опір вторинної обмотки;  $R_2$  – активний опір вторинної обмотки;  $X_2$  – індуктивний опір, обумовлений потоком розсіювання, що зчеплений зі вторинною обмоткою.

З рівняння (6.18) отримуємо напругу вторинної обмотки:

$$\underline{U}_2 = \underline{E}_2 - \underline{I}_2 \underline{Z}_2. \quad (6.19)$$

Це є рівняння врівноваженої напруги вторинної обмотки.

Встановимо залежність між струмами обмоток трансформатора під час роботи під навантаженням.

У режимі НХ магнітний потік утворюється МРС  $F_0 = I_{10} w_1$  і за законом Ома для магнітного кола:

$$\underline{\Phi}_m = \sqrt{2} \cdot \Phi = \sqrt{2} \frac{F_0}{R_m} = \sqrt{2} \frac{I_{10} w_1}{R_m}, \quad (6.20)$$

де  $R_m$  – магнітний опір сталевго осердя.

У режимі *навантаження* магнітний потік утворюється двома МРС  $\underline{E}_1 = \underline{I}_1 w_1$  і  $\underline{E}_2 = \underline{I}_2 w_2$ , які зв'язані одним потоком  $\Phi$ .

Відповідно до закону повного струму МРС трансформатора дорівнює сумі комплексних МРС, які утворені струмами первинної та вторинної обмоток:

$$\underline{\Phi}_m = \sqrt{2} \cdot \Phi = \sqrt{2} \frac{\underline{I}_1 w_1 + \underline{I}_2 w_2}{R_m}. \quad (6.21)$$

Але відомо, що ЕРС у первинній обмотці:

$$\underline{E}_1 = 4,44 \cdot \underline{\Phi}_m w_1 f,$$

звідси, враховуючи, що  $E_1 \approx U_1$ , отримуємо максимальне (амплітудне) значення магнітного потоку:

$$\underline{\Phi}_m = \frac{\underline{E}_1}{4,44 \cdot w_1 f} \approx \frac{\underline{U}_1}{4,44 \cdot w_1 f}. \quad (6.22)$$

Оскільки напруга, що подається, залишається незмінною, тобто  $U_1 = U_{1\text{ном}} = \text{const}$  у досліді НХ і під час навантаження, то з рівняння (6.22) магнітний потік також можна вважати незмінним  $\Phi = \text{const}$ .

Отже, магнітний потік не залежить від навантаження.

Прирівняємо рівняння (6.20) і (6.21):

$$\sqrt{2} \frac{I_{10} w_1}{R_M} = \sqrt{2} \frac{I_1 w_1 + I_2 w_2}{R_M}$$

і після скорочень на однакові множники отримаємо рівняння:

$$I_{10} w_1 = I_1 w_1 + I_2 w_2. \quad (6.23)$$

Розділивши обидві частини на  $w_1$ , отримаємо співвідношення:

$$I_{10} = I_1 + I_2 \frac{w_2}{w_1},$$

або рівняння струмів трансформатора:

$$I_1 = I_{10} + (-I_2'), \quad (6.24)$$

де  $I_2' = \frac{w_2}{w_1} I_2$  – приведений вторинний струм трансформатора.

Таким чином, будь-яка зміна навантаження у вторинній обмотці трансформатора ( $I_2$ ) автоматично викликає відповідну зміну струму у первинній обмотці  $I_1$ . Однак магнітний потік трансформатора  $\Phi$  у разі зміни навантаження майже не змінюється.

#### 6.4. Векторна діаграма трансформатора

Векторна діаграма трансформатора в режимі НХ (рис. 6.9, а) будується на підставі рівняння (6.6) в такому порядку.

Спочатку відкладається вектор потоку  $\Phi$ . Струм НХ  $I_{10}$ , який збуджує цей потік, випереджає його на невеликий кут втрат у сталі  $\delta$ . ЕРС  $E_1$  та  $E_2$ , які відстають по фазі на  $90^\circ$  від потоку  $\Phi$ , який їх збуджує, відкладаються вниз. Вектор первинної напруги  $U_1$  повинен задовольняти рівнянню (6.6). Для цього будується вектор  $-E_2$ , який протилежний до вектора  $E_2$ . До його кінця додається вектор активної напруги  $R_1 I_{10}$  (паралельно струму  $I_{10}$ ) та вектор реактивної напруги  $jX_1 I_{10}$  (перпендикулярний до струму  $I_{10}$ ). Вектор напруги первинної  $U_1$  випереджає струм  $I_{10}$  на кут  $\varphi_1$ .

Векторна діаграма трансформатора в режимі навантаження (рис. 6.9, б) будується на підставі рівнянь (6.17), (6.19) та (6.24) в такому порядку. Для випадку активно-індуктивного навантаження, яке зустрічається найчастіше, струм у вторинній обмотці  $I_2 = \frac{E_2}{Z_n}$  будується на кут  $\Psi_2$ , який відстає від ЕРС  $E_2$ . Напруга на вторинній обмотці трансформатора  $U_2$  визначається графічно відповідно до рівняння електричної рівноваги (6.19). До кінця вектора  $E_2$  перпендикулярно струму  $I_2$  добудовується вектор реактивної напруги  $jX_2 I_2$ , а до початку останнього паралельно струму  $I_2$  будується вектор активної напруги  $R_2 I_2$ .

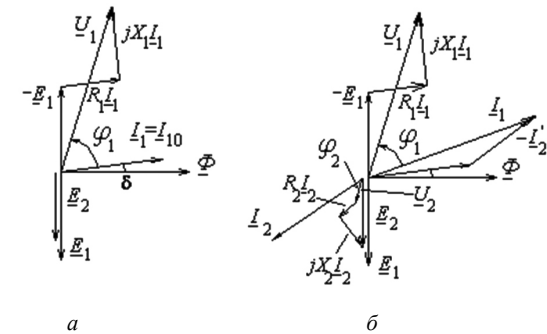


Рис. 6.9. Векторна діаграма трансформатора в режимі:

а – неробочого ходу; б – навантаження

У разі активно-індуктивного навантаження напруга на вторинній обмотці  $U_2$  випереджає по фазі струм  $I_2$  на кут  $\varphi_2$ .

Струм первинної обмотки  $I_1$  будується відповідно до рівняння (6.24). До кінця вектора  $I_{10}$  прибудовується вектор приведенного вторинного струму  $I_2' = \frac{w_2}{w_1} I_2$  та їх векторною сумою є вектор струму  $I_1$ . Напруга первинної обмотки визначається рівнянням (6.17) і будується аналогічно, як це було під час НХ. Для цього будується вектор  $E_2$ . До його кінця додається вектор  $R_1 I_1$  (паралельно струму  $I_1$ ) та вектор  $jX_1 I_1$  (перпендикулярний до струму  $I_1$ ). Вектор первинної напруги трансформатора  $U_1$  випереджає струм  $I_1$  на кут  $\varphi_1$ .



Зі збільшенням струму навантаження  $I_2$  збільшується і струм, що споживається трансформатором  $I_1$ . При цьому вектор струму  $I_1$  повертається у бік вектора напруги  $U_1$  тим більше, чим більше  $\cos\varphi_2$  (чим менше кут  $\varphi_2$ ), і кут  $\varphi_1$  зменшується. Відповідно, коефіцієнт потужності трансформатора  $\cos\varphi_1$  напряму залежить від струму в навантаженні  $I_2$  та коефіцієнта потужності  $\cos\varphi_2$  навантаження.

З векторної діаграми (рис. 6.9, б) і рівняння струмів (6.24) виходить, що будь-яке змінення вторинного струму  $I_2$  спричиняє відповідне змінення первинного струму  $I_1$ . Струм  $I_1$  має дві складові:  $I_{10}$  – утворює основний магнітний потік, а  $I_2'$  – компенсує розмагнічувальну дію струму  $I_2$ .

Фізично це можна пояснити таким чином. За принципом Ленца вторинний струм  $I_2$  утворює магнітний потік, направлений зустрічно відносно основного магнітного потоку  $\Phi$ , тобто він розмагнічує трансформатор. Але потік не залежить від навантаження, тому розмагнічувальна дія струму  $I_2$  призводить до зростання струму  $I_1$ .

## 6.5. Характеристики трансформатора

### 6.5.1. Зовнішня характеристика

Зовнішня характеристика (рис. 6.10) – це залежність напруги на вторинній обмотці від струму навантаження  $U_2(I_2)$ . Характеристика знімається за незмінної первинної напруги  $U_1 = U_{1\text{ном}} = \text{const}$  та коефіцієнта потужності  $\cos\varphi_2 = \text{const}$ .

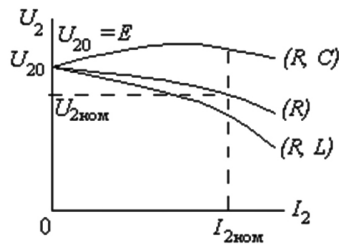


Рис. 6.10. Зовнішня характеристика трансформатора

З рівняння (6.19) виходить, що у разі змінення навантаження, тобто струму  $I_2$ , напруга на навантаженні  $U_2$  змінюється внаслідок падіння напруги  $I_2 Z_2$ .

За активно-індуктивного навантаження ( $R, L$ ) осердя додатково розмагнічується, тобто магнітний потік зменшується, а відтак знижується ЕРС  $E_2$ . За активно-ємнісного ( $R, C$ ) навантаження осердя підмагнічується, що призводить до підвищення напруги у разі збільшення струму навантаження.

Якщо навантаження має активний характер ( $R$ ), то величина  $\Delta u$  – змінення напруги на трансформаторі дорівнює:

$$\Delta u = \frac{U_{20} - U_{2\text{ном}}}{U_{20}} = \frac{\Delta U}{U_{20}} 100\%, \quad (6.25)$$

та становить  $\Delta u \approx (5...7)\%$ .

У цілому зовнішня характеристика трансформатора за активного навантаження жорстка, тобто напруга змінюється мало під час навантаження.

### 6.5.2. ККД трансформатора

Розглянемо залежність ККД трансформатора від корисної потужності. Характеристику  $\eta(P_2)$  будують за незмінної напруги, тобто  $U_1 = U_{1\text{ном}}$ ;  $\cos\varphi_2 = \text{const}$ .

За визначенням ККД трансформатора дорівнює відношенню:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1}, \quad (6.26)$$

де  $P_1 = U_1 I_1 \cos\varphi_1$  – підведена потужність;

$P_2 = U_2 I_2 \cos\varphi_2$  – корисна потужність на навантаженні.

Різниця між цими потужностями – це втрати у трансформаторі:

$$P_1 - P_2 = \Delta P_{\text{ст}} + \Delta P_{\text{м}},$$

звідки виразимо потужність:

$$P_1 = P_2 + \Delta P_{\text{ст}} + \Delta P_{\text{м}}. \quad (6.27)$$

Якщо підставити рівняння (6.27) у (6.26) отримуємо:

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + \Delta P_{\text{ст}} + \Delta P_{\text{м}}}. \quad (6.28)$$

Як видно з формули (6.28), характер залежності  $\eta(P_2)$  визначається характером зміни втрат від корисної потужності.

У номінальному режимі ККД можна визначити непрямым методом за результатами вимірювань ватметром, які були отримані в досліді НХ і КЗ:

$$\eta_{\text{ном}} = \frac{P_2}{P_2 + \Delta P_{\text{НХ}} + \Delta P_{\text{КЗ}}}. \quad (6.29)$$

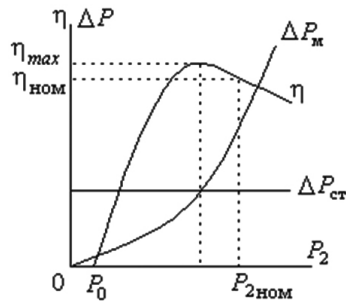


Рис. 6.11. Залежність ККД і втрат від корисної потужності

Розглянемо характер зміни втрат у трансформаторі. Оскільки підведена напруга  $U_1 = U_{\text{ном}} = \text{const}$ , то втрати у сталевому осерді  $\Delta P_{\text{ст}} \sim U_1 = \text{const}$ . Таким чином, втрати у сталі постійні (рис. 6.11). Втрати у мідних обмотках:

$$\Delta P_{\text{м}} = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 \sim I_2^2,$$

залежать від навантаження і є змінними.

За малого навантаження  $P_2$  ККД трансформатора малий унаслідок відносно великих втрат у сталевому осерді, а під час перевантаження ККД знижується внаслідок відносно великих втрат у мідних обмотках. Максимального значення ККД набуває за рівності цих втрат:

$$\Delta P_{\text{ст}} = \Delta P_{\text{м}} \Rightarrow \eta = \eta_{\text{max}}.$$

У цілому максимальний ККД досить високий і становить  $\eta_{\text{max}} \approx (97...99,5)\%$ . Номінальний ККД  $\eta_{\text{ном}}$  не суттєво менший за максимальний  $\eta_{\text{max}}$ . ККД зростає зі збільшенням потужності трансформатора.

## 6.6. Схема заміщення трансформатора

Для аналізу і розрахунків різних режимів роботи трансформатора, в тому числі визначення вторинної напруги за різних навантажень, а також під час розрахунків складних електричних кіл, в які трансформатор входить як один зі складових елементів, реальний трансформатор відображається еквівалентною схемою заміщення. Електрична схема заміщення трансформатора може бути представлена у вигляді магніто-зв'язаних контурів (рис. 6.12, а), де позначені:  $R_1, R_2$  – активні опори первинної і вторинної обмоток, відповідно;  $X_1, X_2$  – індуктивні опори первинної і вторинної обмоток, обумовлені потоками розсіювання, зчепленими з первинною і вторинною обмотками;  $E_1, E_2$  – ЕРС у первинній і вторинній обмотках від основного магнітного потоку. Штриховим контуром обведено ідеалізований трансформатор, у якого параметри:

$$R_1 = R_2 = X_1 = X_2 = 0.$$

Це схема магніто-зв'язаних обмоток трансформатора.

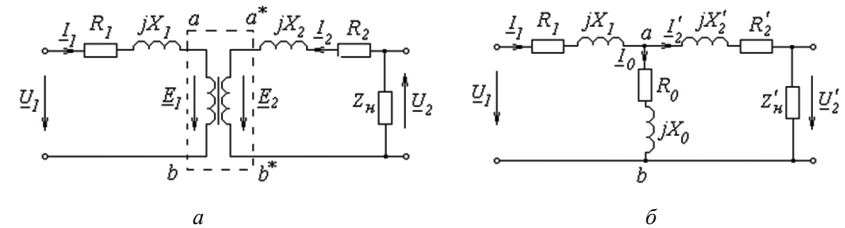


Рис. 6.12. Схеми заміщення трансформатора:

а – з магніто-зв'язаними контурами; б – з електричним зв'язком між обмотками

Саме тому для аналізу використовують схему заміщення, в якій магнітний зв'язок між первинною і вторинною обмотками замінюється електричним зв'язком, а усі параметри вторинної обмотки беруть приведені (рис. 6.12, б).

У *приведеному трансформаторі* коефіцієнт трансформації  $k = 1$  і в такому випадку магнітний зв'язок між обмотками виключається. Цей коефіцієнт приведення визначають, на підставі умови, що кількість витків вторинної обмотки дорівнює кількості витків первинної обмотки  $w_2 = w_1$ .

Тоді для понижувального трансформатора приведена вторинна ЕРС знаходиться зі співвідношення  $k = \frac{w_1}{w_2} = \frac{E_1}{E_2}$  і визначається як:

$$E'_2 = E_1 = k \cdot E_2. \quad (6.30)$$

Аналогічно, може бути визначена і приведена вторинна напруга:

$$U'_2 = U_1 = k \cdot U_2. \quad (6.31)$$

Приведений струм  $I'_2$  визначають з умови незмінної повної потужності  $S_2 = E_2 I_2 = E'_2 I'_2 = k E_2 I'_2$ , звідки:

$$I'_2 = \frac{1}{k} I_2 = \frac{w_2}{w_1} I_2. \quad (6.32)$$

Приведені опори визначають з рівняння для активної, реактивної і повної потужностей трансформатора:

$$R'_2 I'^2_2 = R_2 I^2_2; \quad X'_2 I'^2_2 = X_2 I^2_2; \quad Z'_2 I'^2_2 = Z_2 I^2_2,$$

звідки приведений активний опір:

$$R'_2 = \frac{I^2_2}{I'^2_2} R_2 = k^2 R_2. \quad (6.33)$$

Аналогічно визначаються приведені реактивний та повний опори:

$$X'_2 = k^2 X_2; \quad (6.34)$$

$$Z'_n = k^2 Z_n. \quad (6.35)$$

У схемі заміщення трансформатора (рис. 6.12, б)  $Z_0$  – комплексний опір відображає втрати енергії в осерді та ЕРС, спричинену змінним потоком осердя:

$$\underline{Z}_0 = R_0 + jX_0, \quad (6.36)$$

де  $R_0$  – враховує втрати на перемагнічування осердя;  $X_0$  – обумовлений дією основного магнітного потоку  $\Phi$ .

## 6.7. Застосування трансформаторів у електричних схемах апаратури зразків БТОТ

Трансформатори є приладами, які для роботи потребують живлення змінним або пульсуючим струмом. Це пов'язано з принципом дії цих приладів. Як відомо, у бортових мережах зразків БТОТ переважно застосовується постійний струм, але в деяких системах є кола зі змінним струмом. Як джерела живлення в них застосовуються електромашинні або статичні перетворювачі напруги і роду струму. Але номенклатура потрібних значень напруги живлення у складних електронних схемах дуже велика, тому вирішення питання її забезпечення за рахунок створення електромашинного або статичного перетворювача під кожне значення напруги є неприйнятним. У зв'язку з цим в апаратурі БТОТ для пониження або підвищення базової напруги змінного струму широке застосування знайшли малопотужні понижувальні та підвищувальні трансформатори.

У системах, де необхідний електричний струм високої напруги за незначної сили струму, іншої альтернативи, ніж застосування високовольтного трансформатора поки ще не знайдено. Живлення приладів нічного бачення зразків БТОТ, які споживають електричний струм із напругою в 12–19 кВ, здійснюється вбудованими та зовнішніми блоками живлення.

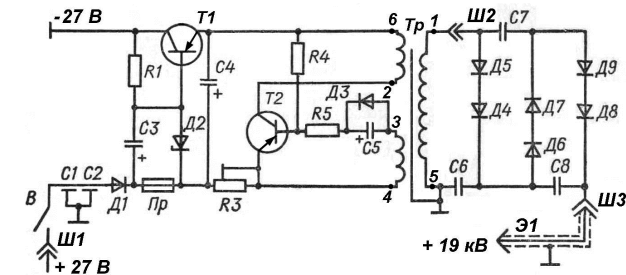


Рис. 6.13. Високовольтний блок живлення БТ-6-26Е приладу нічного бачення механіка-водія ТВНЕ-4ПА

На рис. 6.13 надана схема зовнішнього високовольтного блока живлення БТ-6-26Е приладу нічного бачення механіка-водія ТВНЕ-4ПА. На схемі зображено високовольтний підвищувальний трансформатор Тр.

До його низьковольтних обмоток 1–2 та 3–4 під'єднано мультівібратор, який зібрано з напівпровідникових елементів: транзисторів Т1 та Т2, стабілітрона Д2 та діодів Д1 та Д3. Його завданням є перетворення з постійного струму низької напруги бортової мережі  $26,5_{-5}^{+2}$  В у пульсуючий струм для забезпечення роботи високовольтного трансформатора.

У подальшому отриманий на виході трансформатора Тр змінний струм випрямляється, його напруга ще підвищується завдяки роботі помножувача на діодах Д4–Д8 та конденсаторах С6–С8.

Завдяки застосуванню розглянутих вище перетворень на виході з високовольтного блока живлення БТ-6-26Е, знімається постійний електричний струм напругою 19 кВ.

### 6.8. Трифазні трансформатори

Трифазні трансформатори можуть бути утворені з трьох однофазних трансформаторів, магнітопроводи яких об'єднані в один спільний тристрижневий магнітопровід (рис. 6.14).

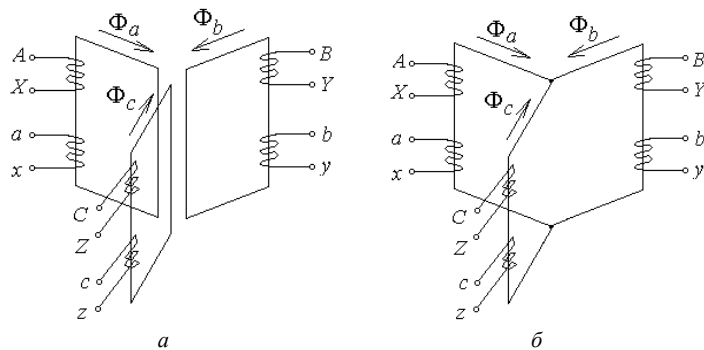


Рис. 6.14. Схеми трансформаторів:

а – трьох однофазних незв'язаних трансформаторів;

б – трифазного трансформатора без центрального стрижня

Таку конструкцію отримаємо, якщо три однофазних трансформатори під'єднати до трифазної мережі, а їх первинні обмотки з'єднати зіркою або

трикутником. У них з'являться струми НХ, які будуть мати однакові значення, та будуть зсунуті на  $120^\circ$  відносно один одного (рис. 6.14, а). Початкові фази магнітних потоків також будуть зсунуті на  $120^\circ$  між собою. Сума магнітних потоків так само, як і сума струмів, теж дорівнює нулю.

Якщо три стрижні перетворити в один загальний, то в ньому магнітного потоку не буде, і потреба у ньому відпадає. У результаті утворюється трифазний трансформатор без внутрішнього стрижня (рис. 6.14, б).

Однак технічно такий трансформатор виготовити складно, адже конструкційно простіше всі його стрижні розташувати в одній площині (рис. 6.15). По суті, при цьому нічого не зміниться, лише зменшиться довжина магнітопроводу середнього стрижня В. Це дещо порушить симетрію магнітопроводу трансформатора і призведе до того, що струм НХ середнього стрижня В буде дещо меншим за струми в стрижнях А і С.

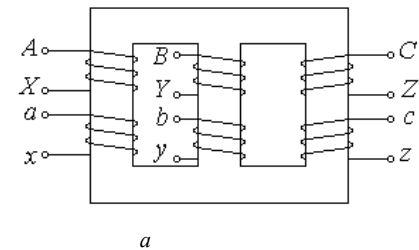


Рис. 6.15. Трифазний трансформатор:

а – конструкційна схема; б – загальний вигляд

Однак ця асиметрія не має практичного значення.

Кожна фаза трифазного трансформатора – це по суті однофазний трансформатор. Тому за рівномірного навантаження кожної фази аналіз і розрахунок, а також схема заміщення трифазного трансформатора будуть такими ж, як і однофазного трансформатора.

У разі з'єднання обмоток ВН і НН трифазного трансформатора зіркою (Y) або трикутником (Δ) можна отримати чотири основних варіанти (груп) – схем з'єднання (ВН/НН): Y/Y, Y/Δ, Δ/Δ, Δ/Y.

Коефіцієнтом трансформації трифазного трансформатора є лінійний коефіцієнт трансформації, обумовлений як відношення лінійних напруг (більшої до меншої):

$$k = \frac{U_{л1}}{U_{к2}}. \quad (6.37)$$

Залежно від способу з'єднання обмоток він може бути і нерівним фазному коефіцієнту трансформації:

$$k_{\phi} = \frac{U_{\phi1}}{U_{\phi2}} = \frac{w_1}{w_2}. \quad (6.38)$$

Лінійний коефіцієнт трансформації для зазначених вище чотирьох схем з'єднання обмоток трифазного трансформатора (ВН/НН) через  $k_{\phi}$  визначається таким чином:

$$\begin{aligned} k_{Y/Y} &= \frac{U_{л1}}{U_{л2}} = \frac{\sqrt{3}U_{\phi1}}{\sqrt{3}U_{\phi2}} = k_{\phi}; \\ k_{Y/\Delta} &= \frac{U_{л1}}{U_{л2}} = \frac{\sqrt{3}U_{\phi1}}{U_{\phi2}} = \sqrt{3}k_{\phi}; \\ k_{\Delta/\Delta} &= \frac{U_{л1}}{U_{л2}} = \frac{U_{\phi1}}{U_{\phi2}} = k_{\phi}; \\ k_{\Delta/Y} &= \frac{U_{л1}}{U_{л2}} = \frac{U_{\phi1}}{\sqrt{3}U_{\phi2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}k_{\phi}. \end{aligned} \quad (6.39)$$

Отже, значення вторинної напруги трифазного трансформатора залежить не тільки від відношення чисел витків фаз обмотки ( $k_{\phi}$ ), але і від способу їх з'єднання.

## 6.9. Використання трифазних трансформаторів у обладнанні, що застосовується для обслуговування БТОТ

Для зарядження акумуляторних батарей зразків БТОТ і військових автомобілів на акумуляторних станціях парків військових частин застосовуються автоматизовані випрямлячі ВАК-12-28,5 та ВАК-12-115.

Елементна структура цих автоматизованих випрямлячів базується на кремнієвих напівпровідникових – елементах – тиристорах (рис. 6.16).

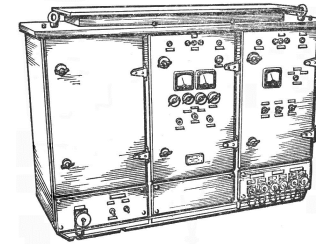


Рис. 6.16. Автоматизований випрямляч ВАК-12-28,5

Для перетворення трифазної високої напруги змінного струму промислової електромережі 380 В 50 Гц, в них застосовуються трифазні понижувальні трансформатори.

Автоматизовані випрямлячі ВАК є найбільш досконалими електричними зарядними пристроями, що призначені для зарядження свинцево-кислотних акумуляторних батарей.

При цьому ВАК-12-115 забезпечує заряд акумуляторної батареї за умови підтримання постійного зарядного струму у автоматичному режимі, що дозволяє здійснити 100 % заряд стартерних свинцево-кислотних акумуляторних батарей, які застосовуються на БТОТ та військових автомобілях.

## 6.10. Автотрансформатори

Автотрансформатор – це трансформатор, в якого вторинна обмотка НН є частиною первинної обмотки ВН.

Конструкційно автотрансформатор не відрізняється від звичайного трансформатора, тільки на його замкненому сталевому осерді розташовується одна обмотка ВН із кількістю витків  $w_1$ . Ця обмотка в знижувальному трансформаторі під'єднується до мережі змінного струму з напругою  $U_1$ . З частини цієї ж обмотки з кількістю витків  $w_2$  знімається трансформована напруга  $U_2$ .

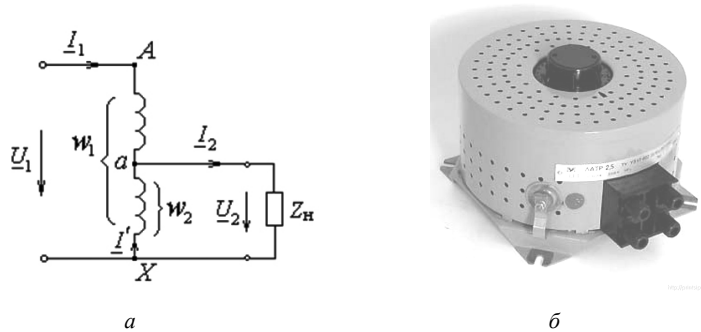


Рис. 6.17. Однофазний трансформатор:  
а – електрична схема; б – загальний вигляд  
однофазного автотрансформатора

На практиці широко застосовуються одно- та трифазні автотрансформатори, які можуть працювати як знижувальні або підвищувальні. На рис. 6.17 зображена схема однофазного автотрансформатора і загальний вигляд лабораторного автотрансформатора ЛАТР, призначеного для плавного регулювання напруги.

Коефіцієнт трансформації знижувального автотрансформатора:

$$k = \frac{w_1}{w_2} = \frac{E_1}{E_2}. \quad (6.40)$$

Струми та напруги навантаженого автотрансформатора з незначними втратами знаходяться у зворотній залежності:

$$\frac{U_1}{U_2} \approx \frac{I_2}{I_1} \approx k. \quad (6.41)$$

По спільній частині витків обмоток трансформатора проходить струм:

$$I' = I_2 - I_1 = I_1 k - I_1 = I_1 (k - 1). \quad (6.42)$$

Отже, спільна частина витків трансформатора може бути намотана проводом меншого поперечного перетину. За рахунок цього виходить економія міді. Ці переваги є суттєвими за невеликого коефіцієнта трансформації  $k < 2$ .

Основним недоліком автотрансформатора є електричний зв'язок між обмотками ВН та НН. Це потребує посилення ізоляції всієї його обмотки.

У випадку обриву обмотки на ділянці  $a-X$  (рис. 6.17, а) вторинне коло з приймачем потрапляють під напругу джерела  $U_1$ , а за КЗ на цій ділянці інша частина обмотки  $a-A$  з малим опором – під напругу джерела, що й викликає в ній великий струм КЗ.

За великого коефіцієнта трансформації  $k > 2$  автотрансформатори, як правило, не застосовують.

## 6.11. Вимірювальні трансформатори

Вимірювальні трансформатори застосовуються в колах змінного струму для розширення меж вимірювання електровимірювальними приладами, в установках ВН – додатково і для ізолювання їх від струмопровідних частин, а також для забезпечення обслуги від небезпечної для життя напруги під час проведення вимірювань в мережах високої напруги.

Залежно від призначення виділяються вимірювальні трансформатори струму (ТС) і напруги (ТН).

### 6.11.1. Вимірювальний трансформатор струму

Вимірювальні ТС використовуються в електроустановках для вимірювання струму. Первинна обмотка з виводами Л1 і Л2 (“Лінія”) вмикається в силове коло послідовно з навантаженням (рис. 6.18). До вторинної обмотки з виводами В1 і В2 (“Вимірювання”) під’єднується амперметр. Трансформатори струму виготовляються на номінальні первинні струми 5 – 40000 А, а номінальний вторинний струм зазвичай становить 5 А.

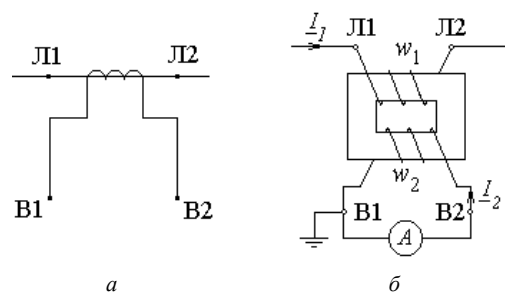


Рис. 6.18. Вимірювальний трансформатор струму:

а – умовне позначення; б – електрична схема

Трансформатор струму – це трансформатор, що підвищує ( $w_2 > w_1$ ), і в ньому забезпечується зниження струму. Коефіцієнт трансформації ТС:

$$k = \frac{w_2}{w_1} \approx \frac{I_{1\text{ном}}}{I_{2\text{ном}}}. \quad (6.43)$$

При цьому коефіцієнт трансформації струму:

$$k_I = \frac{I_1}{I_2} \quad (6.44)$$

відрізняється від коефіцієнта трансформації ТС ( $k_I > k$ ). Точно значення  $k_I$  невідомо, тому що воно залежить від виміряного первинного струму й опору навантаження. Тому первинний струм  $I_1$  за виміряним значенням вторинного струму  $I_2$  визначається приблизно через коефіцієнт трансформації ТС  $k$  за такою формулою:

$$I_1 \approx k I_2. \quad (6.45)$$

Відносна похибка вимірювання струму з врахуванням формул (6.44) та (6.45):

$$\gamma = \frac{|k I_2 - k_I I_2|}{k_I I_2} 100\% = \frac{|k - k_I|}{k_I} 100\%. \quad (6.46)$$

Таким чином, для ТС похибка вимірювання струму дорівнює похибці коефіцієнта трансформації.

Особливості ТС полягають у такому: його первинний струм, який визначається силовим навантаженням, практично не залежить від вторинного струму, а його номінальний режим близький до режиму КЗ. Неробочий хід для цього трансформатора неприпустимий, оскільки зникає розмагнічувальна дія струму  $I_2$ , що призводить до сильного зростання магнітного потоку  $\Phi$  і ЕРС  $E_2$ . Також це спричиняє значні втрати у сталевому осерді, тому і неприпустиме перегрівання ТС.

### 6.11.2. Вимірювальний трансформатор напруги

Вимірювальні трансформатори напруги застосовуються в електроустановках змінного струму для вимірювання напруги, а також реле захисту та інших елементів автоматики.

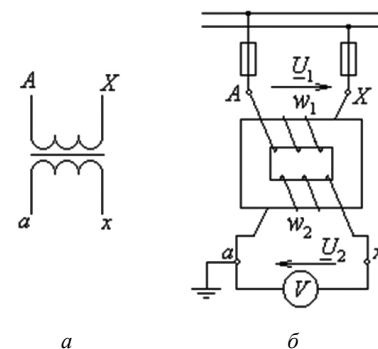


Рис. 6.19. Вимірювальний трансформатор напруги:

а – умовне позначення; б – електрична схема

За будовою вони схожі з силовими трансформаторами невеликої (не перевищує 2 кВА) потужності (рис. 6.19). Це трансформатори, що знижують  $w_1 > w_2$ .

Особливість трансформаторів напруги полягає в тому, що номінальний режим для них неприпустимий.

Вимірювальний трансформатор напруги працює в режимах, близьких до неробочого ходу, тому що опір котушок приладів, які під'єднуються до вторинної обмотки, дуже великий.

Обмотки у цього трансформатора виготовляються з досить тонкого мідного проводу, й тому він не може витримати режимів навантаження та КЗ.

Коефіцієнт трансформації ТН дорівнює відношенню кількості витків його первинної і вторинної обмоток:

$$k = \frac{w_1}{w_2} \approx \frac{U_{1\text{ном}}}{U_{2\text{ном}}} . \quad (6.47)$$

Коефіцієнт трансформації напруги дорівнює відношенню первинної і вторинної напруги:

$$k_u = \frac{U_1}{U_2} . \quad (6.48)$$

Він зазвичай невідомий, тому що залежить від режиму роботи трансформатора ( $k_u < k$ ).

Первинну напругу ВН визначають приблизно за виміряною вторинною через коефіцієнт трансформації  $k$ :

$$U_1 = k_u U_2 . \quad (6.49)$$

При чому струм НХ намагаються зробити якомога меншим, для чого висуваються високі вимоги до осердя.

Відносна похибка вимірювання напруги з урахуванням формул (6.48) і (6.49):

$$\gamma = \frac{|kU_2 - U_1|}{U_1} 100\% = \frac{|k - k_u|}{k} 100\% \quad (6.50)$$

## 6.12. Обертові трансформатори

Обертowymi трансформаторами називаються електричні машини змінного струму, які перетворюють кут повороту ротора  $\theta$  в напругу, яка пропорційна цьому куту або деяким його функціям. Вони є як безконтактними, так і контактними.

Залежно від закону зміни напруги на виході ці трансформатори розподіляють на такі типи:

1) лінійний обертовий (поворотний) трансформатор, вихідна напруга якого пропорційна куту  $\theta$ ;

2) синусно-косинусний трансформатор, який дає змогу одержати на виході дві напруги, одна з яких пропорційна  $\sin\theta$ , а інша – пропорційна  $\cos\theta$ ;

3) вихідна напруга обертового трансформатора має зв'язок з двома первинними напругами, що подаються на трансформатор:

$$U_{\text{вих}} = C \sqrt{U_1^2 + U_2^2} , \quad (6.51)$$

де  $C$  – постійна величина.

У танкових автоматичних пристроях найчастіше використовують безконтактні обертові трансформатори (рис. 6.20). Статор  $I$  виконано аналогічно статору електричної машини. Він має чотири явно виражених полюси. На двох сусідніх полюсах розташована первинна обмотка  $w_0$ , яку ввімкнено в коло змінного струму з напругою  $U_0$ . На двох інших полюсах розташовано дві котушки вторинної обмотки, які мають однакову кількість витків  $w_1 = w_2$ . Ці котушки ввімкнено зустрічно. Ротор 2 трансформатора має спеціальний профіль і виконаний з електротехнічної сталі. На роторі немає обмотки, тож немає й контактів.

До первинної обмотки подано змінну напругу  $U_0$ . Струм первинної обмотки збуджує змінний магнітний потік  $\Phi_0$ , який індукуює в кожній з котушок вторинної обмотки електрорушійні сили  $e_a$  та  $e_b$ , значення яких залежать від положення ротора. Ці ЕРС спрямовані назустріч, тому результуюча ЕРС дорівнює їхньої різниці.

Якщо вісь симетрії ротора співпадає з віссю симетрії статора, ЕРС  $e_a$  та  $e_b$  будуть однаковими, а вихідна ЕРС  $e = 0$  (рис. 6.20, б).



Якщо ротор буде повернутим на кут  $\alpha$  ліворуч або праворуч від осі статора (рис. 6.20, а та рис. 6.20, в) ЕРС в одній із котушок вторинної обмотки стане більшою за ЕРС у іншій і виникне ЕРС на вихідних замикачах вторинної обмотки. З рисунку видно, що фаза вихідної ЕРС залежить від напрямку повороту ротора, а її значення – від того, на який кут повернуто ротор. Перевагами безконтактних трансформаторів є висока точність, простота конструкції, надійність, малі габаріти та вага.

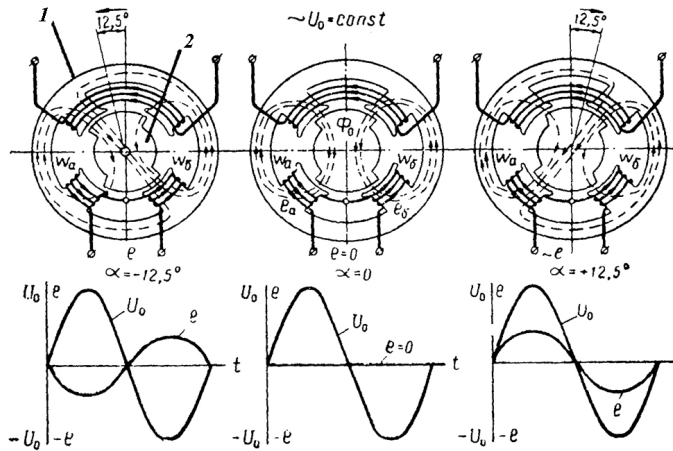


Рис. 6.20. Принцип дії обертового трансформатора:

а – ротор повернутий ліворуч від осі статора; б – ось симетрії ротора співпадає з віссю статора;

в – ротор повернутий праворуч від осі статора; 1 – статор; 2 – ротор

**Синусно-косинусний обертовий трансформатор** – це малогабаритна електрична машина з неявно вираженими полюсами на роторі та статорі. На роторі розташовано дві обмотки  $w_{p1}$  та  $w_{p2}$  (рис. 6.21), осі яких зсунуто між собою на кут  $90^\circ$ . На статорну обмотку  $w_c$  (обмотку збудження) подається напруга змінного струму  $U_0$ . Змінний струм, що проходить у обмотці статора, збуджує змінний магнітний потік  $\Phi_0$ , який перетинає витки обмоток ротора.

У них індукуються електрорушійні сили:

$$E_1 = k_1 U_0 \sin \alpha, \quad E_2 = k_2 U_0 \cos \alpha,$$

де  $k_1, k_2$  – коефіцієнти трансформації ( $k_1 = w_{p1}/w_c, k_2 = w_{p2}/w_c$ );  $\alpha$  – кут повороту ротора відносно поперечної осі  $q - q$ .

Обмотка  $w_{p1}$  називається синусною, а обмотка  $w_{p2}$  – косинусною, увесь трансформатор – синусно-косинусним обертовим трансформатором.

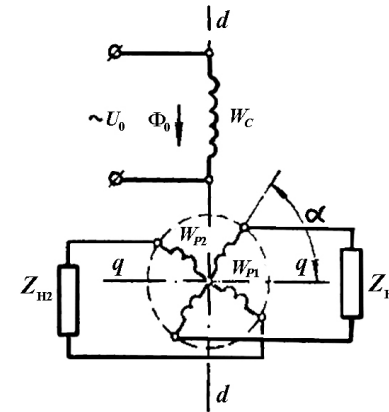


Рис. 6.21. Синусно-косинусний обертовий трансформатор

Синусно-косинусні трансформатори використовуються в навігаційному обладнанні БТОТ для дистанційного вимірювання кутів між валами, що не мають між собою механічного зв'язку.

### Контрольні запитання

1. Будова та принцип дії однофазного двообмоткового трансформатора.
2. Побудуйте векторну діаграму та характеристики трансформатора.
3. Вкажіть основні дослід, що проводяться за дослідженнями трансформатора.
4. Накресліть схему заміщення трансформатора.
5. Як розраховується коефіцієнт корисної дії трансформатора?
6. Застосування трансформаторів у схемах апаратури зразків БТОТ.
7. Призначення та будова обертових трансформаторів.
8. Наведіть приклади застосування трифазних трансформаторів.
9. Поясніть принцип дії вимірювальних трансформаторів.

## 7. ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ ПРИСТРОЇ

Електромагнітні пристрої складають широкий клас електротехнічних пристроїв різноманітного призначення. Це пристрої регулювання, електромагніти різного типу, комутаційні, пускорегулювальні та захисні апарати.

### 7.1. Дроселі

Дроселем називають котушку з феромагнітним осердям і змінною індуктивністю, яка вмикається у коло змінного струму послідовно з навантаженням для регулювання струму або напруги.

У порівнянні з регулювальним реостатом з великим активним опором  $R$  дроселі більш економічні, оскільки вони мають малий активний опір  $R_{др}$ , а тому і малі втрати  $R_{др}I_2$ .

Повний опір дроселя:

$$Z_{др} = \frac{U_{др}}{I} = \sqrt{R_{др}^2 + X_{др}^2} \quad (7.1)$$

визначається, в основному, індуктивним опором  $X_{др} = \omega L_{др}$ ,

де  $U_{др}$ ,  $I$  – напруга і струм дроселя;  $L_{др}$  – індуктивність дроселя з кількістю витків  $w$ , яка зворотно пропорційна його магнітному опору.

Розрізняють дроселі з регульованим повітряним проміжком та дроселі насичення.

#### 7.1.1. Дросель з регульованим повітряним проміжком

У дроселі з регульованим повітряним проміжком  $\delta$  (рис. 7.1, а) магнітне коло складається з двох ділянок – сталюого осердя з малим магнітним опором  $R_{ст}$  і повітряного проміжку з великим магнітним опором  $R_{м0}$ . Повний магнітний опір визначаємо за такою формулою:

$$R_{м} = R_{мст} + R_{м0} \approx R_{м0} = \frac{2\delta}{\mu_0 S}. \quad (7.2)$$

Оскільки індуктивність  $L = \frac{\Psi}{i} = \frac{w\Phi}{i}$ , а магнітний потік  $\Phi = \frac{F}{R_{м}} = \frac{i \cdot w}{R_{м}}$ , то:

$$L = \frac{w^2}{R_{м}}. \quad (7.3)$$

Індуктивність дроселя можна визначити за формулою:

$$L_{др} \approx \frac{\mu_0 \cdot S \cdot w^2}{2\delta}, \quad (7.4)$$

де  $S$  – площа поперечного перетину осердя, а його індуктивний опір:

$$X_{др} = \omega \cdot L_{др} \approx \frac{\mu_0 w^2 S \cdot \omega}{2\delta}, \quad (7.5)$$

тобто  $X_{др} \sim \frac{1}{\delta}$  – зворотно пропорційний величині повітряного проміжку.

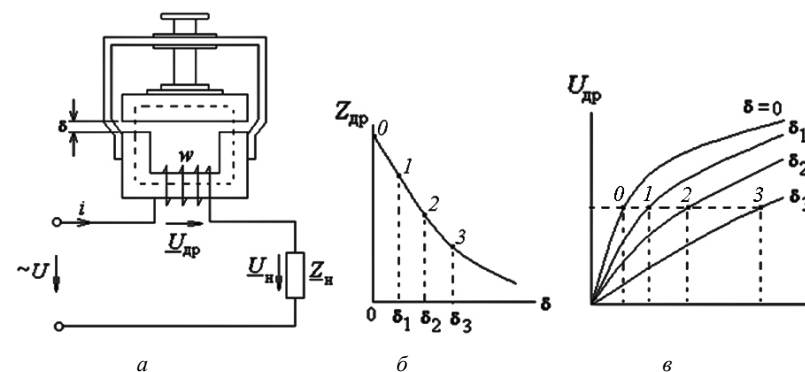


Рис. 7.1. Дросель з регульованим повітряним проміжком:

а – схема; б – залежність опору котушки від повітряного проміжку;

в – вольт-амперні характеристики

У разі збільшення повітряного проміжку  $\delta$  і незмінної напруги  $U = \text{const}$  струм  $I$  у колі і напруга на навантаженні  $U_{н} = IZ_{н}$  збільшуються, а напруга на котушці дроселя  $U_{др} = IZ_{др}$  зменшується (рис. 7.1, б, в):

$$\underline{U}_{др} = \underline{U} - \underline{U}_{н} = \underline{U} - \underline{Z}_{н} I. \quad (7.6)$$

Залежність  $U_{др}(I)$  називають вольт-амперною характеристикою дроселя: збільшення повітряного проміжку все більше спрямовує її (оскільки зростає магнітний опір і зменшується магнітний потік).

Ці дроселі застосовують для змінення струму навантаження у зварювальних трансформаторах та електропечах змінного струму. Їх основна вада – складність конструкції пристрою регулювання повітряного проміжку.

### 7.1.2. Дроселі насичення

Дросель насичення є котушкою із замкненим осердям із магнітом'якої сталі, індуктивність якої легко регулюється через змінення постійного струму  $I_{кер}$  у додатковій обмотці керування (рис. 7.2, а, в).

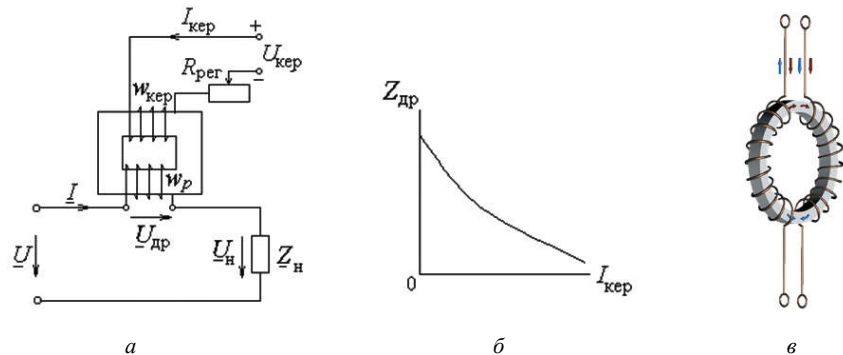


Рис. 7.2. Дросель насичення:

а – схема; б – залежність опору котушки від струму обмотки керування;  
в – загальний вигляд

Змінення  $I_{кер}$  за допомогою регульовального реостата змінює ступінь насичення осердя, тобто його абсолютну магнітну проникність  $\mu_a$  (зменшується зі збільшенням струму  $I_{кер}$ ), від значення якої залежить індуктивність дроселя:

$$L_{др} = w^2 \frac{\mu_a S}{l}, \quad (7.7)$$

де  $l$  – довжина середньої лінії магнітопроводу.

Дроселі насичення проектуєть так, щоб за відсутності струму керування ( $I_{кер} = 0$ ) у колі змінного струму працювали за ненасиченого осердя. При цьому індуктивність дроселя  $L_{др}$  і його індуктивний опір  $X_{др}$  максимальні, а робочий струм  $I$  – мінімальний. Зі збільшенням струму керування  $I_{кер}$  опір дроселя буде зменшуватись, а отже струм дроселя  $I$  буде зростати (рис. 7.2, б).

Принцип регулювання струму дроселя  $I$  за допомогою струму керування  $I_{кер}$  можна пояснити такою схемою:

$$I_{кер} \uparrow \Rightarrow \mu_a \downarrow \Rightarrow L_{др} \downarrow \Rightarrow X_{др} = \omega L_{др} \downarrow \Rightarrow Z_{др} \downarrow \Rightarrow I \uparrow.$$

Дроселі насичення з регульованим нелінійним опором  $Z_{др}$ , хоча і знижують cosφ пристрою, широко застосовуються для регулювання струму у навантаженні дугової електрозварки, електропечей, освітлювальних пристроїв та ін.

Дроселі насичення виготовляють на потужність від 0,1 ВА до десятків кВА. Їх потужність може співпадати з потужністю пристрою, в якому вони використовуються. Їх переваги: відсутність рухомих частин, простота конструкції, надійність у роботі і високий ККД у колах регулювання робочого струму.

## 7.2. Електромагніти силові

Здатність електромагнітів, як і постійних магнітів, притягувати до своїх полюсів близькорозташовані феромагнітні тіла основана на електромеханічній взаємодії магнітного поля електромагніта з мікрострумами у феромагнітному тілі. При цьому феромагнітне тіло, що притягується, саме намагнічується, його полярність – протилежна до полярності полюсів електромагніта.

Якщо в обмотці електромагніта змінити напрямок струму, то напрямок магнітного потоку в осерді та його полярність зміняться, одночасно поміняються місцями й полюси феромагнітного тіла. Тому електромагніти можуть працювати і на постійному, і на змінному струмі.

До силових відносять тягові, вантажопідйомні (рис. 7.3, б) і гальмівні електромагніти, що перетворюють електричну енергію у механічну.

Тягові електромагніти з лінійним (зворотно-поступальним) рухом якоря (рис. 7.3, *a*) застосовують для керування гідравлічними або пневматичними вентилями, кранами, виконавчими органами станків та механізмів.

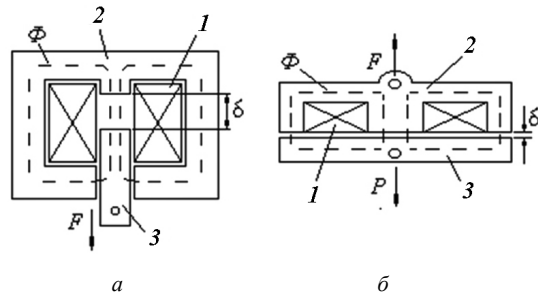


Рис. 7.3. Електромагніти силові:

*a* – схема тягового електромагніта; *б* – схема вантажопідйомного електромагніта;  
1 – обмотка; 2 – осердя; 3 – якорь

Під час притягання електромагнітом феромагнітного тіла в повітряному проміжку частина енергії магнітного поля  $W_M = \frac{LI^2}{2}$  перетворюється в механічну.

Об'ємна густина цієї енергії:

$$w_M = \frac{W_M}{V},$$

де  $V = S \cdot l$  – об'єм осердя,  $S, l$  – переріз та довжина осердя.

Таким чином:

$$w_M = \frac{LI^2}{2} \frac{1}{S \cdot l}, \quad (7.8)$$

але враховуючи, що індуктивність дорівнює  $L = \frac{w^2}{R_M} = \frac{w^2 \cdot \mu_a S}{l}$ , після підставлення у формулу (7.8) отримуємо:

$$w_M = \frac{w^2 \mu_a S}{2 \cdot l} \frac{I^2}{S \cdot l} = \frac{\mu_a w^2 I^2}{2 \cdot l^2}. \quad (7.9)$$

За законом повного струму  $H \cdot l = w \cdot I$ , звідки отримаємо напруженість магнітного поля  $H = \frac{w \cdot I}{l}$ . Підставляючи це значення у формулу (7.9), отримуємо вирази для об'ємної густини магнітної енергії:

$$w_M = \frac{\mu_a H^2}{2} = \frac{B \cdot H}{2} = \frac{B^2}{2 \cdot \mu_a}. \quad (7.10)$$

Знайдемо силу тяги або підйомну силу електромагніта  $F$ .

Якщо під дією зовнішньої сили  $P$  якорь відійде від полюса на малу відстань  $dx$ , то об'єм простору, що займає магнітне поле, збільшиться на величину  $dV = S \cdot dx$ , де  $S$  – площа полюса. Оскільки відстань  $dx$  мала, то магнітні силові лінії в повітряному проміжку залишаться паралельними один одному й перпендикулярними до поверхні якоря, магнітний потік в електромагніті залишиться попереднім, а відповідно, на всіх ділянках магнітного кола не зміниться магнітна індукція, напруженість поля та об'ємна густина енергії. Однак при цьому відбудеться змінення механічної енергії на величину:

$$dW_{\text{мех}} = P \cdot dx. \quad (7.11)$$

Оскільки змінення магнітної енергії:

$$dW_M = w_M dV = dW_{\text{мех}},$$

таким чином:

$$P \cdot dx = w_M dV = 2 \frac{B^2}{2 \cdot \mu_0} S \cdot dx, \quad (7.12)$$

(число 2 попереду – оскільки 2 полюси електромагніта).

Таким чином, сила тяги одного полюса електромагніта дорівнює:

$$F = \frac{P}{2} = \frac{B^2 S}{2 \cdot \mu_0} = \frac{\Phi^2}{2 \cdot \mu_0 S}. \quad (7.13)$$

У промисловості електромагніти широко застосовуються, наприклад, у підйомних кранах, як приводи гальм, муфт зчеплення, вентиля у трубопроводах

для рідин, у комутаційній апаратурі електроустаткування, у вимірювальних приладах, в автоматах, реле та ін.

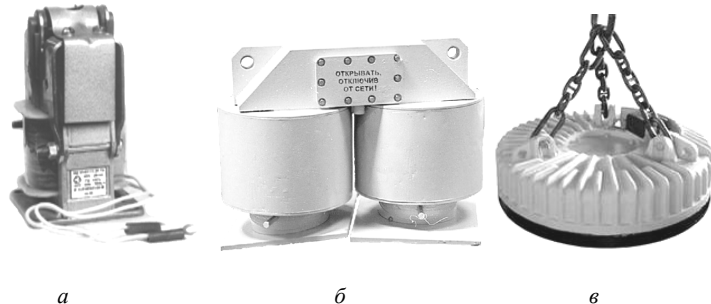


Рис. 7.4. Електромагніти:

*а* – штовхальної дії; *б* – промисловий; *в* – вантажопідіймний

На рис. 7.4 зображені конструкційні виконання електромагнітів із мінного та постійного струму різноманітного призначення, що застосовуються у промисловості.

### 7.3. Комутаційні, пускорегулювальні та захисні апарати

Керування електроприводами здійснюється за допомогою спеціальної електричної апаратури.

Апаратура керування НН (до 1000 В) за призначенням поділяється на три групи:

- *комутаційну*, що замикає головне коло двигуна, яка вмикається послідовно з навантаженням (рубильники, контролери, пускачі, повітряні автомати тощо);
- *пускорегулювальну*, що здійснює обмеження пускових струмів, регулювання частоти обертання і гальмування двигуна (пускові та регулювальні реостати, дроселі, резистори з постійним опором тощо);
- *захисну*, яка захищає електродвигун та його мережу живлення від струмів короткого замикання, перевантажень, зниження напруги (плавкі запобіжники, теплові й температурні реле, реле максимального струму, розчіплювачі повітряних автоматів, реле мінімальної напруги тощо).

Контакти цих апаратів виконують переважно з міді або латуні.

Під час вимкнення навантаження відбувається розрив струму у навантаженні. У колі з індуктивністю при цьому виникає ЕРС самоіндукції. Під дією цієї ЕРС та напруги кола у проміжку між контактами відбувається іонізація повітря і виникає електрична дуга, що спричиняє руйнування, зварювання контактів тощо. Для запобігання цьому використовують дугогасильні камери – ізольовані мідні пластини.

Розглянемо найпоширеніші комутаційні, пускорегулювальні та захисні апарати.

#### 7.3.1. Контактори

Контактор (рис. 7.5) – це двопозиційний апарат, призначений для частих вмикань та вимикань електродвигунів та інших силових кіл змінного струму з напругою до 660 В і кіл постійного струму з напругою до 440 В.

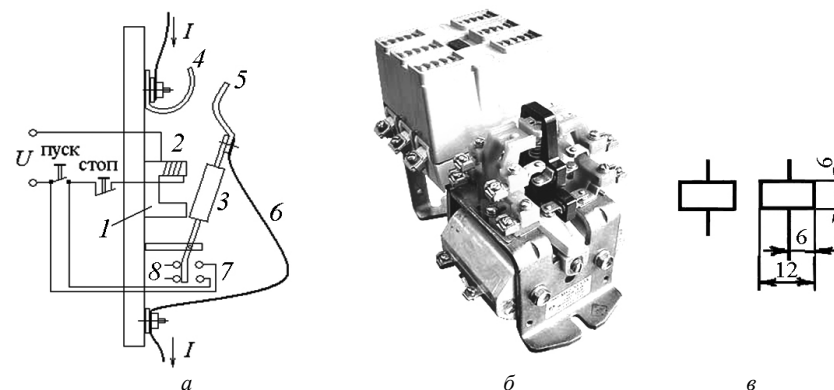


Рис. 7.5. Контактор:

*а* – схема; *б* – зовнішній вигляд; *в* – умовне графічне позначення

По суті контактор – це вимикач з електромагнітним керуванням. Його головні (лінійні) контакти, які вмикаються послідовно у силове коло, замикаються силою тяги електромагніта зі струмом у допоміжному (оперативному) колі.

Контактор керується дистанційно за допомогою кнопкового пускача. Якщо натисканням кнопки ПУСК замкнути коло паралельно ввімкненого у коло

котушки 2 електромагніта 1, то сталевий якір 3 притягнеться до осердя і замкнуться головні контакти 4, 5 (рис. 7.5, а).

У результаті через гнучкий провідник 6 замкнеться силове коло зі струмом  $I$  у навантаженні, наприклад електродвигун із джерелом живлення. Одночасно перемикаються блокувальні контакти 7 і 8, і замикальні контакти шунтують пускову кнопку. Вимкнення з поверненням його у вихідне положення під дією власної маси і зворотної пружини (за її наявності) здійснюється через розрив кола струму в котушці 2 (натисканням кнопки СТОП).

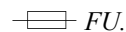
Контактори допускають велику кількість увімкнень (до 1200 на годину), зносостійкість їх головних контактів доходить до декількох мільйонів увімкнень та вимкнень. Повернення якоря контактора у разі зниження або зникнення напруги на котушці забезпечує автоматичне захищення електроустановки від зниження напруги та самозапуску двигуна після його зупинки. Від струмів короткого замикання і перевантажень контактор не захищає.

Час увімкнення контакторів на постійному струмі: 0,1–0,4 с, а на змінному струмі 0,05–0,07 с. Час вимкнення приблизно удвічі менший.

### 7.3.2. Плавкі запобіжники

Плавкі запобіжники – це апарати, що призначені для автоматичного захищення провідників та електрообладнання від струмів короткого замикання і струмів довготривалого перевантаження. Основна частина запобіжника – це калібрована (розрахована на певний допустимий струм) плавка вставка, яка монтується в арматуру запобіжника та вмикається послідовно в електричне коло.

Умовні графічне і буквене зображення запобіжника мають такий вигляд:



Основні параметри запобіжника:

1. Номінальний струм плавкої вставки  $I_{в.н.}$  – такий граничний струм, за якого він може працювати, не згораючи, невизначено довгий час.
2. Номінальний струм запобіжника  $I_{ном}$  – (патрона, контактів).

В один патрон запобіжника можна вставляти плавкі вставки на різні номінальні струми, які не перевищують номінальний струм запобіжника.

Залежно від матеріалу плавкої вставки запобіжники розподіляються на *інерційні* (можуть витримувати значні короточасні струми короткого замикання – вставка з свинцю), та *малоінерційні* – з малою тепловою інерцією – цинкова або мідна вставка.

Струмо-часова характеристика плавкого запобіжника надана на рис. 7.6. Чим більше струм, тим швидше спрацює запобіжник. Для нормальної роботи установки запобіжник вибирається за такої умови: відношення значення струму короткого замикання  $I_{кз}$  до значення номінального струму  $I_{ном}$  повинно знаходитись в таких межах  $I_{кз}/I_{ном} \approx 1,8...2,5$ .

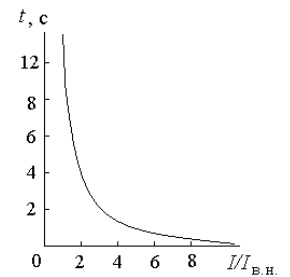


Рис. 7.6. Струмо-часова характеристика плавкого запобіжника

### 7.3.3. Реле захисні

Електричним реле називають апарат, призначений для автоматичного спрацьовування (увімкнення або вимкнення) у випадку змінення якогось електричного параметра кола (струму, напруги тощо) або неелектричного параметра, на який він має реагувати.

Реле захисту і керування – апарати багаторазової дії і виконуються вони із самоповерненням або з ручним поверненням.

Основні характеристики реле: значення величини спрацьовування і відпускання (його повернення), коефіцієнт повернення і час спрацювання.

Коефіцієнт повернення – відношення величин відпускання і спрацьовування (завжди менше одиниці).

Час спрацьовування реле (або витримка реле)  $t_{сп}$  – час подавання сигналу на вхід реле до моменту його увімкнення.

Відрізняють безінерційні ( $t_{сп} < 1$  мс), швидкодіючі ( $t_{сп} < 50$  мс) і нормальні ( $t_{сп} < 0,05–0,2$  с).

Реле максимального струму широко застосовується в електроустановках для автоматичного захисту від КЗ (рис. 7.7). Якщо робочий струм  $I$  перевищує певне максимальне значення, то сила тяги електромагніта, що вмикає обмотку  $1$  та сталеве осердя  $2$ , перевищує механічну силу пружини  $4$ , забезпечуючи переміщення якоря  $3$ . При цьому замикаються контакти замикальні  $5$ , а контакти розмикальні  $6$  – розмикаються.

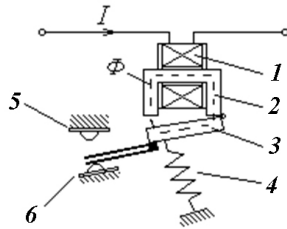


Рис. 7.7. Реле максимального струму:

$1$  – обмотка;  $2$  – сталеве осердя;  $3$  – якор;  $4$  – пружина;  
 $5$  – контакти замикальні;  $6$  – контакти розмикальні;

Теплове реле призначене для захисту електроапаратури від тривалих перевантажень (рис. 7.8).

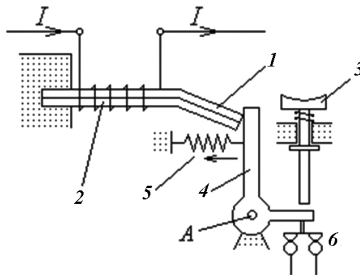


Рис. 7.8. Схема теплового реле:

$1$  – біметалічна пластина;  $2$  – ніхромово проволочка;  $3$  – кнопка повернення;  
 $4$  – важіль;  $5$  – пружина;  $6$  – нормально замкнені контакти

Під час нагрівання біметалічна пластина  $1$  у спеціальному нагрівачу  $2$  (ніхромово проволочка) деформується, її зігнутий кінець піднімається і звільняє важіль  $4$  у разі спрацювання. Важіль  $4$  обертається пружиною  $5$  ліворуч відносно осі  $A$  і своїм кінцем розмикає нормально замкнені контакти  $6$  кола керування двигуна.

Після охолодження пластини протягом 3–5 хвилин вихідний стан реле може бути відновлений натисканням на кнопку повернення  $3$ .

Реле вирізняються різноманітним конструктивним виконанням залежно від функціонального призначення.

На рис. 7.9 зображені реле максимального струму серії РЕВ570, теплове реле РТТ-141 та реле максимального струму з самоповерненням РЕМ65.

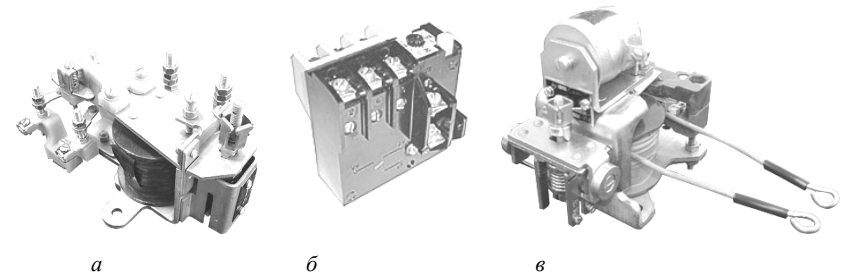


Рис. 7.9. Загальний вигляд реле:

$a$  – реле максимального струму серії РЕВ570;  $б$  – реле теплове РТТ-141;

$в$  – реле максимального струму з самоповерненням РЕМ65

Реле максимального струму серії РЕВ570 (рис. 7.9,  $a$ ) застосовується як реле максимального струму в основному для захисту електродвигунів постійного струму від струмів короткого замикання. Котушки цього реле виконуються на номінальні струми від 1,6 до 1250 А.

Реле теплове РТТ-141 (рис. 7.9,  $б$ ) призначене для захисту трифазних асинхронних двигунів із короткозамкненим ротором від перевантажень неприпустимої тривалості та від струмів, які виникають у разі обриву однієї з фаз.

Реле максимального струму з самоповерненням РЕМ65 (рис. 7.9,  $в$ ) призначене для комутації електричних кіл у схемах систем автоматичного керування електроприводами постійного струму напругою до 320 В суднового електрообладнання. Це реле виконується з самоповерненням із втягувальною котушкою на номінальні струми від 2,5 до 100 А.

### 7.3.4. Електромагнітні реле та їх застосування в бронетанковій техніці

В автоматичній бронетанковій техніці широке розповсюдження отримали електромагнітні елементи, які називаються реле. Реле – пристрій, в якому під час плавного змінення вхідного сигналу керування здійснюється стрибкоподібне змінення вихідного сигналу. В електромеханічному реле зміна (перемикання) вихідного сигналу здійснюється за допомогою контактів, а зусилля, яке переміщує контакти) створюється електромеханічним перетворювачем електричної енергії в механічну. З електромеханічних реле найбільше розповсюдження отримали електромагнітні реле в таких пристроях, як блоки керування приводами наведення основного озброєння, блоки керування механізмами заряджання, автоматизованими приводами забезпечення життєдіяльності екіпажів бойових машин та ін.

Електромеханічні реле розподіляються на електромагнітні нейтральні постійного та змінного струму й електромагнітні поляризовані реле.

#### Електромагнітне нейтральне реле.

Електромагнітне нейтральне реле (рис. 7.10, а) складається з електромагніта із рухливим якорем та електричних контактів. Електромагніт є чутливим елементом реле, а контакти – виконавчими. Рухомі контакти закріплюються на якорі, нерухомі – на корпусі реле. Кількості пар контактів визначається призначенням реле.

На принципових електричних схемах (рис. 7.10, б) електромагнітні нейтральні реле позначають у вигляді обмоток електромагнітів (обмоток керування) та контактів. Обмотка маркується літерою К ( $K_1, K_2, \dots, K_n$ ), де  $n$  – порядковий номер реле у даній схемі). Контакти або група контактів кожного реле позначаються:  $K_{1.1}, K_{1.2}$  – контакти першого реле;  $K_{2.1}, K_{2.2}, K_{2.3}$  – другого реле і т. ін.

До обмотки керування подається напруга керування  $U_K$ . Вихідний сигнал  $U_{вих}$  знімається з резистора  $R_H$  після спрацювання реле  $K_1$  і замикання його нормально розімкненим контактом  $K_{1.1}$ . Напруга  $U_0$  – опорна (борт. мережі).

Таким чином, вхідною величиною нейтрального реле є сигнал керування  $x \equiv U_K$ , вихідною – напруга, що знімається з резистора навантаження  $R_H \equiv I_K U_K$ .

У початковому стані, коли обмотка  $K_1$  знеструмлена, якорь під дією пружини знаходиться у верхньому положенні (рис. 7.10, а), контакти  $K_{1.1}$  розімкнені.

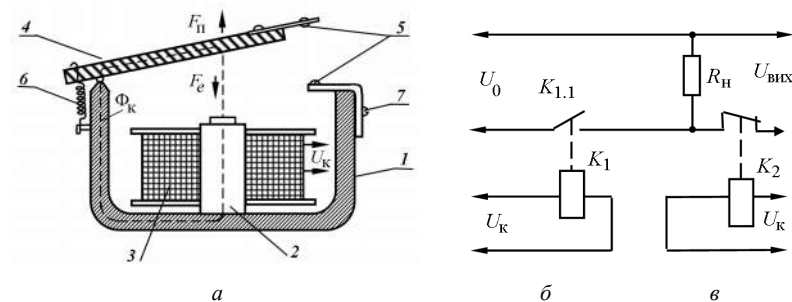


Рис. 7.10. Нейтральне реле:

а – конструкція; б – схема з нормально розімкненим; в – схема з нормально замкненим контактом:  
1 – корпус; 2 – нерухоме осердя; 3 – обмотка електромагніта (котушка); 4 – рухомий якорь; 5 – електричні контакти на ізоляційному матеріалі; 6 – пружина; 7 – ізоляційна прокладка

У разі подання на обмотку реле напруги керування  $U_K$ , у цій обмотці починає збільшуватись струм і відповідно йому електромагнітна сила буде дорівнювати  $F_{ем} \equiv I_K U_K$ . При досягненні напругою керування значення, за якого електромагнітна сила  $F_{ем}$  перевищить силу пружини  $F_{пр}$ , рухливий якорь 4 притягнеться до осердя 2.

#### Електромагнітне поляризоване реле.

У тих випадках, коли необхідно мати у схемі релейний елемент, чутливий до знаку вхідного сигналу, застосовують електромагнітні поляризовані реле. Чутливість до знаку напруги керування забезпечується наявністю поляризувального постійного магніту ПМ (рис. 7.11, а).

У початковому стані обмотка ОК знеструмлена. Моменти, що виникають під дією поляризовуючих магнітних потоків  $\Phi$ , що прикладені до якоря, рівні за



значенням і протилежні за знаком. Унаслідок цього пружний торсіон утримує якір у нейтральному положенні. Контакти 1, 2 реле розімкнені.

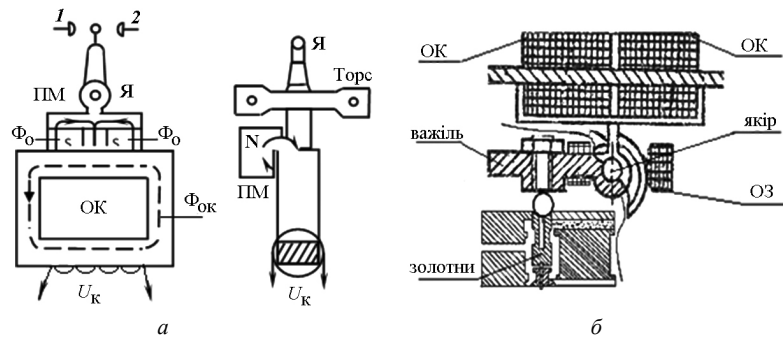


Рис. 7.11. Варіанти конструктивної схеми поляризованого реле:

ПМ – постійний магніт; ОК – обмотка керування; Я – якір; 1, 2 – нерухомі контакти;

Торсе – торсіон;  $\Phi_0$  – магнітні потоки постійного магніту;

$\Phi_{ок}$  – магнітний потік обмотки керування.

У разі подання на обмотку реле керуючої напруги  $U_k$ , створюється магнітний потік керування  $\Phi_k$ . Цей магнітний потік алгебраїчно додається до постійних потоків  $\Phi_0$  магнітів  $S$ . В одному з повітряних проміжків сумарний потік зменшується ( $\Phi_0 - \Phi_k$ ), у другому – збільшується ( $\Phi_0 + \Phi_k$ ). Якір притягується до осердя електромагніту в бік повітряного проміжку з більшим магнітним потоком і замикає верхні контакти  $K_{1,1}$ . З резистора  $R_1$  знімаємо вихідний сигнал  $U_{вих 1}$ . Під час змінення керуючої напруги зміниться і напрям магнітного потоку  $\Phi_k$ . Отже, якір Я повернеться в інший бік, замикаючи нижні контакти  $K_1$ . Вихідний сигнал  $U_{вих 2}$ , що знімається з резистора  $R_2$ , є протилежним за знаком сигналу  $U_{вих 1}$ . Таким чином, у разі змінення полярності сигналу керування, вихідний сигнал також змінює свій знак.

Як різновид поляризованого реле в електрогідроприводі стабілізатора гармати танка використовується електромагніт для переміщення золотника та керування потоком рідини установки живлення (рис. 7.11, б). Особливість такого реле полягає в такому: роль постійного магніту виконує обмотка збудження,

ввімкнення якої здійснюється в момент переведення ручки на механізмі підйому гармати із положення “Ручн.” у “Стабіл.”.

Поляризовані реле відрізняються високою швидкодією, малою потужністю керування, високою чутливістю. Однак значимим їх недоліком, як і нейтральних реле, є суттєва нелінійність характеристик.

### 7.3.5. Повітряні автоматичні вимикачі

Повітряний автоматичний вимикач – це комплектний комутаційний апарат багаторазової дії, який складається з силових контактів із дугогасильним пристроєм, механізму вільного розчеплення, елементів захисту – розчіплювачів та привода. В електричних колах вони виконують функції рубильника та запобіжника, а повітряними називаються тому, що гасіння дуги відбувається у повітряному середовищі.

Автомати широко застосовуються для керування і захисту від перевантажень, струму короткого замикання, замикань на землю та у разі втрати або зниженні напруги різних силових кіл змінного і постійного струму напругою до 1000 В із рідким увімкненням (до шести раз на годину). Вимикаються автомати автоматично у випадках спрацювання розчіплювачів, а в нормальних режимах – вручну або дистанційно кнопкою.

Розчіплювачі можуть бути електромагнітними, тепловими максимального струму та незалежними.

Електромагнітний розчіплювач – це електромагнітне реле соленоїдного типу, яке діє на механізм вимкнення силових контактів автомата. Розчіплювачі максимального струму захищають коло від струмів  $K_3$  і перевантажень, а мінімального напруги – від зниження напруги.

Тепловий розчіплювач складається з теплового реле з біметалевою пластиною і механізму вимкнення. Через теплову інерцію реле діє повільно (з витримкою часу) і захищає електричне коло тільки від тривалих перевантажень.

Найбільш розповсюдженими є автомати з *електромагнітним* розчіплювачем максимального струму (рис. 7.12, а).

Якщо струм  $I$  в колі навантаження перевищує встановлене допустиме значення, то котушка  $1$  втягує в себе осердя  $2$ , яке ударником  $3$  вибиває клямку  $4$  із зачеплення із зубом важеля  $5$ . Рухомий контакт автомата  $6$  визволяється та під дією зворотної пружини  $7$  швидко вимикається, силове коло, при цьому, розривається майже миттєво.

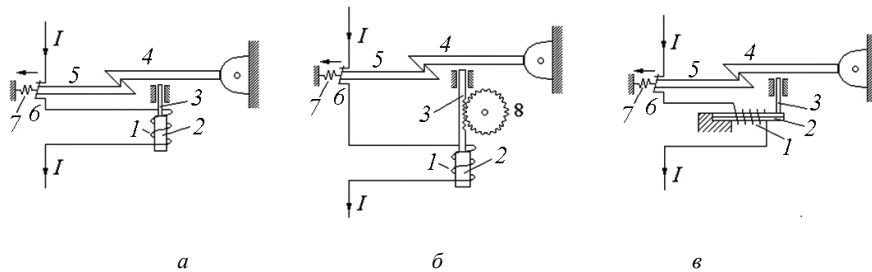


Рис. 7.12. Схеми автоматичних повітряних вимикачів:

а – з електромагнітним розчіплювачем максимального струму;

б – розчіплювач з годинниковим механізмом; в – з тепловим розчіплювачем;

1 – котушка; 2 – осердя; 3 – ударник; 4 – клямка; 5 – зуб важеля;

6 – рухомий контакт автомата; 7 – зворотна пружина

Для утворення витримки часу встановлюють електромагнітні розчіплювачі максимального струму з повітряним, масляним або годинниковим (зубчатим) механізмом  $8$  (рис. 7.12, б), який гальмує переміщення ударника  $3$  за струмів спрацьовування на заданий час.

В автоматі з тепловим розчіплювачем (рис. 7.12, в) ударник  $3$  діє на клямку  $4$  механізму. Його приводить у дію біметалева пластина  $2$ . Нагрівальний елемент теплового реле  $1$  умикається в коло навантаження послідовно. Через теплову інерцію пластини теплові розчіплювачі відмикають коло з витримкою часу, яка знаходиться у зворотній (гіперболічній) залежності відносно струму перенавантаження.

Залежно від призначення та типу розчіплювачів розрізняють універсальні, установлювальні та швидкодійні апарати (рис. 7.13).

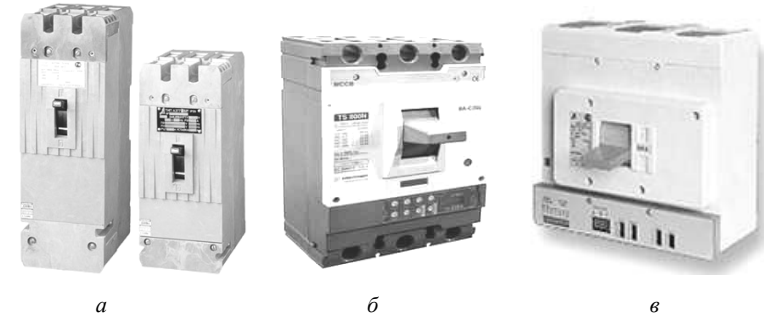


Рис. 7.13. Установлювальні автомати:

а – серій А 3700; б – ВА-СЕЩ; в – ВА57-39

Найбільш простими є установлювальні апарати. Ці універсальні автомати мають комбінований захист – укомплектовані електронними або електромагнітними розчіплювачами максимального струму і мінімальної напруги.

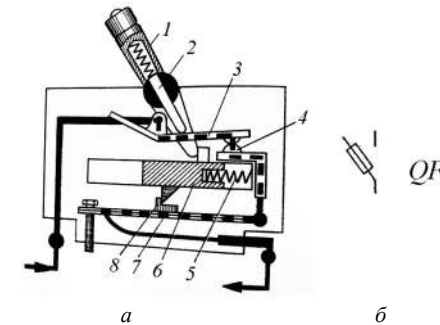


Рис. 7.14. Автомат захисту мережі:

а – конструкція; б – умовне позначення; 1 – рукоятка; 2 – натиск; 3 – рухомий контакт;

4 – нерухомий контакт; 5 – пружина; 6 – колодка; 7 – біметалічна пластина; 8 – кутник

Установлювальні автомати промислового або побутового призначення випускаються одно- та триполюсними з ручним приводом, зазвичай з нерегульованим максимально-струмовим, тепловим або комбінованим захистом у закритому або захищеному виконанні на номінальні струми 6-600 А напругою до 660 В.

Для захисту електричних кіл споживачів стабілізаторів основного озброєння на розподільчих щитках встановленні автомати захисту розривні (АЗР) чи автомати захисту мережі (АЗМ). Кінематична схема АЗМ (рис. 7.14, а) та його умовне графічне і буквене позначення на електричних схемах (рис. 7.14, б).

### Контрольні запитання

1. Наведіть поняття дроселя та його основних типів.
2. Поясніть будову та призначення дроселя насичення.
3. Поясніть принцип дії дроселя з регульованим повітряним проміжком.
4. Поясніть принцип дії силових електромагнітів.
5. Наведіть приклади застосування комутаційних, пускорегулювальних та захисних апаратів.
6. Поясніть принцип дії та будову контакторів.
7. Поясніть будову та призначення повітряних автоматичних вимикачів.
8. В чому полягає принцип дії захисних реле?
9. Накресліть умовне графічне і буквене зображення плавкого запобіжника.
10. Вкажіть основні галузі застосування автоматів захисту розривних та автоматів захисту мережі.

## 8. ЕЛЕМЕНТИ ЕЛЕКТРИЧНИХ ВИМІРЮВАНЬ. ЕЛЕКТРОВИМІРЮВАЛЬНІ ПРИБАДИ

Електричні вимірювання все більше застосовуються в різних галузях науки і техніки. Прилади для вимірювання струму, напруги, опору, потужності, енергії, зсуву фаз, частоти змінного струму та інших електричних величин є невід'ємною частиною сучасних електроустановок. Вони необхідні для виробництва, розподілу та обліку споживання електроенергії, а також для систематичного спостереження за роботою різноманітного електрообладнання. Електричні вимірювання відрізняються великою чутливістю, високою точністю, зручністю та простотою.

### 8.1. Класифікація засобів і методів електричних вимірювань

*Вимірюванням* називають процес порівняння дослідним шляхом фізичної величини з певним її значенням, прийнятим за одиницю, який здійснюється за допомогою спеціальних технічних засобів.

Під час вимірювань використовують арсенал засобів, головними з яких є електричні міри та електровимірювальні прилади.

*Міра* – це зразок, атестований метрологічною установою, який є технічним засобом, що призначений для речового відтворення одиниці певної фізичної величини.

В електровимірювальній техніці використовують такі міри: ЕРС; струму; опору; індуктивності; взаємної індуктивності; ємності.

*Еталон* – міра, яка відтворює одиницю фізичної величини з найбільшою, можливою для даного часу, точністю. Еталонами користуються тільки для порівняння зі зразковими мірами, з якими порівнюються менш точні робочі міри.

*Вимірювальні перетворювачі* – це засоби вимірювань, що призначені для вироблення сигналу вимірюваної інформації, дія яких заснована на різних фізичних явищах. Вимірювальні перетворювачі здійснюють перетворення будь-яких фізичних величин в електричні сигнали та є основою вимірювання неелектричних величин електричними методами.

*Електровимірювальним приладом* називають засіб, за допомогою якого виробляють сигнал вимірювальної інформації у формі, доступній сприйняттю людини. Електровимірювальні прилади поділяються на прилади, що показують (стрілочні, цифрові), порівняння (мости, потенціометри-компенсатори), збігу (стробоскопи) та ін. За способом отримання вихідної величини усі електровимірювальні прилади поділяють на аналогові та цифрові.

В *аналогових приладах* вихідна величина є неперервною функцією вхідної величини.

У *цифрових приладах* вихідну величину отримують у дискретній формі, у вигляді числа. В них немає шкали, а є цифрове табло.

За способом використання електровимірювальних приладів розрізняють: прямі, непрямі, сукупні вимірювання.

Під час *прямого вимірювання* пошукові значення величини визначають безпосередньо з основних даних, наприклад, струм – за показом амперметра.

Під час *непрямого вимірювання* пошукові значення величини визначають на підставі відомої залежності між цією величиною і величинами, які зазнають прямих вимірювань ( $R$  через  $U$  і  $I$ ).

*Сукупними* називають вимірювання, які виконують шляхом одночасного вимірювання декількох однойменних величин, за яких пошукові значення величин знаходять шляхом розв’язання системи рівнянь, що отримують під час прямих вимірювань різних сполучень цих величин (наприклад, для розділення втрат у магнітопроводі проводять два досліди на різних частотах).

За сполученням прийомів використання засобів вимірювань розрізняють методи безпосереднього оцінювання та методи порівняння.

*Метод безпосереднього оцінювання* полягає у тому, що значення величини отримують безпосередньо з рахункового пристрою вимірювального приладу прямої дії.

*Метод порівняння* полягає у тому, що вимірювана величина в процесі вимірювання порівнюється з іншою величиною, відтворюваною мірою. Про їх

рівність судять за показанням чутливого приладу. (Цей метод точніший). Метод порівняння може бути прямим і непрямим.

Застосовані електровимірювальні прилади відповідно до приведених сполучень прийомів використання поділяються на: прилади безпосереднього оцінювання або прилади прямої дії, прилади порівняння.

*Прилади прямої дії* – це прилади, в яких величина, що вимірюється, перетворюється у числове значення вимірюваної величини, яке відлічується за допомогою рахункового пристрою (лічильника).

*Прилади порівняння* – це прилади, в яких вимірювання здійснюють методом порівняння (мости, потенціометри та ін.).

## 8.2. Похибки вимірювання та приладу

Будь-яке вимірювання ніколи не може бути абсолютно точним через недосконалість вимірювальних приладів, методів вимірювань та суб’єктивних факторів. Тому в процесі вимірювань необхідно визначати не тільки значення вимірюваної величини, але й ступінь точності вимірювання, або похибку.

*Похибка* – це відхилення результату вимірювання істинного значення вимірюваної величини.

Як істинне розуміють значення, що ідеально відображає в якісному та кількісному аспектах відповідну властивість даного фізичного об’єкта.

Похибки вимірювання поділяють на абсолютну, відносну, приведену, основну та додаткову.

*Абсолютною похибкою* називають різницю між показанням  $X$  приладу та істинним значенням  $X_{\text{іст}}$  вимірюваної величини:

$$\Delta X = X - X_{\text{іст}}. \quad (8.1)$$

Різницю між істинним і вимірним значеннями вимірюваної величини (абсолютна похибка зі зворотним знаком) – називають *поправкою*:

$$\Pi = X_{\text{іст}} - X = -\Delta X. \quad (8.2)$$

Істинне значення вимірюваної величини можна виразити через поправку:

$$X_{\text{іст}} = X + \Pi. \quad (8.3)$$

Таблицю поправок указують у паспорті приладу.

Точність вимірювання зазвичай оцінюють *відносною похибкою* – відношенням абсолютної похибки до істинного значення ( $\gamma$  %):

$$\gamma = \frac{\Delta X}{X_{\text{іст}}} 100 \% = \pm \frac{X - X_{\text{іст}}}{X_{\text{іст}}} 100 \%. \quad (8.4)$$

Оскільки правдиве значення і показання приладу  $X_{\text{іст}} \approx X$ , то:

$$\gamma = \pm \frac{\Delta X}{X} 100 \%. \quad (8.5)$$

Відносна похибка вище у випадках зменшення значень вимірюваної величини.

Точність вимірювальних приладів оцінюють через їх *приведену похибку*:

$$\gamma_{\text{пр}} \approx \pm \frac{\Delta X}{X_{\text{ном}}} 100 \%. \quad (8.6)$$

Приведена похибка  $\gamma_{\text{пр}}$  залежить від якості електровимірювального приладу.

Електровимірювальним приладам присвоєні класи точності  $K$ :

**0,02; 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1,0; 1,5; 2,5; 4,0.**

Похибка приладу, що отримана за нормальних зовнішніх умов, має назву *основної похибки*.

Похибки приладу, спричинені зміною величин, що впливають, (температура, зовнішнє магнітне поле та ін.), називають *додатковими похибками*.

Знаючи вказаний на шкалі клас точності приладу  $K$ , легко визначити відносну похибку, якщо прирівняти приведену похибку  $\gamma_{\text{пр}}$  до класу точності приладу  $K$  по такий формулі:

$$\gamma_{\text{пр}} = K \approx \pm \frac{\Delta X}{X_{\text{ном}}} 100 \%. \quad (8.7)$$

З відносної похибки (8.4) отримаємо таку формулу:

$$\Delta X \cdot 100 \approx \gamma \cdot X. \quad (8.8)$$

Підставляючи у (8.7), отримаємо формулу:

$$K = \pm \frac{\gamma \cdot X}{X_{\text{ном}}}, \quad (8.9)$$

або:

$$\gamma = \pm K \frac{X_{\text{ном}}}{X}. \quad (8.10)$$

Таким чином, результат прямого вимірювання визначають за такою формулою:

$$\gamma = \pm \frac{\Delta X}{X} 100 \Rightarrow \Delta X \approx \pm \frac{\gamma \cdot X}{100}, \quad (8.11)$$

але абсолютна похибка визначається за:

$$\Delta X = X - X_{\text{іст}},$$

звідки отримуємо значення:

$$X_{\text{іст}} = X - \Delta X = X \pm \frac{\gamma \cdot X}{100} = X \left( 1 \pm \frac{\gamma}{100} \right). \quad (8.12)$$

Для підвищення точності вимірювання межа вимірювання приладу має бути якомога ближче до вимірюваного значення, тобто не бажано користатися початковою частиною шкали приладу та вимірювати невеликі значення електричних величин приладом із великою межею вимірювання.

*Повіркою вимірювального приладу* називається процес порівняння приладу, що повіряється, на всій його шкалі зі зразковим із метою знаходження абсолютних, відносних та приведених похибок, а також класу точності.

До електровимірювальних приладів застосовуються вимоги забезпечення компактності, простоти конструкції в експлуатації, точності вимірювання

відповідно до класу точності, належної чутливості, мінімального споживання енергії, стійкості до зовнішніх полів та середовища, рівномірності шкали, стійкості проти вібрації.

На шкалах електровимірювальних приладів надані умовні позначення, найпоширеніші з яких подано у табл. 8.1.

Таблиця 8.1

Умовні позначення на шкалах приладів

Найменування	Позначення	Найменування	Позначення
Прилад магнітоелектричний		Напруга випробувальна 2 кВ	
Логометр магнітоелектричний		Струм постійний	
Прилад електромагнітний		Струм змінний	
Логометр електромагнітний		Струм постійний і змінний	
Прилад електродинамічний		Трифазна система струмів	
Логометр електродинамічний		Прилад застосовувати у горизонтальному положенні шкали	
Прилад магнітоелектричний із випрямлячем (випрямний прилад)		Прилад застосовувати у разі вертикального положення шкали	
Прилад феродинамічний		Клас точності приладу 1,5	
Логометр феродинамічний		Екран магнітний (магнітом'який матеріал)	
		Екран електромагнітний	
		Заземлення	

### 8.3. Будова електровимірювальних приладів

Електромагнітний прилад складається з двох частин: вимірювального механізму (ВМ) та вимірювального кола (ВК) (рис. 8.1).

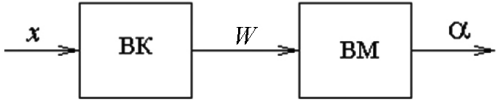


Рис. 8.1. Схема принципової будови електровимірювального приладу

Вимірювальний механізм приладу прямої дії практично є електричним перетворювачем, який однозначно перетворює підведену до приладу електроенергію  $W$  з ВК у механічну енергію для повороту рухомої частини на кут  $\alpha$ .

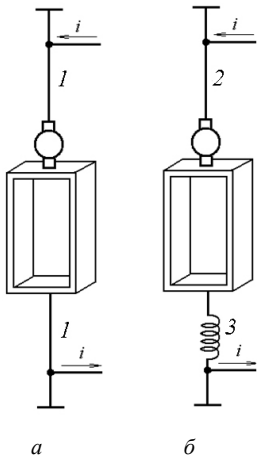


Рис. 8.2. Кріплення рухомої частини магнітоелектричного приладу:  
а – на розтяжках; б – на підвісі; 1 – розтяжки; 2 – підвіс; 3 – безмоментний провідник

Рухому частину високочутливих приладів частіш укріплюють на розтяжках 1 або на підвісі 2 (рис. 8.2). Використовуючи підвісу, застосовується “безмоментний провідник” 3.

Виникаючий у ВМ під дією вимірюваної величини механічний момент, забезпечує поворот рухомої частини приладу. У ВМ передбачений протидіючий момент, що забезпечує залежність кута повороту від вимірюваної величини.

Механічний протидіючий момент створюється у результаті закручування розтяжок або спіральних пружин. Наприклад, електромагнітний протидіючий момент утворюється у приладах, які називають логометрами.

На рис. 8.3 зображена принципова схема будови високочутливого гальванометра з рухомою частиною на підвісі. Під дією постійного струму  $i$  рухома котушка  $1$  відхиляється на деякий кут  $\alpha$ . Промінь світла, який направлений від освітлювача на дзеркальце  $2$ , віддзеркалюється від нього і потрапляє на шкалу  $3$ . Кількість поділок, що відлічується по шкалі, буде залежати від струму, від відстані між шкалою і дзеркальцем та від чутливості гальванометра.

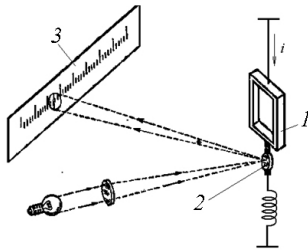


Рис. 8.3. Дзеркальний гальванометр з кріпленням рухомої частини на підвісі:  
 $1$  – рухома котушка;  $2$  – дзеркальце;  $3$  – шкала

На рис. 8.4 зображена схема будови приладу електромагнітної системи. Рухома частина приладу складається з осі  $1$ , на якій змонтовані: пристрій для утворення обертового моменту (осердя  $7$  та котушка зі струмом  $8$ ), спіральна пружина  $10$  для утворення протидіючого моменту, стрілочний показчик  $3$ . Один кінець пружини  $10$  закріплений на осі  $1$  приладу, а інший з'єднаний з поводком  $2$  коректора. Коректор призначений для усунення невеликих зміщень стрілки з нульовою відміткою шкали. Поворот гвинта  $11$  коректора спричиняє поворот поводка  $2$ , що приводить до переміщення стрілки по шкалі (виставлення на нуль шкали). Спіральну пружину  $10$  виготовляють з немагнітних сплавів (фосфориста, берилієва, кадмієва бронза).

Момент, що створюється під час закручування або розкручування пружини, є прямо пропорційним куту  $\alpha$  повороту осі, тобто:

$$M_{\text{пр}} = D \cdot \alpha, \quad (8.13)$$

де  $D$  – питомий протидіючий момент, що залежить від матеріалу та розмірів пружини.

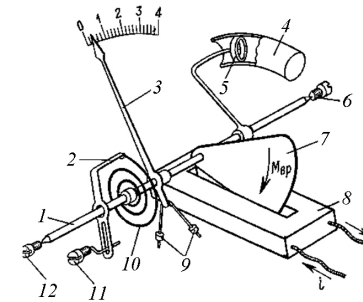


Рис. 8.4. Схема будови приладу електромагнітної системи:  
 $1$  – ось;  $2$  – поводок коректора;  $3$  – стрілочний показчик;  $4$  – циліндр;  $5$  – поршень;  
 $6, 12$  – підп'ятники;  $7$  – осердя;  $8$  – котушка зі струмом;  $9$  – вантаж-противага;  
 $10$  – пружина;  $11$  – гвинт-коректор

Якщо центр тяжіння рухомої частини не знаходиться на осі обертання, то на показання приладу буде впливати момент сил тяжіння, що може призвести до появи похибки. Для виключення впливу моменту цих сил, рухому частину врівноважують за допомогою вантажу-противаги  $9$ . Для усунення коливань рухомої частини застосовують повітряні або магніто-індукційні заспокоювачі. На рис. 8.4 зображено повітряний заспокоювач, що складається з поршня  $5$ , який переміщується у закритому з одного боку циліндрі  $4$ . Рух поршня, спричинений обертанням осі  $1$ , створює різницю тисків повітря. Переміщення повітря через проміжок між поршнем та циліндром спричиняє гальмування руху поршня, в результаті чого коливання рухомої частини швидко згасають.

Осі приладів виготовляють зі сталі діаметром  $0,5\text{--}2,0$  мм. Загострені кінці осі (керни) упираються у заглиблення підп'ятників  $12$  та  $6$ . Підп'ятники виконують з напівпровідникових каменів (агат, сапфір, рубін), а керни – з високоякісних твердих сталей.

У логометрах обертовий та протидіючий моменти утворюються електромагнітними силами. В них положення рухомої частини залежить від відношення двох струмів. У кожному логометрі суміщаються два вимірювальних механізми, до яких підводять струми  $i_1$  та  $i_2$ , що створюють вимірюване відношення  $i_1/i_2$ . На відміну від приладів зі звичайним вимірювальним механізмом у логометрах за відсутності струмів стрілка не встановлюється на нуль шкали.

Логометри застосовують для вимірювання опору, ємності, частоти, кута зсуву фаз та ін. На рис. 8.5 зображений магнітоелектричний логометр для вимірювання опору  $R_x$ . У полі постійного магніту розміщені дві рухомі котушки 1 та 2, жорстко скріплені одна з одною та насаджені на одну вісь зі вказівною стрілкою. Струми до котушок підводять через еластичні “безмоментні” струмопроводи 3, виконані з тонких золотих або срібних стрічок.

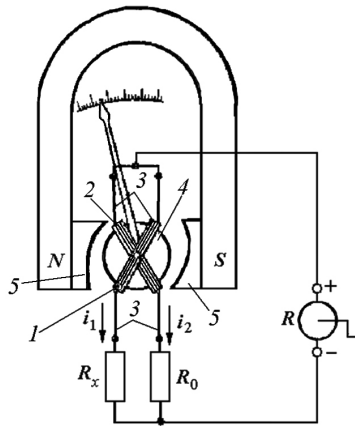


Рис. 8.5. Схема магнітоелектричного логометра-омметра:

1, 2 – рухомі котушки; 3 – струмопроводи; 4 – осердя; 5 – полюсні наконечники

Магнітне поле у повітряних проміжках між полюсними наконечниками 5 та осердям 4 неоднорідне. Це досягається за рахунок нерівномірності проміжків, в яких перебувають обидві котушки. Оскільки магнітні поля у проміжках нерівномірні, то обертальні моменти, створювані рухомими котушками, виявляються залежними від положення рухомої частини, тобто залежать від кута  $\alpha$ .

Напрямок струмів  $i_1$  та  $i_2$  обирають так, щоб обертальні моменти були направлені назустріч один одному. Рухома частина перебуває у спокої за умови рівності:

$$M_{o61} = M_{o62},$$

$$\text{або} \quad f_1(\alpha) \cdot i_1 = f_2(\alpha) \cdot i_2, \quad (8.14)$$

звідки отримуємо співвідношення:

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{f_1(\alpha)}{f_2(\alpha)} = f(\alpha). \quad (8.15)$$

Вираз для зворотної функції набув такого вигляду:

$$\alpha = F(i_1 / i_2). \quad (8.16)$$

Це основний вираз для логометра. Він показує, що кут повороту рухомої частини залежить лише від відношення струмів у котушках.

У випадку застосування логометра як омметра відношення струмів залежить від відношення двох порівнюваних опорів  $R_0$  та  $R_x$  (рис. 8.5). Нехтуючи опором котушок 1 та 2 у порівнянні з опорами  $R_0$  та  $R_x$ , основне рівняння логометра-омметра запишемо у такому вигляді:

$$\alpha = F(R_x / R_0). \quad (8.17)$$

Кут повороту рухомої частини  $\alpha$  не залежить від прикладеної напруги.

#### 8.4. Прилади магнітоелектричної системи

Обертальний момент у приладах магнітоелектричної системи утворюється за рахунок взаємодії струму, що проходить у витках рухомої котушки 4, з магнітним полем постійного магніту 2 (рис. 8.6).

Обмотка рухомої котушки намотана на алюмінієву рамку прямокутної форми. Рамка разом зі стрілочним вказівником кріпиться на двох півосях. Струм до обмотки підводять через дві спіральні пружини. Рамка з обмоткою охоплює нерухоме стальне осердя 3 і може повертатися у вузькому (1–2 мм) проміжку між осердям та полюсними наконечниками 1.



Обертальний момент, що діє на котушку шириною  $b$  з числом витків  $w$  та активною довжиною одної сторони витка  $l$ , у магнітному полі  $B$  дорівнює:

$$M_{\text{вр}} = 2 \frac{F \cdot b}{2} = B \cdot l \cdot b \cdot w \cdot i. \quad (8.18)$$

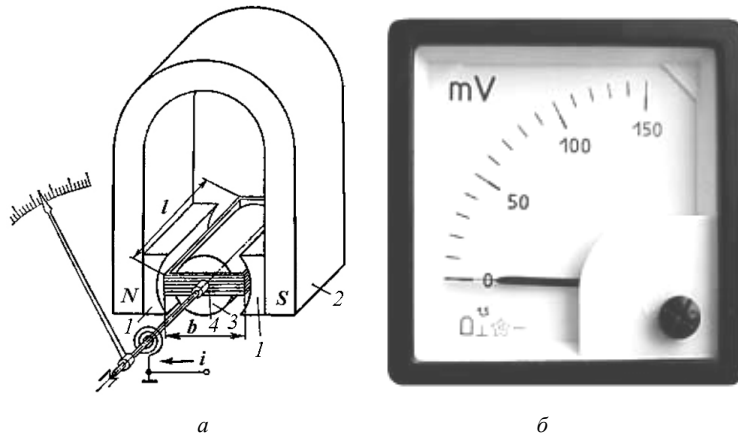


Рис. 8.6. Прилад магнітно-електричної системи:

$a$  – будова;  $b$  – вигляд; 1 – полюсні наконечники; 2 – постійний магніт;  
3 – нерухоме сталеве осердя; 4 – рухома котушка

Під час повороту рухомої частини на деякий кут  $\alpha$  обертальний момент урівняється з протидіючим  $M_{\text{вр}} = M_{\text{пр}}$ ,  
або:

$$B \cdot l \cdot b \cdot w \cdot i = D \cdot \alpha, \quad (8.19)$$

звідки основне рівняння приладу має такий вигляд:

$$\alpha = S \cdot i, \quad (8.20)$$

де  $S = B \cdot l \cdot b \cdot w / D$  – чутливість приладу.

Таким чином, відхилення стрілки приладу магнітоелектричної системи пропорційно струму в котушці, шкала приладу рівномірна на всій її довжині, а напрямок відхилення стрілки визначається напрямком струму в котушці.

## 8.5. Прилади електродинамічної системи

У приладах електродинамічної системи обертальний момент обумовлений взаємодією котушок зі струмами, які за однакового напрямку взаємно притягуються, а за різного – відштовхуються (рис. 8.7,  $a$ ).

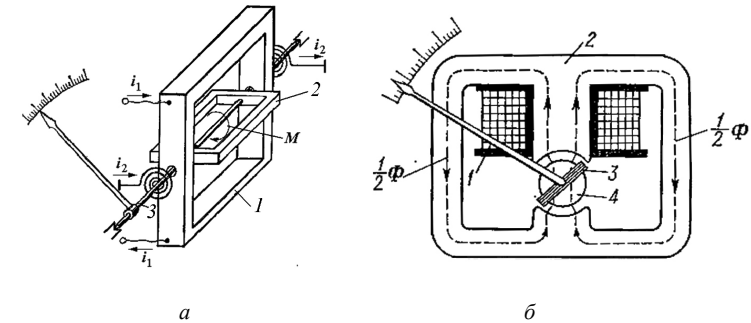


Рис. 8.7. Вимірювальні прилади різних систем:

$a$  – прилад електродинамічної системи; 1 – нерухома котушка; 2 – рухома котушка; 3 – ось  
 $b$  – прилад феродинамічної системи; 1 – нерухома котушка; 2 – осердя магнітопроводу;  
3 – рухома котушка; 4 – циліндричне осердя

Вимірювальний механізм системи складається з двох котушок – нерухомої 1 та рухомої 2. Рухома котушка, що знаходиться всередині нерухомої, закріплена на осі 3. Струм до рухомої котушки  $i_2$  підводиться через спіральні пружини. Під час вмикання приладу в коло постійного струму котушки зі струмом  $i_1$  та  $i_2$  взаємодіють між собою, рухома прагне розташуватись у площині нерухомої, тобто так, щоб їх магнітні потоки були направлені однаково, а стрілка, яка жорстко пов'язана з рухомою котушкою, повертається.

Обертальний момент, що діє на рухома котушку дорівнює:

$$M = k_1 I_1 I_2, \quad (8.21)$$

де  $k_1$  – коефіцієнт пропорційності, який залежить від розмірів, форми та взаємного розташування котушок.

Протидіючий момент утворюється спіральними пружинами:

$$M_{\text{пр}} = k_2 \alpha .$$

За рівноваги моментів  $M = M_{\text{пр}}$ :

$$\alpha = SI_1 I_2 , \quad (8.22)$$

де коефіцієнт  $S = k_1/k_2$  – чутливість приладу.

Відповідно до цього кут повороту рухомої частини приладу електродинамічної системи пропорційний добутку струмів у його котушках. Одночасне змінювання напрямку струмів в обох котушках не змінює знак обертового моменту, й тому ці прилади придатні і для змінного струму.

Прилади цієї системи використовують, в основному, як ватметри.

*Феродинамічні прилади* відрізняються від електродинамічних приладів тим, що для посилення магнітного поля, утвореного нерухомою котушкою, використовують магнітопровід (рис. 8.7, б). Нерухома котушка 1 укріплена на осерді магнітопроводу 2, а рухома котушка 3 обертається навколо нерухомого циліндричного осердя 4. Перевага цих приладів полягає у тому, що вони краще захищені від впливу зовнішніх магнітних полів і мають великий обертальний момент. Вони використовуються як реєструвальні прилади-самописці, в яких потрібно мати значний обертальний момент, наприклад, для подолання тертя об діаграмний папір.

## 8.6. Прилади електромагнітної системи

Принцип дії приладів електромагнітної системи заснований на властивості котушки зі струмом притягувати феромагнітні тіла. Вимірювальний механізм цієї системи виконується з плоскою котушкою та з замкненим магнітопроводом (рис. 8.4). У плоскій котушці 8 зі струмом утворюється магнітне поле, яке втягує в щілину котушки сталеве осердя 7, яке ексцентрично закріплене на осі 1. Осердя виготовляють з магнітової сталі, а в більш точних приладах – з пермалою. Через те, що магнітна індукція осердя пропорційна струму в котушці, то можна вважати, що обертальний момент вимірювального механізму, як і сила

електромагніта, яка діє на сталеве осердя, будуть пропорційні квадрату вимірюваного струму, тобто:

$$M = k_1 I^2 . \quad (8.23)$$

Враховуючи, що протидіючий момент пропорційний куту закручування спіральної пружини 10 (рис. 8.4), виведемо формулу для визначення протидіючого моменту:

$$M_{\text{пр}} = k_2 \alpha , \quad (8.24)$$

в момент рівноваги системи  $M = M_{\text{пр}}$  отримуємо:

$$k_1 I^2 = k_2 \alpha . \quad (8.25)$$

Звідки кут відхилення рухомої частини приладу та стрілки дорівнює:

$$\alpha = SI^2 , \quad (8.26)$$

де  $S = k_1/k_2$  – коефіцієнт чутливості приладу.

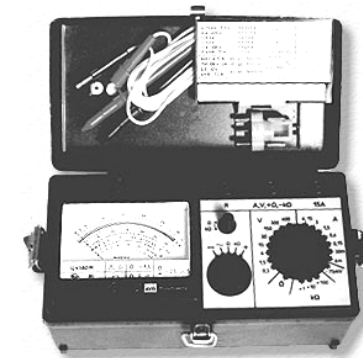


Рис. 8.8. Прилад електромагнітної системи

Квадратична залежність кута відхилення стрілки від струму обумовлює: нерівномірність шкали приладу (рис. 8.8), зжату та мало придатну для точних вимірювань у початковій частині; відхилення стрілки тільки в один бік; придатність приладів для вимірювання як постійного, так і змінного струмів (у разі зміни напрямку струму напрямок обертового моменту не змінюється). Власне магнітне

поле котушки слабе, тому для захисту від впливу зовнішніх магнітних полів вимірювальний механізм електромагнітних приладів екранується. Механізми електромагнітної системи виготовляються для лабораторних амперметрів і вольтметрів. Вони придатні для вимірювання постійного та змінного струмів, мають просту конструкцію, дешевизну у виготовленні та надійність в експлуатації. Їх недоліками є мала точність і чутливість.

### Контрольні запитання

1. Назвіть класифікацію засобів і методів електричних вимірювань.
2. Які є похибки вимірювань і приладів, як вони розраховуються?
3. Поясніть будову електровимірювальних приладів.
4. Поясніть будову та принцип дії приладів магнітоелектричної системи.
5. Наведіть приклади умовних позначень на шкалах приладів.
6. Поясніть будову та принцип дії приладів електродинамічної системи.
7. Що називається повіркою вимірювального приладу?
8. Поясніть будову та принцип дії приладів електромагнітної системи.
9. Наведіть приклади використання феродинамічних приладів.

## 9. ЕЛЕКТРИЧНІ МАШИНИ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

На сьогодні машини постійного струму (МПС) застосовуються в основному як двигуни постійного струму (ДПС) приводів машин і механізмів, які потребують надто плавного й економічного регулювання частоти обертання, наприклад в електротязі, а також великих перевантажувальних і пускових моментів.

Машини постійного струму є зворотними, тобто, вони можуть працювати як у режимі генератора постійного струму, так і в режимі двигуна постійного струму. Генератор постійного струму (ГПС) є джерелом електроенергії, в якому механічна енергія перетворюється в електричну, а у двигуні, навпаки, електрична енергія перетворюється у механічну.

До недоліків машин постійного струму відносяться складність її конструкції та певна ненадійність у роботі через наявність колектора, деякі проблеми обслуговування, пов'язані із зносом, а також досить висока ціна.

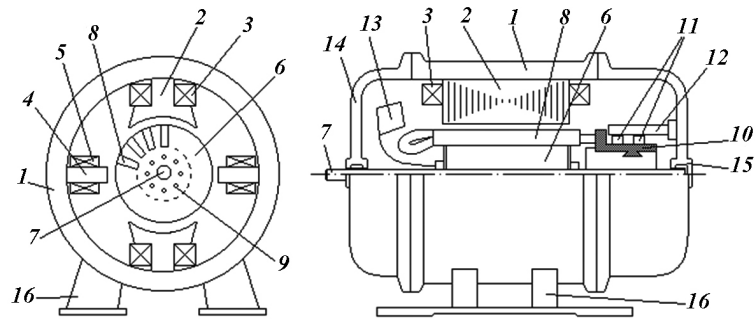
### 9.1. Будова та принцип дії машини постійного струму

Машина постійного струму (рис.9.1) складається з трьох основних частин: нерухомого статора, ротора (якоря), що обертається, та колекторного вузла.

Статор містить станину 1, яка є полим сталевим циліндром, головні полюси 2, що кріпляться до станини (завжди шихтовані), з полюсними наконечниками. Обмотка збудження 3 встановлена на головних полюсах машини постійного струму. Додаткові полюси 4 зі своєю обмоткою 5 розташовуються між головними полюсами.

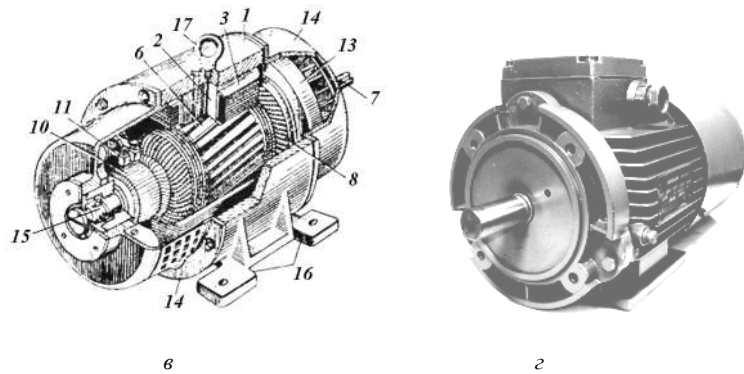
Якір містить шихтоване сталеве осердя 6, яке посаджене на загальний вал 7. Мідна обмотка якоря 8 укладена в пази осердя, в якому виконані канали для охолодження 9. Колекторний вузол містить колектор 10, який виконано з окремих колекторних мідних пластин. На колекторі встановлюються щітки 11 (вугільно-графітні, чи мідно-графітні), які за допомогою щіткотримача з'єднані з нерухомою траверсою 12.

Крім того, машина постійного струму містить вентилятор 13, який посаджений на вал, підшипникові щити 14, що встановлені на підшипниках 15. Машина прикріплюється до основи за допомогою лап 16.



*a*

*б*



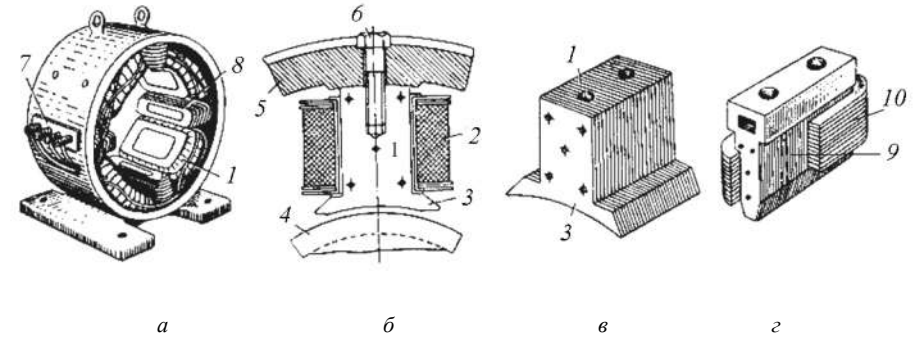
*в*

*г*

Рис. 9.1. Машина постійного струму:

*a* – поперечний перетин; *б* – повздовжній перетин; *в* – вигляд з вирізом;  
*г* – загальний вигляд; двигуна 4П; 1 – станина; 2 – головні полюси; 3 – обмотка збудження;  
 4 – додаткові полюси; 5 – обмотка додаткових полюсів; 6 – станина; 7 – вал;  
 8 – обмотка якоря; 9 – канали для охолодження; 10 – колектор; 11 – щітки; 12 – траверса;  
 13 – вентилятор; 14 – підшипникові щити; 15 – підшипники; 16 – лапи

Детально елементи статора зображені на рис. 9.2.



*a*

*б*

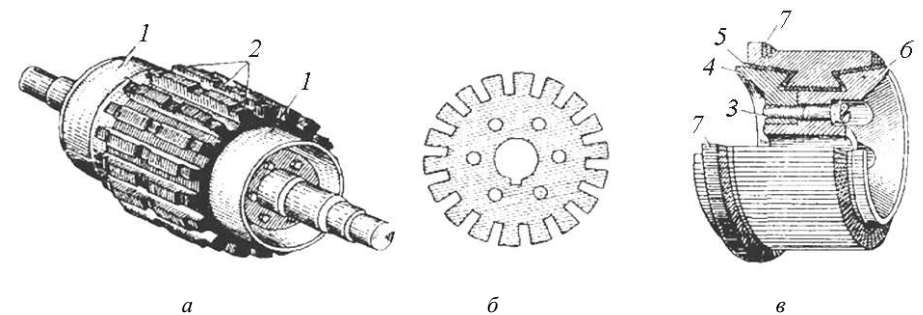
*в*

*г*

Рис. 9.2. Елементи статора:

*a* – загальний вид; *б* – поперечний переріз та осердя; *в* – головний полюс;  
*г* – додатковий полюс; 1 – осердя головного полюса; 2 – обмотка збудження;  
 3 – полюсний наконечник; 4 – якор; 5 – станина; 6 – болт-“шпилька”; 7 – клемні виводи  
 обмоток полюсів; 8 – додатковий полюс; 9, 10 – осердя та обмотка додаткового полюса

Елементи якоря та колектора, а також їх конструктивні особливості, детально зображено на рис. 9.3.



*a*

*б*

*в*

Рис. 9.3. Елементи якоря та колектора:

*a* – якор машини; *б* – пластина, з яких він зібраний; *в* – колектор;  
 1 – наживні шайби; 2 – канавки під бандажі; 3 – стяжний болт; 4 – заживне кільце;  
 5 – міканітова ізоляція; 6 – корпус-втулка; 7 – виступ з прорізом колекторної пластини

Обмотка якоря виконана у вигляді секцій, кінці яких припаяні до пластин колектора (рис. 9.4). Усі секції з'єднані послідовно. Секції мають по дві активні (пазові) частини. Кінець наступної секції обмотки якоря з'єднаний з початком попередньої. Таким чином утворюється замкнена обмотка якоря. Секції обмотки вкладаються в пази якоря в певному порядку так, щоб під час обертання якоря їх частини завжди знаходились під різними полюсами статора.

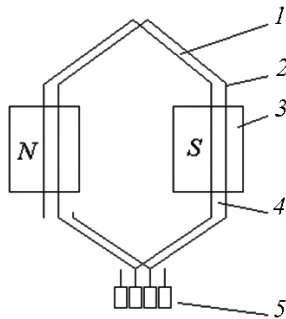


Рис. 9.4. Схема обмотки якоря:

1 – лобова частина обмотки; 2 – секція обмотки; 3 – головний полюс;  
4 – пазова частина обмотки; 5 – колектор

Кількість щіток дорівнює кількості головних полюсів машини. Щітки встановлюються на колекторі по осі полюсів (за наявності додаткових полюсів) так, щоб вони з'єднувались з ділянками секцій, які в даний момент майже не перетинають силові лінії. Кожна щітка зазвичай перекриває на колекторі декілька пластин. Оскільки секції в кожній паралельній вітці обмотки з'єднані послідовно, то їх ЕРС додаються.

Обмотка щітками ділиться на паралельні вітки. Кількість паралельних віток позначається  $2a$ . Струм паралельної вітки визначається за формулою:

$$i_a = \frac{I_a}{2a}, \quad (9.1)$$

де  $I_a$  – струм обмотки якоря.

Принцип дії МПС можна зрозуміти зі схеми (рис. 9.5, а). На схемі умовно зображені головні полюси та створюване ними магнітне поле з індукцією  $B$ , в якому обертається одна секція обмотки якоря.

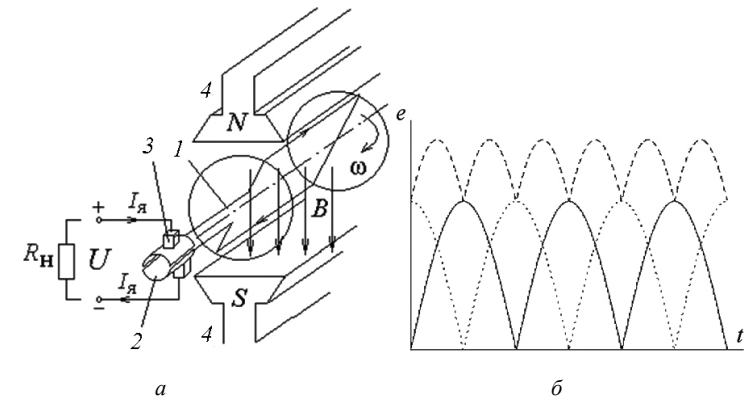


Рис. 9.5. Принцип дії МПС:

а – принципова схема МПС; б – форма ЕРС машини постійного струму;  
1 – провідники обмотки якоря; 2 – колектор; 3 – щітки; 4 – головні полюси

Напряг ЕРС та струм в обмотці якоря визначають за *правилом правої руки*. У генераторі колектор призначений для випрямлення струмів. У двигуні колектор забезпечує проходження струму у провідниках, що знаходяться під одним полюсом в одному напрямку.

Принцип дії машини постійного струму базується на законі Ампера та законі електромагнітної індукції.

Магнітне поле машини утворює обмотка збудження, яка знаходиться на головних полюсах. Основний магнітний потік проходить станину, осердя полюсів, осердя якоря і дворазово долає повітряний проміжок між якорем і головними полюсами.

У режимі генератора до обмотки збудження, що розташована на головних полюсах 4, підводять невеликий постійний струм збудження, а якор обертають первинним двигуном (турбіною, повітрям та ін.). Провідники обмотки якоря 1 перетинають магнітні силові лінії, утворені обмотками збудження головних

полюсів, в яких за законом електромагнітної індукції, наводиться ЕРС, напрямок якої визначається за правилом правої руки. Обмотка якоря ділиться щітками 3 на дві паралельні вітки, ЕРС яких направлені зустрічно.

За допомогою колектора 2 та щіток 3, які є механічним випрямлячем, ці змінні пульсуючі ЕРС підсумовуються у постійну за значенням і напрямком ЕРС машини (рис. 9.5, б). Якщо до щіток під'єднати навантаження  $R_n$ , то у ньому й у всьому колі якоря виникне постійний струм  $I_a$ . В машинах постійного струму обмотка якоря нараховує десятки секцій (відповідно стільки ж пластин має і колектор), тому пульсація випрямленої ЕРС стає практично малою (рис. 9.5, б).

У режимі *двигуна* якір живиться від джерела постійної напруги, тобто і до якоря, і до обмотки збудження одночасно підводять постійний струм. Від джерела струм якоря  $I_a$  проходить крізь щітки, колектор та обмотку якоря. Взаємодія магнітного поля полюсів статора зі струмом обмотки якоря  $I_a$  за законом Ампера приводить до дії на провідники сили, яка утворює обертальний електромагнітний момент якоря. Напрямок сили, що діє на провідники обмотки якоря, визначається за правилом лівої руки.

## 9.2. ЕРС, рівняння електричного стану та способи збудження машин постійного струму

Під час обертання якоря в магнітному полі, що утворене статорною обмоткою збудження, у кожному провіднику обмотки якоря наводиться ЕРС:

$$e = B_{cp} l_a v, \quad (9.2)$$

де  $B_{cp}$  – середнє значення індукції магнітного поля на  $\tau$ ;  $l_a$  – активна (пазова) довжина провідника;  $\tau$  – полюсне ділення – дуга окружності якоря на один полюс:

$$\tau = \frac{\pi \cdot D_a}{2p}, \quad (9.3)$$

де  $2p$  – кількість пар основних полюсів.

Окружна швидкість обертання якоря визначається за формулою:

$$v = \frac{\pi D_a n}{60}. \quad (9.4)$$

Усі секції з'єднані послідовно, тому ЕРС одної паралельної вітки дорівнює:

$$E = \sum_{i=1}^{N/2a} e_i = l_a v \sum_{i=1}^{N/2a} B_{cp_i} = \frac{N}{2a} l_a v \cdot B_{cp} \quad (9.5)$$

де  $N$  – кількість провідників обмотки якоря.

Відомо, що магнітний потік визначається формулою:

$$\Phi = B_{cp} S = B_{cp} \tau \cdot l_a = B_{cp} l_a \frac{\pi D_a}{2p}, \quad (9.6)$$

Підставляємо формулу (9.4) у (9.5) і з урахуванням формули (9.6) отримаємо:

$$E = \frac{N}{2a} l_a v B_{cp} = \frac{N}{2a} l_a B_{cp} \frac{\pi D_a n}{60} \cdot \frac{2p}{2p} = \frac{N}{2a} l_a B_{cp} \tau \cdot n \frac{2p}{60} = \frac{p}{a} \frac{N}{60} \Phi \cdot n,$$

або остаточно величина ЕРС машини постійного струму дорівнює:

$$E = c_E \Phi \cdot n, \quad (9.7)$$

де  $c_E = \frac{p}{a} \frac{N}{60}$  – коефіцієнт, постійний для даної машини.

Таким чином, ЕРС машини постійного струму пропорційна магнітному потоку статора і частоті обертання якоря. Тому для змінення знаку ЕРС можна поміняти полярність потоку збудження або напрямок обертання машини.

Генератор є джерелом постійного струму для кола навантаження. Для *генератора* згідно з другим законом Кірхгофа напруга  $U$  менша за ЕРС  $E$  на величину падіння напруги у колі якоря з опором  $R_a$ , тобто:

$$U = E - I_a R_a. \quad (9.8)$$

Це рівняння електричного стану навантаженого генератора.

У двигуні наведена в обмотці якоря ЕРС під час обертання якоря у магнітному полі статора – вторинне явище. Ця ЕРС направлена зустрічно струму і прикладеній напрузі, тобто:

$$U = E + I_{\text{я}} R_{\text{я}}. \quad (9.9)$$

Це рівняння електричного стану двигуна.

У рівняннях (9.8) і (9.9) в опорі кола якоря  $R_{\text{я}}$  враховуються опори обмотки якоря, щіток і колектора.

Основні властивості та характеристики машин залежать від схеми ввімкнення обмотки збудження (способу збудження).

За способом збудження машин постійного струму поділяються на машини незалежного, паралельного, послідовного і змішаного збудження (рис. 9.6).

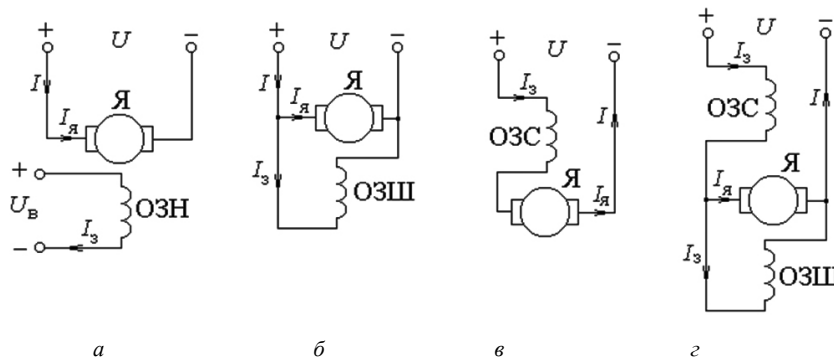


Рис. 9.6. Схеми збудження двигуна постійного струму:

*a* – незалежне; *б* – паралельне (шунтові); *в* – послідовне (серієсне);  
*г* – змішане (компаундні)

Якщо в МПС обмотка збудження електрично ізольована від кола якоря і живиться від стороннього джерела постійного струму (рис. 9.6, *a*), то її називають машиною незалежного збудження. При цьому напруга кола збудження не залежить від потужності машини. До машин незалежного збудження відносяться також машини з постійними магнітами.

### 9.3. Електромагнітний момент і потужність машини постійного струму

Під час проходження струму в обмотці якоря на кожний провідник за законом Ампера діє сила:

$$F_{\text{пр}} = B_{\text{ср}} \cdot l_{\text{а}} \cdot i_{\text{а}}. \quad (9.10)$$

Електромагнітний момент, який створюється  $N$  активними ділянками обмотки якоря, дорівнює:

$$M = F_{\text{пр}} N \frac{D_{\text{я}}}{2}. \quad (9.11)$$

Оскільки струм в якорі дорівнює  $i_{\text{а}} = \frac{I_{\text{я}}}{2a}$ , магнітний потік  $\Phi = B_{\text{ср}} l_{\text{а}} \tau$  та полюсне ділення  $\tau = \frac{\pi \cdot D_{\text{я}}}{2p}$ , то на провідник якоря діє сила  $F_{\text{пр}} = B_{\text{ср}} \cdot l_{\text{а}} \cdot \frac{I_{\text{я}}}{2a}$ , а електромагнітний момент:

$$M = F_{\text{пр}} N \frac{D_{\text{я}}}{2} = N \frac{D_{\text{я}}}{2} B_{\text{ср}} l_{\text{а}} \frac{I_{\text{я}}}{2a} \cdot \frac{\pi \cdot 2p}{\pi \cdot 2p} = \frac{N}{2} \tau \cdot B_{\text{ср}} l_{\text{а}} \frac{I_{\text{я}}}{2a} \frac{2p}{\pi} = \frac{N \cdot p}{2a \cdot \pi} \Phi \cdot I_{\text{я}}.$$

Остаточно величина електромагнітного моменту дорівнює:

$$M = c_M \Phi \cdot I_{\text{я}}, \quad (9.12)$$

де  $c_M = \frac{N \cdot p}{2a \cdot \pi}$  – машинна стала.

Таким чином, електромагнітний момент МПС пропорційний магнітному потоку статора і струму якоря. Якщо машина працює в режимі генератора, то цей момент є гальмівним (його повинен подолати первинний двигун), у режимі двигуна під дією цього моменту якір буде обертатися.

Отримаємо вирази для електромагнітної потужності. Для цього помножимо рівняння електричного стану (9.8) і (9.9) на струм якоря  $I_{\text{я}}$ . При цьому отримаємо рівняння балансу потужностей кола якоря машини:

$$\text{в режимі генератора:} \quad UI_{\text{я}} = EI_{\text{я}} - I_{\text{я}}^2 R_{\text{я}}; \quad (9.13)$$

$$\text{в режимі двигуна:} \quad UI_{\text{я}} = EI_{\text{я}} + I_{\text{я}}^2 R_{\text{я}}, \quad (9.14)$$

де  $P_{\text{ем}} = EI_{\text{я}}$  – електромагнітна потужність машини;  $P = UI_{\text{я}}$  – потужність навантаження;  $p_{\text{я}} = I_{\text{я}}^2 R_{\text{я}}$  – потужність втрат у колі якоря.

#### 9.4. Втрати та ККД машини постійного струму

В машині постійного струму виділяють електричні, магнітні, механічні і додаткові втрати.

*Магнітні втрати* – це втрати у сталевих елементах машини, що складаються з втрат на гістерезис і вихрові струми:

$$\Delta p_{\text{ст}} = \Delta p_{\text{г}} + \Delta p_{\text{в.с.}} \quad (9.15)$$

В основному ці втрати мають місце в осерді якоря. Ці втрати від навантаження практично не залежать.

*Електричні втрати* – це втрати в обмотках (втрати у міді):

$$\Delta p_{\text{ел}} = \Delta p_{\text{м}} = I_{\text{я}}^2 R_{\text{я}} + I_{\text{ОЗ}}^2 R_{\text{ОЗ}}. \quad (9.16)$$

Ці втрати залежать від струму, тому вони змінні.

*Механічні втрати*  $\Delta p_{\text{мех}}$  обумовлені усіма видами тертя.

*Додаткові втрати* –  $\Delta p_{\text{доб}}$  – втрати у полюсних наконечниках унаслідок зубчатості якоря, втрати від вихрових струмів у провідниках обмоток та ін. Вважають, що ці втрати складають 1 % від корисної потужності  $P_2$ .

Різницю між підведеною  $P_1$  та корисною  $P_2$  потужностями становлять сумарні втрати машини:

$$P_1 - P_2 = \Delta p_{\text{ст}} + \Delta p_{\text{м}} + \Delta p_{\text{мех}} + \Delta p_{\text{доб}}. \quad (9.17)$$

З рівняння (9.17) можна отримати таку формулу:

$$P_1 = P_2 + \Delta p_{\text{ст}} + \Delta p_{\text{м}} + \Delta p_{\text{мех}} + \Delta p_{\text{доб}}. \quad (9.18)$$

ККД машини – це відношення корисної  $P_2$  потужності до витраченої  $P_1$ :

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + \Delta p_{\text{ст}} + \Delta p_{\text{м}} + \Delta p_{\text{мех}} + \Delta p_{\text{доб}}}. \quad (9.19)$$

ККД машини постійного струму (рис. 9.7) залежно від корисної потужності  $P_2$  спочатку швидко збільшується (від нуля за НХ до максимального  $\eta_{\text{max}}$  за потужності 75–85 % номінальної), а потім повільно зменшується через значні втрати в обмотці якоря.

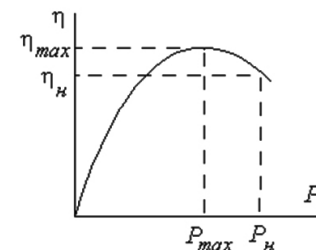


Рис. 9.7. Залежність ККД від потужності МПС

Максимальний ККД становить  $\eta_{\text{max}} = 0,8$  для малих машин і збільшується до 0,95 для великих.

#### 9.5. Реакція якоря та комутація машини постійного струму

Основний магнітний потік утворюється струмом обмотки збудження (в режимі НХ) і називається поздовжнім. Основний магнітний потік симетричний відносно полюсів і щіток (рис. 9.8, а).

Струми в обмотці якоря утворюють поле якоря, яке називається поперечним (рис. 9.8, б). Тобто магнітні силові лінії основного поля симетричні відносно осі полюсів, а силові лінії поля якоря – перпендикулярні до поля основних полюсів.

Таким чином, під час навантаження в якорі проходить струм, який утворює своє магнітне поле і, тим самим, скривлює симетрію магнітного поля машини (рис. 9.8, в).

Комплекс явищ, пов'язаних із впливом магнітного поля якоря на робочі характеристики машини, називають *реакцією якоря*. Під час дії реакції якоря під одним краєм полюса магнітне поле зростає, а під іншим – зменшується.

Оскільки зростання відбувається меншою мірою внаслідок насичення осердя, то результуюче поле знижується. Фізична нейтраль зміщується відносно



геометричної нейтралі на певний кут  $\alpha$  (рис. 9.8, в) (він тим більший, чим більший струм машини) – у генераторі в напрямку обертання, а в двигуні – проти обертання.

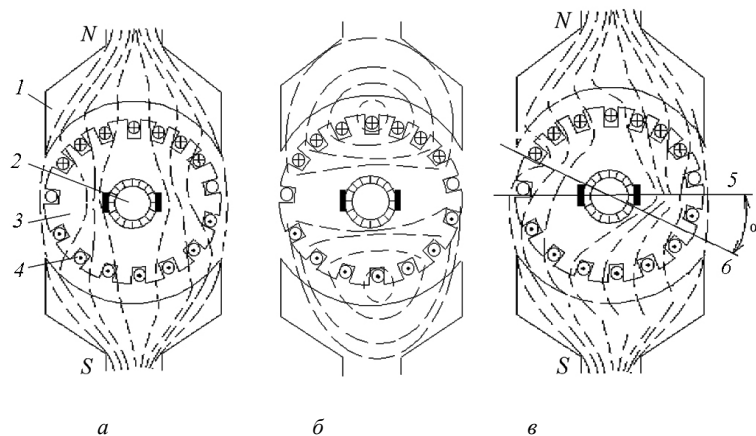


Рис. 9.8. Реакція якоря в машині постійного струму:

*a* – основний магнітний потік симетричний відносно полюсів та щіток;  
*б* – поперечне поле статора; *в* – спотворення симетрії магнітного поля  
*1* – головний полюс; *2* – якір; *3* – осердя якоря; *4* – обмотка якоря;  
*5* – геометрична нейтраль; *6* – фізична нейтраль

Явище реакції якоря є небажаним. Боротьбою є встановлення *додаткових полюсів*, що утворюють магнітне поле, яке направлене зустрічно полю реакції якоря.

*Комутацією* називають процес перемикання секцій обмотки якоря, що обертається, з одної паралельної вітки в іншу. При цьому змінюється напрямку струму за малий час у цих секціях за КЗ їх щітками (рис. 9.9).

У випадку неправильного перебігу процесу комутації весь процес перемикання струму з одної паралельної вітки в іншу супроводжується іскрінням на колекторі. Це лавиноподібний процес, який унаслідок іскріння може вивести машину з ладу. Іскріння за певної інтенсивності також може мати прогресуючий характер.

*Причини іскріння* бувають механічними та електричними. Електричні є основними і становлять ~80 % усіх причин.

*Механічні причини* виникають через стирання міді на колекторі, місцевий бій, ексцентриситет колектора, випинання колектора та ін.

*Електричні причини* виникають через швидке змінення струму в секції якоря. В ідеалі змінення струму відбувається за лінійним законом (рис. 9.9, крива *1*). Але у разі змінення струму утворюється реактивна ЕРС самоіндукції  $e = -L \frac{di}{dt}$ , яка перешкоджає зміненню струму в секції – виходить *запізнена комутація* (рис. 9.9, крива *2*). Внаслідок цього в комутуючій секції залишається магнітна енергія, а розмикання секції зі значним запасом енергії призводить до електричного пробую повітряного проміжку між щіткою та колектором. Результатом електричного пробую і є інтенсивне іскріння.

Для поліпшення комутації використовують додаткові полюси, магнітне поле яких у секції, що комутується, індукуює додаткову ЕРС, яка компенсує реактивну ЕРС. Полюси встановлені радіально між головними полюсами. Їх обмотка вмикається послідовно з якорем так, щоб у комутаційній зоні поле додаткових полюсів було протилежним полю якоря. Поле додаткових полюсів може утворювати ЕРС, яка навіть буде перевищувати реактивну ЕРС, внаслідок чого виникає прискорена комутація (рис. 9.9, крива *3*) і іскріння практично зникає.

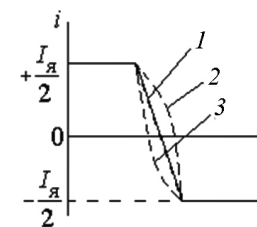


Рис. 9.9. Комутація МПС

## 9.6. Характеристики генераторів постійного струму

Генератори з послідовним, паралельним і змішаним збудженням називають генераторами з самозбудженням, оскільки джерелом для ОЗ є сам генератор.

### 9.6.1. Генератор із незалежним збудженням

Генератор (рис. 9.10) вмикають на навантаження з регульовальним опором  $R_n$ . Струм в якорі дорівнює струму навантаження  $I_a = I$ . Обмотка збудження ОЗН (незалежна) під'єднується до незалежного джерела  $U_z$  через регульовальний реостат  $R_p$ .

*Характеристика неробочого ходу* – це залежність ЕРС від струму збудження  $E(I_3)$  за умови:  $n = \text{const}$ ,  $I = 0$  (рис. 9.11, а). Зовнішнє коло генератора розімкнуте. З рівняння електричного стану  $U = E - I_{\text{я}}R_{\text{я}}$  виходить, що напруга дорівнює ЕРС за НХ  $U = E$ . Але  $E = c_E \Phi \cdot n$ .

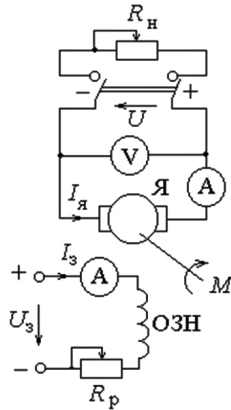


Рис. 9.10. Схема генератора з незалежним збудженням

За відсутності струму збудження  $I_3 = 0$  виникає невелика ЕРС, обумовлена залишковим магнітним потоком  $E_0 \Rightarrow \Phi_0$ , тому що полюси генератора раніше були намагнічені від попередньої роботи.

Вони утворюють невеликий магнітний потік остаточного намагнічування  $\Phi_0$ . Під час обертання якоря цей потік наводить ЕРС  $E_0$ . У разі збільшення струму збудження зростає магнітний потік, а значить і зростає ЕРС, тобто маємо такий процес:  $I_3 \uparrow \Rightarrow \Phi \uparrow \Rightarrow E \uparrow$ .

У випадку малих струмів збудження потік пропорційний струму  $\Phi \sim I_3$ . Але внаслідок насичення сталі осердя під час подальшого збільшення струму збудження ця залежність стає нелінійною.

Через явище гістерезису ця характеристика у разі зменшення струму збудження розташована вище (низхідна характеристика) за висхідну характеристику (у разі збільшення струму збудження).

*Зовнішня характеристика* – це залежність напруги на виході генератора від його струму  $U(I)$  за умови  $n = \text{const}$ ,  $I_3 = \text{const}$  (рис. 9.11, б).

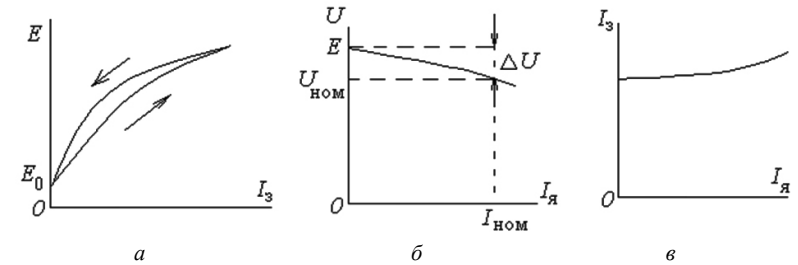


Рис. 9.11. Характеристики генератора з незалежним збудженням:

а – НХ; б – зовнішня; в – регулювальна

З рівняння  $U = E - I_{\text{я}}R_{\text{я}}$  видно, що напруга генератора буде зменшуватись з таких причин:

1. Внаслідок зростання падіння напруги в якорі  $I_{\text{я}}R_{\text{я}}$ .
2. Внаслідок реакції якоря зменшується результуючий магнітний потік, а тому і ЕРС ( $E = c_E \Phi \cdot n$ ).

Але в цілому величина падіння напруги генератора у разі збільшення струму від нуля до номінального невелика:  $\Delta U \approx 10\% E$ .

*Регулювальна характеристика* – це залежність струму збудження від струму якоря, що віддається у зовнішнє коло  $I_3(I_{\text{я}})$  за умови  $n = \text{const}$ ,  $U = \text{const}$  (рис. 9.11, в).

Із зовнішньої характеристики виходить, що у випадку збільшення навантаження напруга генератора зменшується. Але її необхідно підтримувати постійною. Отже, необхідно збільшувати ЕРС  $E = c_E \Phi \cdot n$  струмом збудження  $I_3$ , з рівняння:

$$U = E - I_{\text{я}}R_{\text{я}}.$$

Регулювальна характеристика показує, як потрібно регулювати струм збудження у разі змін навантаження генератора, щоб напруга на його затискачах залишалась незмінною.

### 9.6.2. Генератор із паралельним збудженням

У генераторі з паралельним збудженням (рис. 9.12, а) здійснюється самозбудження: обмотка збудження (шунтова) ОЗШ увімкнена паралельно якорю машини ( $I_3 = 0,02 \dots 0,05 I_{\text{ном}}$ ).

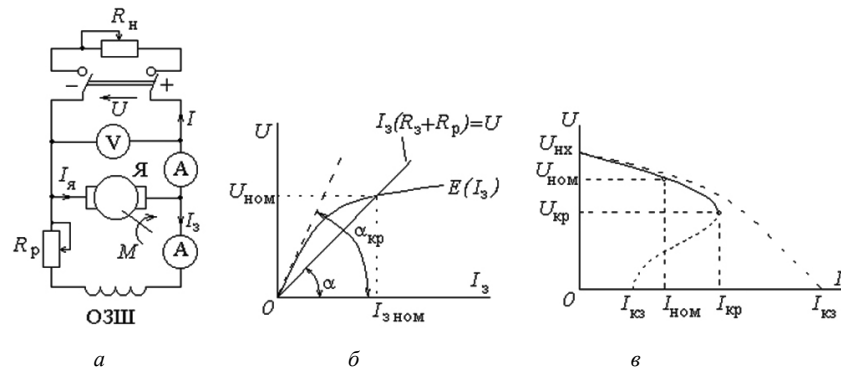


Рис. 9.12. Генератор із паралельним збудженням:

а – схема; б – характеристики НХ; в – зовнішня характеристика

**Принцип самозбудження:** якщо якір привести в обертання зовнішнім приводом, то потоком остаточного намагнічування статора  $\Phi_0$  (складає 1...3 % номінального потоку машини) буде наводитись ЕРС  $E_0$ . Під дією ЕРС  $E_0$  в обмотці збудження виникає початковий струм  $I_{30}$ , який буде збільшувати потік статора  $\Phi_1$ , тобто  $I_{30} \Rightarrow \Phi_1 > \Phi_0$ . Збільшений магнітний потік буде збуджувати збільшену ЕРС  $E_1$   $\Phi_1 \Rightarrow E_1 > E_0$ , а в обмотці збудження буде проходити збільшений струм  $I_{31} > I_{30}$ .

Процес буде відбуватись до тих пір, поки не наступить рівновага між падінням напруги в колі обмотки збудження та ЕРС в якорі (рис. 9.12, б):

$$I_3 (R_3 + R_p) = E, \quad (9.20)$$

де  $R_3$  – опір обмотки збудження;  $R_p$  – регулювальний опір обмотки збудження.

Отже, умови самозбудження можна сформулювати таким чином:

1) наявність потоку остаточного намагнічування  $\Phi_0$  від попередньої роботи генератора;

2) струм в обмотці збудження має посилювати потік  $\Phi_0$ ;

3) сумарний опір у колі обмотки збудження  $R_3 + R_p$  має бути меншим за критичний (зображено на рис. 9.12, б прямою пунктирною лінією з початку координат).

За відсутності ЕРС  $E_0$  на якорі в режимі НХ необхідно змінити напрям обертання якоря або перемкнути обмотку збудження (змінити напрям проходження струму в ній).

За відсутності ЕРС і в цьому випадку необхідно намагнітити розмагнічені полюси, приєднавши короткочасно обмотку збудження до джерела постійного струму, наприклад, до акумулятора, з напругою, яка не перевищує  $U_{\text{ном}}$ .

Характеристики *неробочого ходу*  $E(I_3)$  та *регульовальна* абсолютно аналогічні характеристикам генератора з незалежним збудженням.

Однак *зовнішня характеристика*  $U(I)$  за умови  $R_p = \text{const}$ ;  $n = \text{const}$  – суттєво відрізняється (рис. 9.12, в).

Напруга цього генератора зменшується швидше, ніж у генераторі з незалежним збудженням, оскільки існують три причини, з яких за умови збільшення навантаження  $I$  знижується напруга  $U$ :

1) у разі збільшення струму навантаження  $I$  внаслідок зменшення напруги  $U$  знижується струм збудження  $I_3$ :

$$I_3 = \frac{U}{R_3 + R_p}, \quad (9.21)$$

а зменшення струму  $I_3$  знижує потік  $\Phi$ , а тому і ЕРС  $E$  якоря;

2) виникає розмагнічувальна дія реакції якоря;

3) зростає падіння напруги у колі якоря  $I_{\text{я}} R_{\text{я}}$ .

У випадку повільного збільшення струму навантаження напруга генератора знижується все сильніше (за номінального навантаження падіння напруги складає  $\Delta U \approx (10 \div 18\%) U_{\text{нх}}$ ), у разі критичного струму  $I_{\text{кр}}$  генератор повністю розмагнічується.

Кратність перевантаження генератора:

$$K_{\Pi} = \frac{I_{кр}}{I_{н}} \approx 2,0 \dots 2,5. \quad (9.22)$$

Оскільки струм КЗ менший за критичний  $I_{кз} < I_{кр}$ , то генератор із паралельним збудженням не боїться режиму КЗ, але тільки у разі поступового збільшення струму навантаження. А у випадку раптового КЗ виникає дуже великий струм КЗ (штрихова крива на рис. 9.12, в), оскільки магнітний потік статора залишається майже тим самим (не може миттєво зникнути) і створює в якорі короткозамкненого генератора ту ж саму ЕРС, що й за номінальної роботи.

Генератор постійного струму з послідовним збудженням на практиці не застосовують унаслідок його негативної зовнішньої характеристики: тому що, у разі збільшення струму навантаження  $I$  буде відбуватися також і збільшення напруги  $U$ .

### 9.6.3. Генератор зі змішаним збудженням

У генератора зі змішаним збудженням основною обмоткою є паралельна обмотка збудження ОЗШ, а послідовна обмотка (серієсна) ОЗС є допоміжною (рис. 9.13, а).

Послідовна обмотка збудження ОЗС може бути ввімкнена згідно або зустрічно паралельній обмотці збудження ОЗШ. У разі згідного увімкнення обмоток ОЗС та ОЗШ – магнітні поля додаються, а в разі зустрічного увімкнення цих обмоток – поля віднімаються.

У генератора зі змішаним збудженням характеристика НХ така ж сама, як у попередніх генераторів.

*Зовнішня характеристика:*  $U(I)$  знімається за умови  $R_p = \text{const}$ ;  $n = \text{const}$  (рис. 9.13, б). Якщо послідовну обмотку ОЗС приєднати згідно, то у разі збільшення навантаження результуючий магнітний потік генератора буде зростати (крива 1 на рис. 9.13, б).

Послідовну обмотку ОЗС підбирають так, щоб збільшення потоку на величину  $\Phi_{\text{дод}}$  компенсувало би падіння напруги в якорі генератора, а також і реакцію якоря:

$$U = c_E (\Phi + \Phi_{\text{дод}}) n - I_a \cdot R_a. \quad (9.23)$$

Кількість витків послідовної обмотки підбирають так, щоб номінальна напруга генератора дорівнювала напрузі НХ.

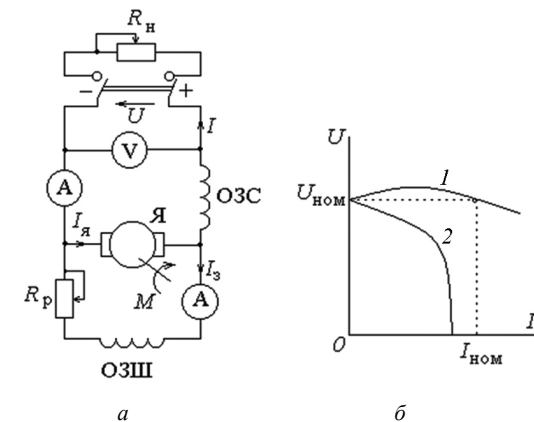


Рис. 9.13. Генератор зі змішаним збудженням:

а – схема; б – зовнішня характеристика генератора

Якщо серієсну обмотку ОЗС приєднати зустрічно, то у разі збільшення навантаження також збільшується потік цієї обмотки  $\Phi_{\text{дод}}$  і результуючий магнітний потік буде різко зменшуватись, розмагнічуючи машину (крива 2 на рис. 9.13, б). Це призведе до швидкого зменшення напруги генератора від струму навантаження.

Генератор зі змішаним збудженням і зустрічною послідовною обмоткою ОЗС застосовують, наприклад, у зварювальних генераторах. Постійність струму забезпечується у разі коливань довжини дуги, що необхідно для високоякісного зварювання.

## 9.7. Застосування генераторів на бронетанковому озброєнні та техніці

Більшість генераторів, які забезпечують енергією споживачів бортових мереж зразків БТОТ, є генераторами постійного струму, що мають паралельне збудження системи.

Вибір саме цієї схеми в генераторі постійного струму обумовлено тим, що вона може забезпечити:

- самозбудження генератора за наявності остаточного магнетизму в полюсах збудження, що є важливою умовою для бронетанкової техніки, тому що така наявність додаткової системи пуску стислим повітрям надає можливість функціонування зразка без акумуляторних батарей взагалі;
- положу регульовальну характеристику, що спрощує підтримання вихідної напруги у заданих межах у випадку різких змін струму навантаження й обертів якоря генератора;
- круто спадну зовнішню характеристику генератора, що попереджує вихід із ладу генератора у випадку його перевантаження, крім того на БРЕМ-1 це дозволяє використовувати генератор живлення бортової мережі як зварювальний генератор.

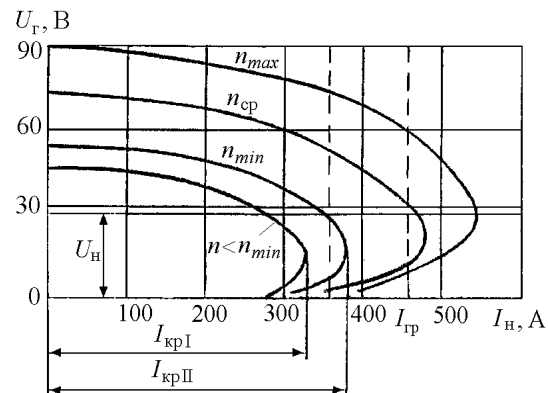


Рис. 9.14. Зовнішні характеристики генератора СГ-10-1С

Так на рис. 9.14 показані зовнішні характеристики генератора СГ-10-1С.

На рис. 9.14 фізичними величинами є:

$U_{\Gamma}$  – напруга генератора;  $I_{\text{н}}$  – струм навантаження;  $U_{\text{н}}$  – номінальна напруга живлення (28 В);

$I_{\text{кр-I}}$  – критичне значення струму у разі обертів якоря менших, ніж  $n_{\text{min}}$ ;

$I_{\text{кр-II}}$  – критичне значення струму у разі обертів якоря  $n_{\text{min}}$ ;

$I_{\text{гр}}$  – граничний максимальний струм, що короточасне віддає генератор за умови  $U_{\text{н}}$  у режимі перевантаження.

На рис. 9.15. показано стартер-генератор постійного струму СГ-10-1С.

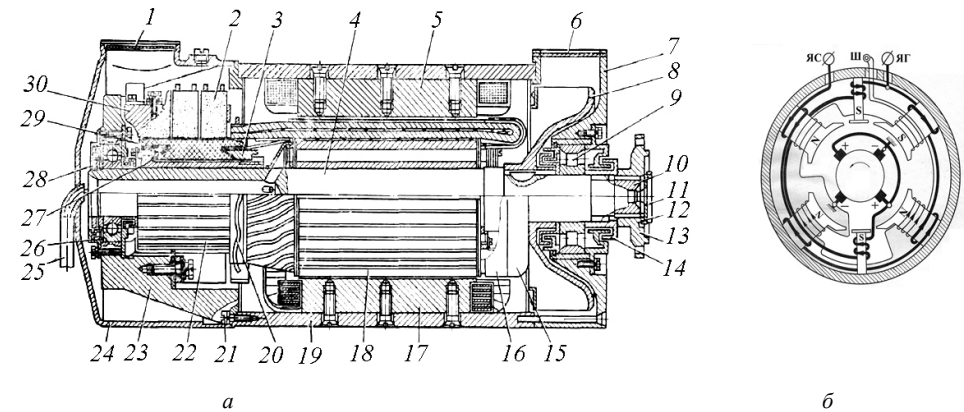


Рис. 9.15. Стартер-генератор СГ-10-1С:

а – поздовжній розріз; б – схема з'єднання обмоток збудження генератора; 1 і 6 – захисні сітки; 2 – щітка; 3 – наживне кільце; 4 – вал; 5 – основний полюс; 7 – кришка з боку приводу; 8 – вентилятор; 9 – роликпідшипник; 10 – хвостовик; 11 – болт; 12 – шайба замкова; 13 – ступиця генератора; 14 – лабіринт; 15 – кожух; 16 – кільце; 17 – додатковий полюс; 18 – якір; 19 – корпус; 20 – пружинне кільце; 21 – гвинт; 22 – колектор; 23 – кришка з боку колектора; 24 – захисний кожух; 25 – трубка; 26 – шарикопідшипник; 27 – втулка колектора; 28 – лабіринт; 29 – балансир; 30 – щікотримач

Характеристики генератора постійного струму паралельного збудження об'єктів БТОТ надані у табл. 9.1.

Таблиця 9.1

## Характеристики ГПС паралельного збудження БТОТ

Технічні дані	Марка генератора		
	СГ-10	СГ-18	ВГ-7500Н
Потужність, кВт	10	18	4,5
Номинальна напруга, В	28	28,5	28
Номинальний струм, А	360	630	160
Співвідношення частоти обертання якоря генератора до частоти обертання колінчатого вала (передв. число), $i$	1,905	1,905	2,53
Мінімальна частота обертання за номінального навантаження (у разі повної потужності) у гарячому стані, об/хв	3600	3600	3530
Максимальна частота обертів якоря, об/хв	6250	6250	7350
Струм збудження сумарний на холостому ході, А	4,6–5,6	10	0,9–8
Ступінь комутації за ГОСТ 183-55 (не більш)	1,5	1,5	1,5
Кількість полюсів: основних	4	6	6
додаєткових	2	3	3
Зовнішній діаметр, мм	215	215	166
Довжина, мм	470	480	386
Вага, кг	70	78	24,5
Питома потужність, Вт/кг	143	231	184
Марка реле-регулятора, яке працює у бортовій мережі	Р-10ПМУ	Р-15М-3С	РН-10
Марка зразка БТОТ, на якому встановлюється генератор	Т-72, БРЕМ-1	Т-64Б, Т-80УД, Т-84, “Булаг”, “Оплот”	БМП-1, БМП-2

## 9.8. Двигуни постійного струму

Двигуни постійного струму застосовують набагато ширше, ніж генератори. Під час роботи машини постійного струму в режимі двигуна до обмотки якоря та обмотки збудження підводиться постійний струм. У цьому разі на кожний провідник якоря діє сила (за законом Ампера), яка обумовлює електромагнітний момент  $M = c_M \Phi \cdot I_a$ , під дією якого якор починає обертатись. При цьому в обмотці якоря наводиться ЕРС  $E = c_E \Phi \cdot n$ , що направлена проти струму і яку називають проти-ЕРС. Рівняння електричної рівноваги для двигуна набуло такого вигляду:

$$U = E + I_a R_a.$$

Як виходить з наведених рівнянь, струм якоря визначається через гальмівний момент  $M_2$  із виразу:

$$I_a = \frac{M_2}{c_M \Phi}, \quad (9.25)$$

і через підведену напругу:

$$I_a = \frac{U - E}{R_a}. \quad (9.26)$$

Підставляючи значення проти-ЕРС двигуна у формулу (9.26) електричної рівноваги та замінюючи вираз ЕРС  $E$ , отримаємо:

$$U = c_E \Phi \cdot n + I_a R_a, \quad (9.27)$$

звідки знаходимо вираз для швидкості обертання ротора двигуна:

$$n = \frac{U - I_a R_a}{c_E \Phi}. \quad (9.28)$$

Під час роботи двигуна розрізняють такі моменти:

- 1) електромагнітний  $M_{em}$ , що розвиває двигун;
- 2) гальмівний  $M_r$ , що створює робочий механізм; цей момент вмикає і гальмівний момент самого двигуна.

За рівності моментів  $M_{\text{ем}} = M_{\Gamma}$  оберти двигуна незмінні  $n = \text{const}$ . Під час зменшення гальмівного моменту, тобто коли  $M_{\text{ем}} > M_{\Gamma}$  оберти двигуна  $n$  зростають. У разі зростання гальмівного моменту, тобто коли  $M_{\text{ем}} < M_{\Gamma}$  оберти двигуна  $n$  зменшуються.

*Принцип саморегулювання* двигуна постійного струму полягає в тому, що двигун буде утворювати електромагнітний момент  $M_{\text{ем}}$  такої величини, щоб компенсувати гальмівний момент  $M_{\Gamma}$ . Дійсно, припустимо, що рівність гальмівного та електромагнітного моментів у стійкому стані була  $M_{\text{ем}} = M_{\Gamma}$ , але потім гальмівний момент зріс, тобто він на певний час став більшим за електромагнітний  $M_{\Gamma} > M_{\text{ем}}$ . У такому випадку знизиться швидкість обертання якоря, що призведе до зменшення ЕРС. При цьому струм якоря збільшиться, що призведе до підвищення електромагнітного моменту.

Цей процес можна продемонструвати такою логічною схемою:

$$n \downarrow \Rightarrow E \downarrow (E = c_E \Phi n) \Rightarrow I_{\text{я}} \uparrow \left( I_{\text{я}} = \frac{U - E}{R_{\text{я}}} \right) \Rightarrow M_{\text{ем}} \uparrow (M_{\text{ем}} = c_M \Phi I_{\text{я}}).$$

Процес змінення параметрів буде відбуватись до тих пір, поки знову не настане рівність моментів, тобто коли електромагнітний момент не компенсує гальмівний, але при цьому швидкість двигуна буде нижче, ніж до зростання гальмівного моменту.

## 9.9. Пуск у хід та регулювання обертів двигуна постійного струму

Під час запуску двигуна постійного струму в хід виникає значний пусковий струм. Дійсно, оскільки струм якоря визначається залежністю  $I_{\text{я}} = \frac{U - E}{R_{\text{я}}}$ , то у момент запуску, коли оберти відсутні  $n = 0$ , відсутня і ЕРС  $E = c_E \Phi \cdot n = 0$ . За таких умов пусковий струм двигуна визначається тільки напругою джерела та опором якорного кола:

$$I_{\text{яп}} = \frac{U}{R_{\text{я}}}. \quad (9.29)$$

Оскільки опір якорного кола  $R_{\text{я}}$  дуже малий (долі Ома), то пусковий струм може перевищувати номінальний у 10...30 разів.

### 9.9.1. Способи пуску двигуна постійного струму

*Прямий пуск*, за якого двигун напряму під'єднується до джерела. При цьому можуть виникати: проблеми для мережі живлення; круговий вогонь на колекторі; великий поштовх моменту на робочий механізм, що може призвести до пошкодження вала. Цей спосіб застосовують для малопотужних двигунів (до 1 кВт) з великим опором якорного кола.

*Реостатний пуск*. Спосіб реалізується за допомогою пускового реостата у колі якоря. Опір реостата  $R_{\text{п}}$  підбирають так, щоб пусковий струм не перевищував номінальний у 1,5 – 2,0 рази.

В цьому разі пусковий струм в якорі визначається залежністю за формулою:

$$I_{\text{яп}} = \frac{U}{R_{\text{я}} + R_{\text{п}}}. \quad (9.30)$$

У міру розгону двигуна до номінальної частоти обертання проти-ЕРС збільшується, а струм зменшується і пусковий реостат повільно та повністю виводиться. Зазначимо, що пускові реостати розраховуються на короткочасне вмикання.

*Пуск за зниженої напруги*. Як виходить з формули (9.29) величину пускового струму можна знизити шляхом зменшення напруги під час пуску. Для цього способу необхідне джерело регульованої напруги, яким є генератор постійного струму. Таким чином, система “генератор-двигун” використовується під час цього способу.

### 9.9.2. Способи регулювання частоти обертання двигуна постійного струму

З формули (9.28) виходить, що частоту обертання двигуна постійного струму можна регулювати декількома способами:

– *зміненням напруги*. Цей спосіб широко застосовують у пристроях “генератор-двигун”, де двигун живиться від спеціального генератора. Регулюючи струм

збудження генератора, змінюють напругу, яка підводиться до двигуна. У разі зменшення напруги  $U$  частота обертання  $n$  також зменшується;

– реостатним регулюванням. Стосовно цього способу послідовно до кола якоря двигуна постійного струму вмикають регулювальний реостат  $R_{ря}$ , який впливає на струм в обмотці якоря.

При цьому формула (9.28) змінюється і оберти двигуна постійного струму відтепер будуть визначатися залежністю:

$$n = \frac{U - I_{я}(R_{я} + R_{ря})}{c_E \Phi}. \quad (9.31)$$

У разі збільшення опору реостата  $R_{ря}$  чисельник формули (9.31) зменшується й оберти знижуються. Однак цей спосіб є неекономічним, оскільки на регулювальному реостаті виділяються великі теплові втрати  $I_{я}^2 R_{ря}$ , спричинені великим струмом  $I_{я}$ . Ці втрати можна порівняти з потужністю двигуна;

– змінням магнітного потоку  $\Phi$ . Змінення магнітного потоку здійснюється введенням регулювального реостата  $R_{рз}$  послідовно до кола обмотки збудження, яка розташована на основних полюсах двигуна.

Змінюючи за допомогою регулювального реостата  $R_{рз}$  незначний струм збудження ( $I_3 \approx (3...5)\% I_{я}$ ) двигуна постійного струму, змінюємо й основний магнітний потік  $\Phi$ . Таким чином, у разі збільшення опору цього реостата зменшується струм збудження та створюваний ним магнітний потік, і, як виходить з формули (9.28), оберти ротора двигуна збільшуються:

$$R_{рз} \uparrow \Rightarrow I_3 \downarrow \Rightarrow \Phi \downarrow \Rightarrow n \uparrow.$$

Це основний спосіб регулювання частоти обертання двигуна постійного струму.

Але за значного зменшення струму збудження оберти сильно зростають, і механічно двигун може пошкодитись. Тому його забезпечують автоматичним захистом, який вимикає двигун від мережі постійної напруги за сильного зменшення струму збудження.

## 9.10. Робочі характеристики двигунів постійного струму

Властивості та характеристики двигунів постійного струму суттєво залежать від способу їх збудження. На практиці застосовують двигуни з паралельним (незалежним), послідовним і змішаним збудженням. Їх характеристики суттєво відрізняються.

### 9.10.1. Двигун із паралельним збудженням

У двигуні з паралельним збудженням (рис. 9.16, а) зі збільшенням корисної потужності на валу  $P_2$  струм збудження  $I_3$  не змінюється, якщо не враховувати реакцію якоря. Магнітний потік  $\Phi$  при цьому залишається незмінним.

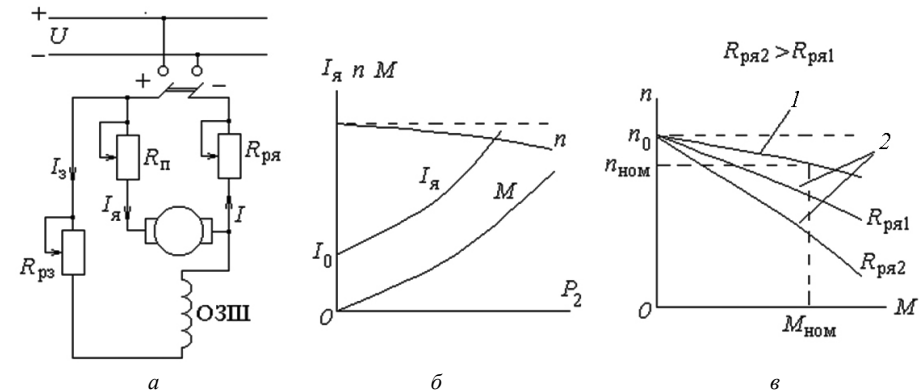


Рис. 9.16. Двигун з паралельним збудженням:

а – схема; б – електромеханічні; в – механічні характеристики;

двигуна постійного струму з паралельним збудженням;

1 – природна механічна характеристика; 2 – штучна механічна характеристика

Ураховуючи залежність електромагнітного моменту:

$$M_{ем} = c_M \Phi I_{я} = k_1 I_{я}, \quad (9.32)$$

можна дійти висновку, що електромагнітний момент двигунів паралельного і незалежного збудження (до насичення магнітопровода) пропорційний струму якоря  $I_{я}$  (рис. 9.16, б).



На графіках зображений струм неробочого ходу  $I_0$ . Оскільки  $I_{\text{я}} \sim P_2$ , то зі зростанням навантаження зростає й струм якоря. Враховуючи залежність  $M = \frac{P_2}{\omega}$ , отримуємо графічну залежність моменту  $M$  від навантаження  $P_2$  і кутової частоти обертання  $\omega$ .

Механічна характеристика  $n(M)$  за  $I_3 = \text{const}$ . Формула (9.28) набуває такого вигляду:

$$n = \frac{U - I_{\text{я}} R_{\text{я}}}{c_E \Phi} = \frac{U}{c_E \Phi} - \frac{I_{\text{я}} R_{\text{я}}}{c_E \Phi} = n_0 - \frac{I_{\text{я}} R_{\text{я}}}{c_E \Phi}, \quad (9.33)$$

де  $n_0 = \frac{U}{c_E \Phi}$  – частота обертання в режимі НХ (без навантаження).

Із виразу моменту  $M = c_M \Phi \cdot I_{\text{я}}$ , визначаємо струм якоря:

$$I_{\text{я}} = \frac{M}{c_M \Phi}.$$

Після заміни  $I_{\text{я}}$  у (9.33) його правою частиною отримуємо рівняння природної механічної характеристики двигуна (крива 1 на рис. 9.16,в):

$$n = n_0 - \frac{M \cdot R_{\text{я}}}{c_E c_M \Phi^2}. \quad (9.34)$$

У разі введення опору  $R_{\text{ря}}$  у якірне коло отримуємо штучні механічні характеристики (криві 2 на рис. 9.16,в):

$$n = n_0 - \frac{M(R_{\text{я}} + R_{\text{ря}})}{c_E c_M \Phi^2}. \quad (9.35)$$

Природна механічна характеристика цього двигуна постійного струму жорстка: у випадку змінення навантаження частота обертання змінюється мало. За номінального навантаження зміна частоти обертання становить 5...10 % від  $n_0$ .

### 9.10.2. Двигун із послідовним збудженням

Особливістю двигуна постійного струму з послідовним збудженням (рис. 9.17, а) є те, що струм якоря дорівнює струму збудження  $I_{\text{я}} = I_3$ .

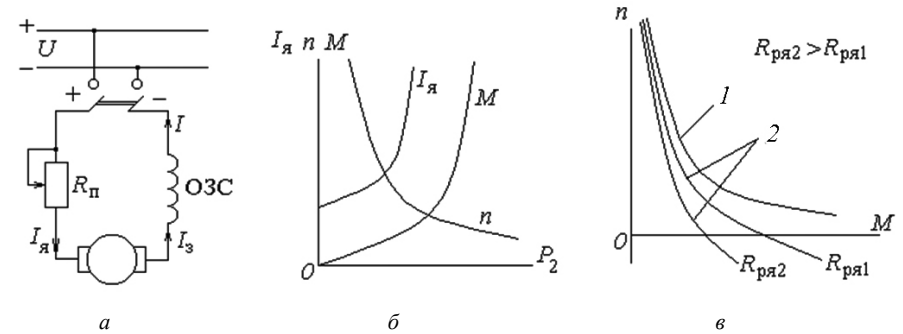


Рис. 9.17. Двигун із послідовним збудженням:

а – схема; б – електромеханічні, в – механічні характеристики двигуна постійного струму з послідовним збудженням

Таким чином, у разі змінення навантаження струм збудження не може залишатись постійним. Тобто змінення навантаження призводить до змінення магнітного потоку. Коли магнітна система машини ненасичена, то магнітний потік пропорційний струму якоря  $\Phi \sim I_3 = I_{\text{я}}$ , тобто:

$$\Phi = k_{\Phi} I_{\text{я}}. \quad (9.36)$$

Після підставлення (9.36) у вираз моменту  $M = c_M \Phi \cdot I_{\text{я}}$ , отримуємо таку залежність:

$$M = c_M k_{\Phi} \cdot I_{\text{я}}^2. \quad (9.37)$$

Цей двигун здатен утворювати великі моменти та витримувати значні перевантаження (рис. 9.17, б). Оскільки зі зростанням навантаження зростає струм якоря  $I_{\text{я}}$  та магнітний потік, то оберти сильно змінюються у широкому діапазоні.

Механічна характеристика  $n(M)$ .

З формули  $M = c_M k_\Phi \cdot I_\alpha^2$ , отримуємо струм якоря:

$$I_\alpha = \sqrt{\frac{M}{c_M k_\Phi}}. \quad (9.38)$$

Оскільки магнітний потік пропорційний струму якоря  $\Phi = k_\Phi I_\alpha$ , то:

$$\Phi = k_\Phi \sqrt{\frac{M}{c_M k_\Phi}} = \sqrt{\frac{M \cdot k_\Phi}{c_M}}. \quad (9.39)$$

Підставляючи у вихідну формулу (9.28) для обертів формули (9.36) і (9.39), отримуємо природню механічну характеристику (крива 1 на рис. 9.17, в):

$$n = \frac{U - I_\alpha R_\alpha}{c_E \Phi} = \frac{U}{c_E \sqrt{\frac{M k_\Phi}{c_M}}} - \frac{I_\alpha R_\alpha}{c_E k_\Phi I_\alpha} = \frac{U}{c_E \sqrt{\frac{M k_\Phi}{c_M}}} - \frac{R_\alpha}{c_E k_\Phi} = \frac{A}{\sqrt{M}} - B, \quad (9.40)$$

де  $A$  і  $B$  – постійні величини.

Формула (9.40) – це рівняння гіперболи. Тобто, частота обертання двигуна з послідовним збудженням, зменшується за законом близьким до гіперболічного зі збільшенням електромагнітного моменту. Уповільнення спаду природної механічної характеристики в нижній частині обумовлено магнітним насиченням магнітопроводу і падінням напруги на якорі.

Регулювання частоти обертання двигуна за допомогою пускорегулювального реостата  $R_{\text{ря}}$  хоч і застосовується, але неекономічне, тому що пов'язано зі значними втратами енергії. Штучні механічні характеристики двигуна зображено на рис. 9.17, в.

Але під час зменшення навантаження на валу двигуна різко зростає частота обертання. Теоретично – до нескінченності. Двигун “іде у рознос”. Холостий хід для цього типу двигунів постійного струму неприпустимий. Тому двигун із послідовним збудженням має бути жорстко з'єднаний із робочим механізмом за допомогою зубчатої передачі, муфти та ін., а не малонадійної ремінної передачі.

Двигуни послідовного збудження широко застосовуються на електротранспорті (тягові двигуни), а також у підйомних установках (кранові двигуни), де потрібен великий обертовий момент, особливо у разі пуску.

### 9.10.3. Двигун зі змішаним збудженням

У двигуна зі змішаним збудженням (рис. 9.18, а) основною є паралельна обмотка збудження – шунтова обмотка ОЗШ, а послідовна (серієсна) обмотка ОЗС є допоміжною.

Послідовна обмотка може вмикатися узгоджено або зустрічно відносно паралельної, тобто її магнітний потік додається або віднімається від потоку основної паралельної обмотки. У разі зустрічного вмикання – потоки віднімаються і механічна характеристика “більш жорстка”, ніж у двигуна з паралельним збудженням (крива 1 на рис. 9.18, б), тобто частота обертання майже не змінюється від навантаження.

У разі узгодженого вмикання потоки додаються і двигун має властивості як двигуна з паралельним, так і двигуна з послідовним збудженням (крива 2 на рис. 9.18, б). Але за малих навантажень та навіть у разі неробочого ходу такий двигун має обмежену частоту обертання.

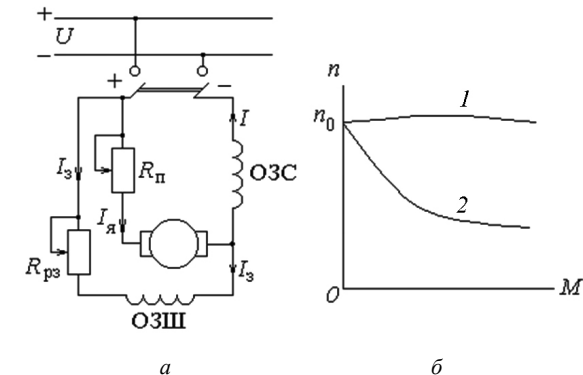


Рис. 9.18. Двигун зі змішаним збудженням:

а – схема, б – механічні характеристики двигуна зі змішаним збудженням

Двигуни змішаного збудження застосовуються в установках, де потрібен великий пусковий момент і робота за малих моментів навантаження з можливістю регулювання частоти обертання в широких межах, наприклад, у приводах насосів, компресорів, станків та в електротязі.

### 9.11. Застосування двигунів на бронетанковому озброєнні та техніці

На зразках бронетанкової техніки застосовується значна номенклатура електричних двигунів постійного струму (див. табл. 9.2).

Як правило, це електродвигуни постійного струму з послідовним або зі змішаним збудженням.

Вибір типу збудження цих електродвигунів обумовлюється тим, що електродвигуни постійного струму застосовуються у складі приводів насосів, які нагнітають паливо, воду, повітря та мастило, а також працюють як приводи різноманітних механізмів, наприклад у електромашинному приводі повороту башти обертовий момент виконавчого двигуна передається до башти через механізм повороту башти.

Умови роботи у таких системах потребують значних крутних моментів і жорсткої механічної характеристики.

Вітчизняні й закордонні заводи на цей час випускають багато різноманітних типів машин постійного струму як загальнопромислового, так і спеціалізованого призначення (рис. 9.19).

Двигун постійного струму КПК-562У2 з незалежним збудженням (рис. 9.19, а), як правило, використовується для приводів зварювальних автоматів, напівавтоматів та інших механізмів. Його потужність 60 Вт, напруга якоря та збудження – 48 В, струм якоря 2,1 А, струм збудження 0,2 А, ККД – 54 %. Двигун забезпечує частоту обертання 5000 об/хв.

Малоінерційний двигун постійного струму ДПУ 240-1100 незалежного збудження з плоским якорем та високою швидкістю (рис. 9.19, б) в основному призначений для приводів мехатронних модулів, станків із ЧПУ та промислових роботів. Його потужність 1,1 кВт, напруга живлення 122 В, струм, який споживається, дорівнює 11 А. За маси 15 кг він забезпечує номінальний момент 3,5 Н·м і частоту обертання 3000 об/хв.

Двигун постійного струму МВ-42 послідовного збудження (рис. 9.19, в), призначений для привода вентилятора. Його потужність 175 Вт, напруга живлення 27 В постійного або змінного струму. За маси 4,7 кг він забезпечує номінальний момент 0,48 Н·м і частоту обертання 3500 об/хв.

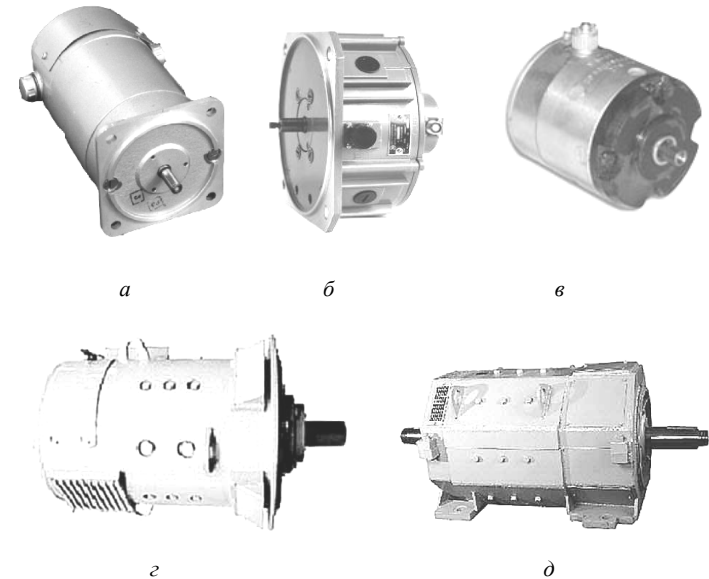


Рис. 9.19. Загальний вигляд двигунів постійного струму:

а – КПК-562У2; б – ДПУ 240-1100; в – МВ-42;  
г – ДПБ 80; д – ДПЕ 200-2

Двигун постійного струму ДПБ 80 (рис. 9.19, г) незалежного збудження потужністю 80 кВт. Він живиться від напруги 400 В і споживає струм 220 А. За маси 925 кг він обертається з частотою 1650 об/хв і забезпечує номінальний момент 520 Н·м, а максимальний 1127 Н·м. Двигун постійного струму ДПЕ 200-2 (рис. 9.19, д) незалежного збудження потужністю 200 кВт. За напруги живлення 440 В споживає струм 490 А, маса 2885 кг, частота обертання 1600 об/хв.

Таблиця 9.2

## Характеристики електродвигунів БТОТ

Тип електродвигуна	Технічні параметри					Застосування
	струм, який споживається, не більш, А	номінальна потужність, Вт	ввімкнення обмоток збудження	швидкість обертання якоря, об/хв.	напрямок обертання якоря (з боку приводу)	
1	2	3	4	5	6	7
МВ-42	18	175	послідовне	3500	праве	привід насосного вузла обігрівача, вентилятор обігрівача бойового відділення (Т-64, Т-72, Т-80), вентилятор витoku повітря (Т-64)
МВП-2, МВП-2А	23,5	300	змішане	3400	праве	привід насоса, що відкачує воду (помпа) (Т-64, Т-72, Т-80, БТР-80)
МБП-3Н, МБП-3А	10	150	послідовне	7800	праве	привід насоса додаткового прокачування охолоджувальної рідини, вентилятора витoku башти та підігрівача (БМП-1, БМП-2)
ПД ЕМП	145	4000	паралельне	6000	—	привід якоря генератора ЕМП
МН-1	40	500	послідовне	3100	праве	привід насоса МЗН (Т-64, Т-72, Т-80)

Закінчення таблиці 9.2

1	2	3	4	5	6	7
МВ-67	50	800	змішане	7000	ліве	привід нагнітача повітря ФВУ (Т-64, Т-72, Т-80, БТР-80)
ЕД-25	40	1100	змішане	—	праве	привід повітря нагнітача ФВУ (БМП-1, БМП-2)
Д-100	5,8	150	послідовне	5800	праве	у насосі БЦН (Т-64, Т-72, Т-80)
Д-55	4	55	послідовне	4500	праве	у вентиляторі витoku повітря та обігрівача десантного відділення (БМП-1, БМП-2)
ЕДМ-16У	18	1500	пост. магн.	2200	реверс	ВД МПБ Т-64Б
МІ2 ІМ	45	1000	змішане	3000	—	привід насоса УЖ приводу гармати
МЭ252	8	180	послідовне	—	—	передпускового підігрівача (БТР-80)
МЭ212-Г	8	25	послідовне	—	—	привід кришок повітря притоку і витoku повітря (БТР-80)
МЭ247-А	2,1	25	послідовне	—	—	вентиляторів системи опалювання, системи мащення й охолодження роздавальної коробки (БТР-80)

Сумісне використання двигуна та генератора постійного струму, наприклад, може застосовуватися у електромашинному підсилювачі в приводі повороту башти танка.

## 9.12. Електромашинний підсилювач

Електромашинний підсилювач (ЕМП) – є двомашинним агрегатом, який призначається для підсилення потужності сигналу керування (збудження), що подається на обмотку збудження його генератора, за рахунок механічної енергії привідного електродвигуна. Електрична схема ЕМП надана на рис. 9.20.

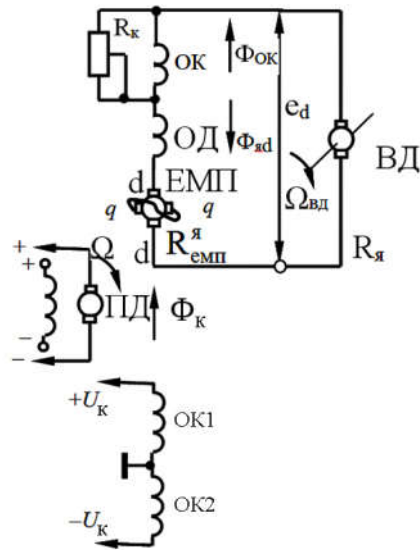


Рис. 9.20. Електромашинний підсилювач із поперечним полем:

ЕМП – електромашинний підсилювач; ВД – виконавчий двигун;  
ОК – обмотка компенсації; ОД – обмотка додаткова;  
ОК1, ОК2 – обмотки керування; ПД – привідний двигун якоря генератора ЕМП

Якір привідного двигуна і якір генератора змонтовані на спільному валу та в одному корпусі. Привідний електродвигун отримує живлення від борт мережі 27 В. У стабілізаторі башти танка застосовується ЕМП типу ЕМП-12ПМ як силовий підсилювач електромашинного приводу повороту башти.

Такий електромашинний підсилювач є генератором постійного струму з двома парами щіток на колекторі (одна пара щіток розташована на поперечній осі  $q-q$ , а друга пара щіток розташована на поздовжній осі  $d-d$ ).

Принцип роботи ЕМП відображує логічна схема такого вигляду:

$$U_k \rightarrow i_k \rightarrow \Phi_k \rightarrow e_d \rightarrow i_q \rightarrow e_q \rightarrow \Phi_q \rightarrow e_d$$

У разі подавання на обмотки керування ОК1 або ОК2 сигналу керування  $U_k$  по обмотках проходить незначний струм керування  $i_k$ , який формує магнітний потік керування  $\Phi_k$ , спрямований уздовж осі  $d-d$ . Обертання якоря ЕМП у магнітному потоці керування призводить до наведення у поперечному колі  $q-q$  електрорушійної сили  $e_q$ .

Оскільки коло поперечних щіток є замкненим, то обмоткою якоря проходить доволі значний струм  $i_q$ , що формує магнітний потік  $\Phi_q$ . Останній спрямований уздовж осі  $q-q$ .

Унаслідок обертання якоря у магнітному потоці  $\Phi_q$ , на поздовжніх щітках  $d-d$  наводиться ЕРС  $e_d$ . Таким чином, вхідним сигналом керування  $U_k$  ЕМП, який потрапляє в обмотку збудження генератора ЕМП з електронного підсилювача блока керування БК-К1 слід вважати напругу керування, а вихідним – ЕРС  $e_d$  на поздовжніх щітках  $d-d$ .

**Привідний двигун ЕМП** – є чотириполюсною електричною машиною постійного струму паралельного збудження. Електродвигун забезпечує обертання вала генератора з частотою  $6000 \pm 60$  об/хв та за номінальної напруги мережі  $27^{+2}_{-3}$  В споживає струм 150 А. В пусковому режимі електромашинного підсилювача пусковий струм привідного двигуна може досягати значення  $I_{\text{пуск}} = (10-30) I_{\text{ном}}$ .

З метою зменшення пускового струму  $I_{\text{пуск}}$  до припустимого значення  $(2-3) I_{\text{ном}}$  застосовується схема двоступеневого пуску, елементна база якої змонтована в релейній коробці К2.

### Генератор ЕМП з поперечним полем (рис. 9.21).

ОК забезпечує компенсацію розмагнічувальної дії реакції якоря. Необхідний ступінь компенсації встановлюється резистором  $R_k$  (рис. 9.21). Обмотка, що підмагнічує (ПО), поліпшує комутацію поперечного кола. Наявність каскаду з двох ступенів підсилювання  $E_q$  та  $E_d$  підвищує загальний коефіцієнт підсилення до 10 000. За напруги 115 В струм якоря може досягати 17,4 А, а потужність генератора при цьому складає 2 кВт. Коефіцієнт корисної дії ЕМП становить не менш 49 %. У танку ЕМП установлений у лівій передній частині корпусу між бойовим відділенням і відділенням керування.

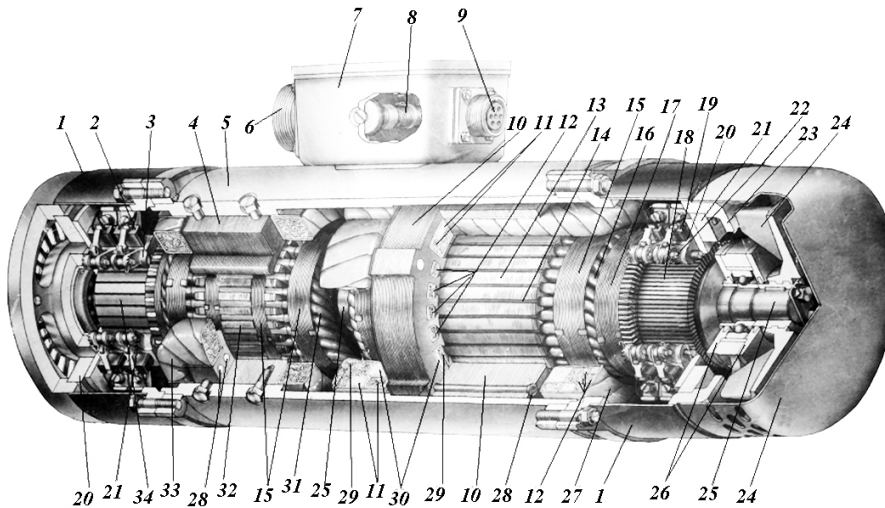


Рис. 9.21. Електромашинний підсилювач ЕМП-12 ПМБ

1 – захисна стрічка; 2 – щітка електродвигуна; 3 – щіткотримач електродвигуна; 4 – полюс електродвигуна; 5 – корпус; 6,9 – штепсельне рознімання; 7 – бортова коробка; 8 – компенсаційний опір; 10 – статор генератора; 11 – обмотки керування генератора; 12 – компенсаційна обмотка генератора; 13 – якор генератора; 14 – пазовий клин; 15 – бандаж; 16 – обмотка якоря генератора; 17 – колектор генератора; 18 – щітка генератора; 19 – щіткотримач; 20 – траверса; 21 – палець щіткотримача; 22 – кришка генератора з боку колектору; 23 – вентилятор; 24 – кожух; 25 – вал; 26 – фланці із сальниками; 27 – ізоляція обмоток генератора; 28 – заклепка статора; 29 – поперечна обмотка; 30 – обмотка додаткових полюсів; 31 – обмотка якоря електродвигуна; 32 – якор електродвигуна; 33 – обмотка збудження електродвигуна; 34 – колектор якоря електродвигуна.

### 9.13. Приклади розрахунку параметрів і характеристик

#### двигунів постійного струму

Приклад 1. Двигун з паралельним збудженням має такі дані: номінальну потужність  $P_{2\text{ном}} = 20$  кВт; номінальну напругу  $U_{\text{ном}} = 220$  В; номінальну частоту обертання  $n_{\text{ном}} = 500$  об/хв; номінальний ККД  $\eta_{\text{ном}} = 0,8$ ; опір обмотки якоря  $R_a = 0,08$  Ом; опір обмотки збудження  $R_{зб} = 32$  Ом.

1. Для номінального режиму визначити потужність  $P_{1\text{ном}}$  і струм  $I_{1\text{ном}}$ , що споживаються двигуном із мережі; струм обмотки збудження  $I_{зб\text{ном}}$ ; струм якоря  $I_{а\text{ном}}$ ; номінальну електромагнітну потужність  $P_{\text{емном}}$ ; ЕРС  $E_{\text{ном}}$ ; номінальні обертальний  $M_{\text{ном}}$  і корисний  $M_{2\text{ном}}$  механічні моменти; сумарні втрати в двигуні  $\Delta P_{\text{ном}}$ .

Вказівка. При розрахунку реакцією якоря знехтувати.

2. Побудувати механічні характеристики  $n(M)$  при  $U_{\text{ном}}$ : природну; штучну, якщо в коло якоря введений регулювальний реостат з опором  $R_p = 0,18$  Ом.

Розв'язання.

1. Для номінального режиму:

$$P_{1\text{ном}} = \frac{P_{2\text{ном}}}{\eta_{\text{ном}}} = \frac{20}{0,8} = 0,25 \text{ кВт}; \quad I_{1\text{ном}} = \frac{P_{1\text{ном}}}{U_{\text{ном}}} = \frac{25 \cdot 10^3}{220} = 113,6 \text{ А};$$

$$I_{зб\text{ном}} = \frac{U_{\text{ном}}}{R_{зб}} = \frac{220}{32} = 6,9 \text{ А}; \quad I_{а\text{ном}} = I_{1\text{ном}} - I_{зб\text{ном}} = 113,6 - 6,9 = 106,7 \text{ А};$$

$$E_{\text{ном}} = U_{\text{ном}} - I_{а\text{ном}} R_a = 220 - 106,7 \cdot 0,08 = 211,5 \text{ В};$$

$$P_{\text{емном}} = E_{\text{ном}} I_{а\text{ном}} = 211,5 \cdot 106,7 = 22570 \text{ Вт} = 22,57 \text{ кВт};$$

$$M_{\text{ном}} = 9,55 \frac{P_{\text{емном}}}{n_{\text{ном}}} = 9,55 \frac{22570}{500} = 431 \text{ Н м};$$

$$M_{2\text{ном}} = 9,55 \frac{P_{2\text{ном}}}{n_{\text{ном}}} = 9,55 \frac{20 \cdot 10^3}{500} = 382 \text{ Н м};$$

$$\Delta P_{\text{ном}} = P_{1\text{ном}} - P_{2\text{ном}} = 25 - 20 = 5 \text{ кВт}.$$

2. Механічна характеристика  $n(M)$  при  $U_{\text{ном}}$  представляє собою пряму (рис. 9.22) з наступними координатами:  $M = 0$ ;  $n = n_0 = U_{\text{ном}} / C_E \Phi_{\text{ном}}$  (точка  $A$ ) і  $n = n_{\text{ном}} = 500$  об/хв.;  $M_{\text{ном}} = 431$  Н·м (точка  $B$ ).

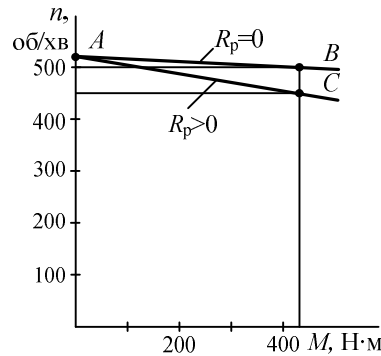


Рисунок 9.22 Механічні характеристики двигуна постійного струму з паралельним збудженням

Так як частота обертання якоря при номінальному навантаженні  $n_{\text{ном}} = E_{\text{ном}} / C_E \Phi_{\text{ном}}$ , а частота  $n_0 = U_{\text{ном}} / C_E \Phi_{\text{ном}}$ , то:

$$n_0 = n_{\text{ном}} \frac{U_{\text{ном}}}{E_{\text{ном}}} = 500 \frac{220}{211,5} = 520 \text{ об/хв.}$$

Штучна характеристика  $n(M)$  при  $U_{\text{ном}}$  і  $R_p = 0,18$  Ом (рис. 9.22) проходить через точки  $A$  (координати:  $n_0 = 520$  об/хв;  $M = 0$ ) і  $C$  (координати:  $n'$  і  $M_{\text{ном}}$ ).

Ордината точки  $C$ :

$$n' = \frac{U_{\text{ном}} - I_{\text{аном}}(R_a + R_p)}{E_{\text{ном}}} n_{\text{ном}} = \frac{220 - 113,6 \cdot (0,08 + 0,18)}{211,5} \cdot 500 = 450 \text{ об/хв.}$$

Приклад 2. Двигун постійного струму з послідовним збудженням має наступні номінальні дані: потужність на валу  $P_{2\text{ном}} = 7,5$  кВт; напругу  $U_{\text{ном}} = 110$  В; частоту обертання  $n_{\text{ном}} = 500$  об/хв; ККД  $\eta_{\text{ном}} = 0,798$ ; опір якорного кола з урахуванням обмотки збудження  $R_a = 0,16$  Ом. Характеристика намагнічування  $\Phi(I)$  у відносних

одиницях показана на рис. 9.23, де  $k_I = I / I_{\text{ном}}$  – кратність струму;  $k_\Phi = \Phi / \Phi_{\text{ном}}$  – кратність магнітного потоку.

1. Для номінального режиму роботи визначити потужність  $P_{1\text{ном}}$ , що споживається двигуном із мережі; втрати потужності  $\Delta P_{\text{ном}}$ ; струм  $I_{\text{ном}}$ ; ЕРС  $E_{\text{ном}}$ ; електромагнітну потужність  $P_{\text{ем ном}}$ ; обертальний момент  $M_{\text{ном}}$ ; корисний момент на валу двигуна  $M_{2\text{ном}}$ .

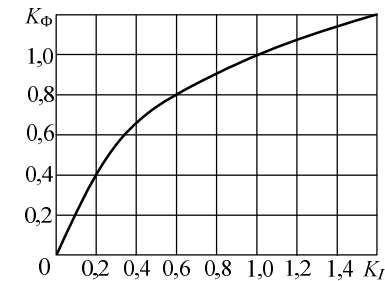


Рисунок 9.23 Характеристика намагнічування

Вказівка. При розрахунку реакцією якоря знехтувати.

2. Побудувати механічні характеристики двигуна  $n(M)$  при  $U_{\text{ном}}$  природну та штучну, якщо в колі якоря  $R_p = 0,224$  Ом.

Розв'язання. Для номінального режиму:

$$P_{1\text{ном}} = \frac{P_{2\text{ном}}}{\eta_{\text{ном}}} = \frac{7,5}{0,798} = 9,4 \text{ кВт};$$

$$\Delta P_{\text{ном}} = P_{1\text{ном}} - P_{2\text{ном}} = 9,4 - 7,5 = 1,9 \text{ кВт}; \quad I_{\text{ном}} = \frac{P_{1\text{ном}}}{U_{\text{ном}}} = \frac{9,4 \cdot 10^3}{110} = 85,5 \text{ А};$$

$$E_{\text{ном}} = U_{\text{ном}} - I_{\text{ном}} R_a = 1120 - 85,5 \cdot 0,16 = 96,5 \text{ В};$$

$$P_{\text{ем ном}} = E_{\text{ном}} I_{\text{ном}} = 96,5 \cdot 85,5 = 8250 \text{ Вт}; \quad M_{\text{ном}} = 9,55 \frac{P_{\text{ем ном}}}{n_{\text{ном}}} = 9,55 \frac{8250}{500} = 157,6 \text{ Н м};$$

$$M_{2\text{ном}} = 9,55 \frac{P_{2\text{ном}}}{n_{\text{ном}}} = 9,55 \frac{7,5 \cdot 10^3}{500} = 143 \text{ Н м}.$$

2. Для побудови природної характеристики  $n(M)$  при  $U = U_{\text{ном}}$  скористуємося кривою намагнічування  $\Phi(I)$ , що показана на рис. 9.23, і формулами:

$$n = n_{\text{ном}} \frac{U_{\text{ном}} - k_I I_{\text{ном}} R_a}{k_{\Phi} E_{\text{ном}}}, \quad M = k_I k_{\Phi} M_{\text{ном}}.$$

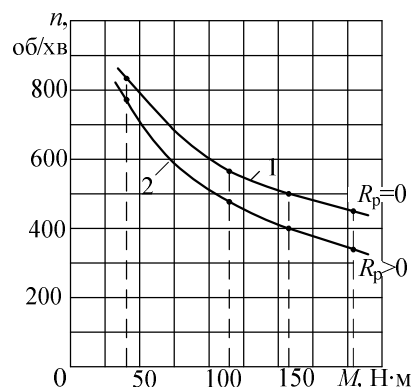


Рисунок 9.24. Природна механічна характеристика

Задаючись значеннями  $k_I$  по рис. 9.23, визначаємо  $k_{\Phi}$ ,  $n$  і  $M$ . Усі розрахунки зводимо у табл. 9.3. За результатами розрахунку побудована природна механічна характеристика  $n(M)$ , яка подана на рис. 9.24 (крива 1).

Таблиця 9.3

#### Природна та штучна механічні характеристики

$k_I = I / I_{\text{ном}}$	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2
$k_{\Phi} = \Phi / \Phi_{\text{ном}}$	0,65	0,8	0,91	1,0	1,08
$M, \text{Н} \cdot \text{м}$	41	75,7	114,7	157,6	204,3
$n, \text{об/хв},$ при $R_p = 0$	834	660	565	500	450
$n, \text{об/хв},$ при $R_p = 0,224 \text{ Ом}$	772	585	477	400	339

Для побудови штучної характеристики  $n(M)$  при  $U = U_{\text{ном}}$  і  $R_p = 0,224 \text{ Ом}$  скористаємося кривою намагнічування  $\Phi(I)$  і формулами:

$$n = n_{\text{ном}} \frac{U_{\text{ном}} - k_I I_{\text{ном}} (R_a + R_p)}{k_{\Phi} E_{\text{ном}}},$$

$$M = k_I k_{\Phi} M_{\text{ном}}.$$

Задаючись значеннями  $k_I$  по рис. 9.23, визначаємо  $k_{\Phi}$ ,  $n$  і  $M$ . Усі розрахунки зведені у табл. 9.3.

За результатами розрахунку побудована штучна механічна характеристика  $n(M)$ , яка показана на рис. 9.24 (крива 2).

#### Контрольні запитання

1. Поясніть будову та принцип дії машини постійного струму.
2. Сформулюйте та поясніть роботу МПС у режимі генератора та двигуна.
3. Як отримується ЕРС в машині постійного струму?
4. Наведіть приклади способів збудження машин постійного струму.
5. Електромагнітний момент і потужність машини постійного струму.
6. Принципи розрахунку втрат і ККД у машині постійного струму.
7. Що таке реакція якоря в МПС, способи боротьби з нею?
8. Комутація машини постійного струму та способи її покращення.
9. Поясніть вид характеристик генератора з незалежним збудженням.
10. Характеристики генераторів із паралельним і змішаним збудженням.
11. Наведіть приклади застосування генераторів і двигунів на БТОТ.
12. Пуск у хід та регулювання обертів двигуна постійного струму.



## 10. ТРИФАЗНІ АСИНХРОННІ ДВИГУНИ

Серед двигунів найбільшого поширення набули асинхронні двигуни внаслідок їх дешевизни й надійності.

До асинхронних відносять машини змінного струму, частота обертання ротора  $n_2$  яких за постійної частоти змінного струму джерела  $f$  змінюється зі змінюванням навантаження і відрізняється від синхронної частоти, тобто від частоти обертання магнітного поля статора  $n_1$ . “Асинхронний” – *неодночасний*.

Як і всі електричні машини, асинхронна є зворотною, тобто може працювати й у генераторному режимі, й у режимі двигуна. Але асинхронні генератори практично не застосовують.

### 10.1. Будова асинхронного двигуна

Асинхронний двигун складається з нерухомого статора і обертового ротора, розділених повітряним проміжком (рис. 10.1).

Статор складається з корпусу 1, виконаного з алюмінієвого сплаву, з ребрами для охолодження, осердя статора 2, набраного з листів електротехнічної сталі і запресованого у корпус. На внутрішній поверхні осердя виштампувані пази, в які укладають обмотку статора 3. Ротор складається з шихтованого осердя 4, в пазах якого укладена обмотка ротора 5. Між ротором і статором виконаний невеликий повітряний проміжок 6. Осердя ротора 4 закріплено на валу 7. Статор підтримується на підшипникових щитах 8, а корпус 1 кріпиться до основи за допомогою лап 9. З одного боку ротора на валу закріплений вентилятор 10, закритий тонким кожухом вентилятора 11. Виводи обмотки статора 3 приєднані до клемної коробки 12. Це обмотка трифазна. Осі окремих обмоток (фаз) розташовані відносно один одного під кутом  $120^\circ$ . Між собою обмотки з'єднуються у “зірку” або “трикутник”.

Призначення статора – утворювати обертове магнітне поле за допомогою трифазної обмотки, яка живиться трифазною системою струмів.

Призначення ротора – перетворювати електричну енергію в механічну обертового руху за допомогою індукованої ЕРС та струмів у обмотці. Типи

асинхронних двигунів в основному відрізняються будовою ротора, який може бути виконаний короткозамкненим або фазним.

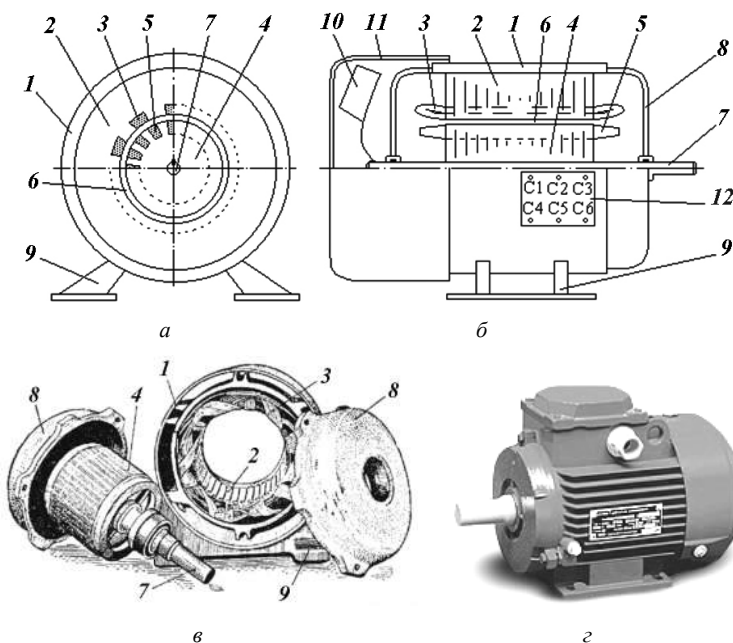


Рис.10.1. Трифазний асинхронний двигун із короткозамкненим ротором:

- а – поперечний, б – повздовжній перерізи; в – розібраний; г – загальний вигляд;  
1 – корпус; 2 – осердя статора; 3 – обмотка статора; 4 – осердя ротора; 5 – обмотка ротора;  
6 – повітряний проміжок; 7 – вал; 8 – підшипникові щити; 9 – лапи; 10 – вентилятор;  
11 – кожух вентилятора; 12 – клемна коробка

У *короткозамкненому роторі* виконують обмотку за типом білячої клітки (рис. 10.2). У пази осердя ротора без ізоляції укладають (заливають) алюмінієві або латунні стрижні, які з кінців з'єднані торцевими кільцями з того ж матеріалу. Короткозамкнений ротор не має електричного зв'язку з зовнішньою мережею.

У *фазному роторі* або в роторі з контактними кільцями в пази ротора укладають трифазну мідну обмотку, яка, як правило, з'єднана “зіркою” (рис. 10.3). Кінці кожної фази обмотки  $P1$ ,  $P2$  і  $P3$  приєднані до трьох мідних контактних кілець, насаджених на вал ротора та ізольованих як між собою, так і від сталевого

осердя ротора. На кільця накладаються щітки, які розміщені у щіткотримачах на одному з підшипникових щитів. Щітки, які ковзають по поверхні кілець ротора, весь час мають з ними достатній електричний контакт і з'єднані з обмоткою ротора. Таким чином, за допомогою щіток обмотка ротора може бути з'єднана з зовнішнім колом, а саме, трифазним пусковим реостатом  $R_n$  (рис. 10.3).

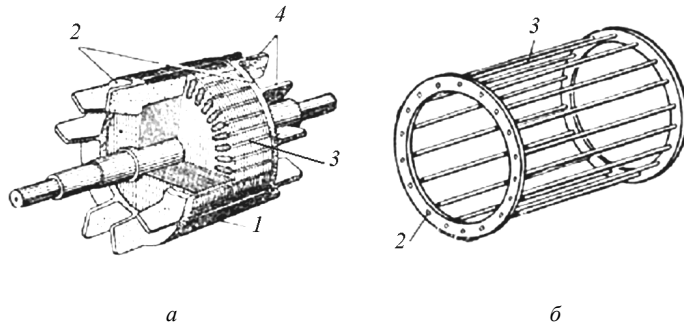


Рис. 10.2. Короткозамкнений ротор:

а – конструктивний; б – схематичний вигляд: 1 – осердя ротора; 2 – торцеві кільця; 3 – стрижні; 4 – вентиляційні лопатки

Будова статора асинхронного двигуна з фазним ротором (рис. 10.3) практично не відрізняється від будови статора двигуна з короткозамкненим ротором (рис. 10.2).

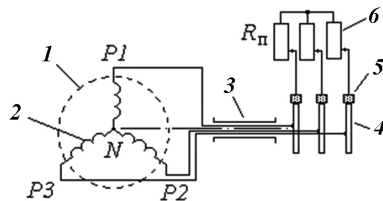


Рис. 10.3. Схема фазного ротора асинхронного двигуна:

1 – ротор; 2 – трифазна обмотка; 3 – вал; 4 – контактні кільця; 5 – щітки; 6 – трифазний пусковий реостат

Асинхронні двигуни з фазним ротором застосовуються у важких умовах роботи, де необхідно великий пусковий момент. Вони конструкційно складніші та дорожчі під час виготовлення, ніж короткозамкнені, вимагають постійного догляду під час експлуатації.

## 10.2. Принцип дії асинхронного двигуна

Робота асинхронної машини заснована на перетворенні електромагнітної енергії, яка передається магнітним полем у повітряному проміжку між статором та ротором. В основі роботи трифазного асинхронного двигуна лежить використання кругового обертового магнітного поля. Це поле утворюється трифазною обмоткою, яка розташована в пазах неявнополюсного осердя статора.

Для утворення обертового магнітного поля необхідні дві умови. По-перше, треба щоб просторовий зсув між обмотками (фазами), які утворюють магнітне поле, складав  $120^\circ$ . По-друге, треба щоб фазовий (часовий) зсув струмів у цих обмотках складав 120 електричних градусів.

На рис. 10.4 зображено повздовжній переріз та загальний вигляд (серія МТ) асинхронного двигуна з фазним ротором.

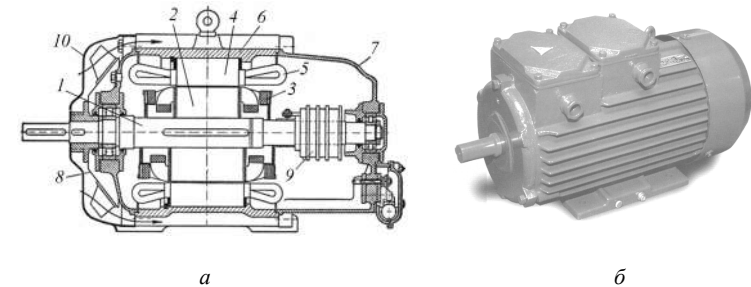


Рис.10.4. Асинхронний двигун з фазним ротором:

а – повздовжній переріз; б – загальний вигляд (серія МТ);

1 – вал; 2 – осердя ротора; 3 – обмотка ротора; 4 – осердя статора; 5 – обмотка статора; 6 – корпус; 7 – підшипникові кришки; 8 – вентилятор; 9 – контактні кільця; 10 – вентиляційна кришка

У трифазному асинхронному двигуні осі статорних обмоток  $A-X$ ,  $B-Y$  і  $C-Z$  зміщені відносно одна одної на  $120^\circ$  уздовж внутрішньої поверхні статора (рис. 10.5), що забезпечує просторовий зсув. Фазовий зсув між струмами, а відтак і магнітними полями обмоток, виникає під час увімкнення цих обмоток до трифазної мережі.

У разі ввімкнення до трифазної мережі струми статорних обмоток зсунуті на електричний кут  $120^\circ$ :

$$\begin{aligned} i_A &= I_m \sin \omega t; \\ i_B &= I_m \sin(\omega t - 120^\circ); \\ i_C &= I_m \sin(\omega t + 120^\circ). \end{aligned} \quad (10.1)$$

Аналогічно можна записати і для магнітних полів, які утворюються цими струмами:

$$\begin{aligned} B_A &= B_m \sin \omega t; \\ B_B &= B_m \sin(\omega t - 120^\circ); \\ B_C &= B_m \sin(\omega t + 120^\circ). \end{aligned} \quad (10.2)$$

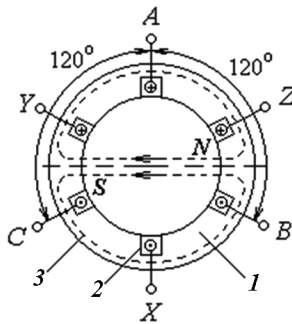


Рис.10.5. Схема статора трифазного асинхронного двигуна:  
1 – осердя; 2 – пази з обмоткою; 3 – лінії магнітного поля

Синусоїдний розподіл магнітної індукції поля в повітряному проміжку машини практично досягається розподіленням багатовиткової котушки обмотки статора на декілька секцій і рівномірним укладенням їх у декілька рядом розташованих пазів.

Щоб упевнитись, що поле трифазної обмотки є обертовим, розглянемо спрощені картини магнітних полів у статорі двополюсного двигуна для трьох моментів часу I – III за максимумів струмів у фазах (рис. 10.6, з). У момент часу I (рис. 10.6, а) струм в обмотці A-X  $i_A = I_m$ , а струми в обмотках B-Y та C-Z

$i_B = i_C = -0,5I_m$  (рис. 10.6, з). Суперпозиція полів, утворених обмотками, дає поле машини, силові лінії якого направлені горизонтально. Магнітні полюси поля N і S утворюють вісь поля в середині статора.

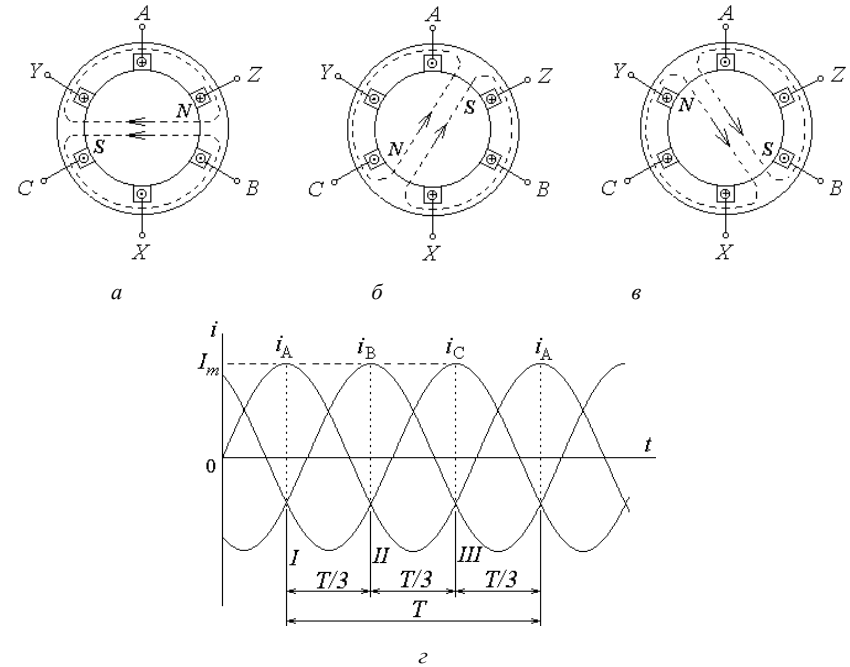


Рис. 10.6. Отримання двополюсного обертового магнітного поля за допомогою трифазного струму:  
а – момент часу I; б – момент часу II; в – момент часу III;  
з – графік струмів статора в функції часу

В момент часу II (рис. 10.6, б) струм в обмотці B-Y  $i_B = I_m$ , а струми в обмотках A-X та C-Z  $i_A = i_C = -0,5I_m$  (рис. 10.6, з). Картина поля така ж, як і для моменту часу I, тільки вісь поля повернулась по ходу годинникової стрілки на  $120^\circ$ , співпадаючи з віссю поля обмотки B-Y. У момент часу III (рис. 10.6, в) струм в обмотці C-Z  $i_C = I_m$ , а струми в обмотках A-X і B-Y та  $i_A = i_B = -0,5I_m$  (рис. 10.6, з). Картина поля така ж, як і для моменту часу I, тільки вісь поля повернулась за ходом годинникової стрілки на  $240^\circ$ , співпадаючи з віссю поля обмотки C-Z.

Результуючий вектор магнітного поля дорівнює  $1,5 \cdot B_m$  ( $B_m$  – амплітуда поля одної фази) й обертається з кутовою швидкістю  $\omega$  у бік фази, що відстає. Таке поле, що обертається, називають круговим магнітним полем. Рух магнітної хвилі супроводжується переміщенням магнітних полюсів  $N$  і  $S$  у внутрішній поверхні статора, причому залежність магнітного поля у повітряному проміжку близька до синусоїдної.

Таким чином, під час прямого чергування фаз обмотки статора ( $A-B-C$ ) поле двополюсної машини рівномірно обертається за ходом годинникової стрілки, здійснюючи повний оберт у просторі за один період синусоїдного струму. Якщо змінити порядок чергування фаз в обмотці статора на зворотній, наприклад  $B-A-C$ , для чого необхідно зміни приєднання до мережі будь-яких двох фазних обмоток, то магнітне поле машини буде обертатись у зворотному напрямку, тобто проти ходу годинникової стрілки.

Частота обертання магнітного поля двополюсних асинхронних двигунів під час живлення трифазною системою з частотою 50 Гц складає:

$$n_0 = \frac{60 \cdot f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{1} = 3000 \text{ об/хв}, \quad (10.3)$$

де  $f$  – частота струму в обмотках;  $p$  – кількість пар полюсів магнітного поля.

Щоб отримати меншу частоту обертання, трифазні асинхронні двигуни виконуються з 2, 4, 6 і більшою кількістю полюсів статора (відповідно з кількістю пар полюсів  $p = 1, 2, 3$  та більше). Для цього кожна фазна обмотка статора складається з двох, трьох, чотирьох і більше котушок, які з'єднуються між собою послідовно або паралельно.

**Принцип дії** трифазного асинхронного двигуна. До трифазної обмотки статора підводиться змінна трифазна напруга частотою  $f$ , під дією якої по фазах проходить трифазний струм. Оскільки струми у фазах зсунуті у просторі й у часі на  $120^\circ$  відносно один одного, то виникає магнітне поле, що обертається з синхронною швидкістю  $n_1 = \frac{60 \cdot f}{p}$ . У провідниках обмоток статора і ротора під дією цього поля

за законом електромагнітної індукції будуть наводитись ЕРС, відповідно  $E_1$  і  $E_2$ . Оскільки коло ротора замкнене накоротко або на резистори, то під дією ЕРС  $E_2$  по обмотці ротора проходить струм  $I_2$ . На кожний провідник ротора за законом Ампера буде діяти сила, у результаті чого ротор почне обертатись.

Таким чином, принцип дії асинхронного двигуна заснований на взаємодії обертового магнітного поля, утвореного обмоткою статора, зі струмами, які індукуються цим же полем у провідниках обмотки ротора.

Отже, коли ротор нерухомий, то кожний його провідник перетинають силові лінії поля максимальну кількість разів.

### 10.3. Параметри асинхронного двигуна

Всі параметри статора мають індекс – 1, а ротора – 2. В асинхронному двигуні магнітне поле статора та ротор обертаються в один бік, але ротор “проковзує” відносно магнітного поля. Швидкість обертання ротора  $n_2$  за визначенням асинхронного двигуна не дорівнює швидкості обертання магнітного поля статора  $n_1$ , тобто між ними існує відносна швидкість  $n_1 - n_2$ .

Для оцінювання відносної швидкості вводять поняття ковзання:

$$s = \frac{n_1 - n_2}{n_1}. \quad (10.4)$$

Ковзання – це безрозмірна величина, що вимірюється у відносних одиницях, або в %.

В асинхронних двигунах за номінального навантаження  $S_{\text{ном}} = 2 \dots 7 \%$ .

Значення та знак ковзання визначають режим роботи асинхронної машини. Так, в режимі ідеального неробочого ходу ротор і магнітне поле обертаються з однаковими частотами в одному напрямку, ковзання  $s = 0$ , ротор нерухомий відносно обертового магнітного поля, ЕРС у його обмотці не наводиться, струм ротора та електромагнітний момент машини відсутні. Під час пуску ротор у перший момент часу нерухомий, а значить  $s = 1$ . У загальному випадку ковзання у двигуновому режимі змінюється від  $s = 1$  за пуску до  $s = 0$  у режимі ідеального

неробочого ходу. У разі обертання ротора зі швидкістю  $n_2 > n_1$  у напрямку обертання магнітного поля ковзання  $s$  стає від'ємним, і машина переходить у генераторний режим і розвиває гальмівний момент. У разі обертання ротора в напрямку, протилежному напрямку обертання магнітного поля ( $s > 1$ ), асинхронна машина переходить у режим противмикання і також розвиває гальмівний момент.

Таким чином, залежно від ковзання виділяють двигуновий ( $s = 1 \div 0$ ), генераторний ( $s = 0 \div -\infty$ ) режими та противмикання ( $s = 1 \div +\infty$ ). Режими генераторний та противмикання використовують для гальмування асинхронних двигунів.

У нормальних умовах роботи між статором і ротором асинхронного двигуна існує тільки електромагнітний зв'язок, як у трансформаторі, тому електромагнітні процеси в них аналогічні. В асинхронному двигуні первинною є обмотка статора, вторинною – обмотка ротора. При цьому основні електричні величини – ЕРС і струми в обмотках статора та ротора змінюються відповідно до співвідношення їх кількості витків  $w_1$  та  $w_2$ .

Розглянемо ЕРС в обмотках асинхронного двигуна. Обертальне магнітне поле статора, як і в трансформаторі, наводить в обмотці статора ЕРС:

$$E_1 = 4,44 \cdot f_1 \Phi_m w_1 k_{\text{обм}1}, \quad (10.5)$$

де  $f_1$  – частота підведеної напруги;

$\Phi_m$  – максимальне значення магнітного поля;

$w_1$  – кількість витків в обмотці статора;

$k_{\text{обм}1}$  – обмотувальний коефіцієнт статора (складає 0,98...0,92).

Обмотувальний коефіцієнт виникає внаслідок того, що для забезпечення синусоїдного розподілу магнітної індукції в проміжку зазвичай провідники знаходяться не в одному, а в декількох пазах і потоком перетинаються не одночасно, тобто має місце скіс пазів – нахил їх осі до осі машини, і має місце скорочення обмоток.

В обмотці ротора ЕРС, як і у вторинній обмотці трансформатора, визначається за аналогічною формулою:

$$E_2 = 4,44 \cdot f_2 \Phi_m w_2 k_{\text{обм}2}, \quad (10.6)$$

де  $f_2$  – частота ЕРС ротора;

$w_2$  – кількість витків в обмотці ротора;

$k_{\text{обм}2}$  – обмотувальний коефіцієнт ротора.

Але частота ЕРС і струму в роторі визначається з такого виразу:

$$n_1 - n_2 = \frac{60 \cdot f_2}{p}. \quad (10.7)$$

Звідси отримуємо частоту ЕРС та струму в обмотці ротора:

$$f_2 = \frac{(n_1 - n_2) \cdot p}{60} \cdot \frac{n_1}{n_1} = \frac{p \cdot n_1}{60} \frac{n_1 - n_2}{n_1} = f_1 \cdot s,$$

або в остаточному вигляді:

$$f_2 = f_1 \cdot s. \quad (10.8)$$

З отриманого виразу (10.8) маємо, що у нерухомому роторі ( $s = 1$ ) частота ЕРС і струму будуть дорівнювати частоті підведеної напруги.

Якщо підставити (10.8) у формулу (10.6), то отримуємо:

$$E_2 = 4,44 \cdot f_2 \Phi_m w_2 k_{\text{обм}2} = 4,44 \cdot f_1 s \cdot \Phi_m w_2 k_{\text{обм}2} = E_{20} s,$$

або в остаточному вигляді:

$$E_2 = E_{20} s, \quad (10.9)$$

де  $E_{20} = 4,44 \cdot f_1 \cdot \Phi_m w_2 k_{\text{обм}2}$  – ЕРС нерухомого ротора.

Коли ротор нерухомий (в момент пуску), то  $s = 1$  і в обмотці ротора наводиться максимальна ЕРС, а в режимі ідеального НХ, коли  $n_2 = n_1$ , ця ЕРС дорівнює нулю.

Розглянемо опори обмоток асинхронного двигуна. Активний опір ротора  $R_2$  не змінюється, а індуктивний під час роботи змінюється:

$$X_2 = \omega_2 L_2 = 2\pi f_2 L_2 = 2\pi f_1 s L_2 = X_{20} s,$$

або в остаточному вигляді:

$$X_2 = X_{20} s, \quad (10.10)$$

де  $X_{20} = 2\pi f_1 L_2$  – індуктивний опір нерухомого ротора ( $s=1$ ).

Отже, як ЕРС  $E_2$ , так і індуктивний опір  $X_2$  ротора змінюються залежно від швидкості його обертання.

#### 10.4. Рівняння електричного стану кіл статора і ротора

Для трансформатора за другим законом Кірхгофа було отримано рівняння електричного стану для первинної обмотки (6.17). Аналогічне рівняння можна записати для статорної обмотки асинхронного двигуна:

$$\underline{U}_1 = -\underline{E}_1 + \underline{I}_1 \underline{Z}_1 = -\underline{E}_1 + \underline{I}_1 (R_1 + jX_1), \quad (10.11)$$

де  $R_1$  та  $X_1$  – активний та індуктивний опори розсіювання фазної обмотки статора.

Для вторинної обмотки трансформатора було отримано рівняння електричного стану (6.19). Аналогічне рівняння можна записати для роторної обмотки асинхронного двигуна:

$$\underline{U}_2 = \underline{E}_2 - \underline{I}_2 \underline{Z}_2 = \underline{E}_2 - R_2 \underline{I}_2 - jX_2 \underline{I}_2, \quad (10.12)$$

де  $R_2$  та  $X_2$  – активний та індуктивний опори розсіювання обмотки ротора.

Але оскільки обмотка ротора замкнена накоротко, то  $\underline{U}_2 = 0$ , і тоді для роторної обмотки можна записати таке рівняння:

$$\underline{E}_2 = \underline{I}_2 \underline{Z}_2 = \underline{I}_2 R_2 + j \underline{I}_2 X_2. \quad (10.13)$$

Останній вираз перетворимо, підставивши в (10.13) рівняння (10.9) та (10.10):

$$\underline{E}_{20} s = \underline{I}_2 R_2 + j \underline{I}_2 X_{20} s. \quad (10.14)$$

Після поділу на величину ковзання отримуємо:

$$\underline{E}_{20} = \underline{I}_2 \frac{R_2}{s} + j \underline{I}_2 X_{20} = \underline{I}_2 \left( \frac{R_2}{s} + jX_{20} \right) = \underline{I}_2 \underline{Z}_2, \quad (10.15)$$

де  $\underline{Z}_2$  повний опір обмотки ротора:

$$\underline{Z}_2 = \frac{R_2}{s} + jX_{20}. \quad (10.16)$$

З рівняння (10.15) визначаємо струм в обмотці ротора асинхронного двигуна у комплексному вигляді:

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{E}_{20}}{\frac{R_2}{s} + jX_{20}}. \quad (10.17)$$

Запишемо модуль цього струму:

$$I_2 = \frac{E_{20}}{\sqrt{\left(\frac{R_2}{s}\right)^2 + X_{20}^2}}. \quad (10.18)$$

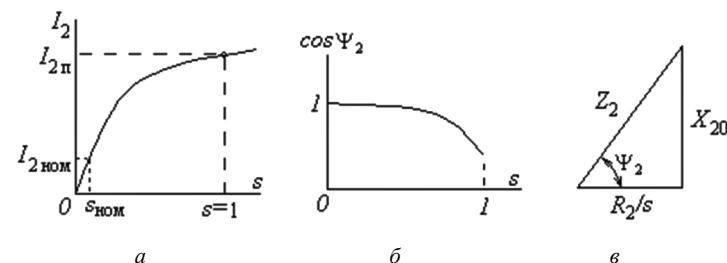


Рис. 10.7. Параметри ротора асинхронного двигуна:

*a* – графік залежності струму ротора від ковзання;

*б* – графік залежності  $\cos \Psi_2$  від ковзання;

*в* – трикутник опорів ротора асинхронного двигуна

На рис. 10.7, *a* побудована залежність струму ротора від ковзання, звідки виходить, що пусковий струм ротора асинхронного двигуна (за  $s = 1$ ) дуже великий – у 5–8 разів перевищує номінальний. А оскільки струм ротора практично прямо пропорційний струму статора, як це має місце між вторинним і первинним струмами у трансформаторі (6.24), то відповідно пусковий струм статорної обмотки буде у 4–8 разів перевищувати номінальне значення.

Величина  $\cos \Psi_2$  (кут  $\Psi_2$  між ЕРС і струмом ротора), враховуючи формулу (10.16), також залежить від ковзання (рис. 10.7, *б*):

$$\cos \Psi_2 = \frac{R'}{Z'} = \frac{\frac{R_2}{s}}{\sqrt{\left(\frac{R_2}{s}\right)^2 + X_{20}^2}}. \quad (10.19)$$

Величина  $\cos \Psi_2$  має мінімальне значення під час пуску двигуна. На рис. 10.7, *в* побудовано трикутник опорів ротора асинхронного двигуна. Отже, одна з проблем асинхронного двигуна – це великий пусковий струм.

### 10.5. Енергетична діаграма втрат і ККД асинхронного двигуна

Перетворення електричної енергії джерела в механічну енергію обертання ротора асинхронного двигуна супроводжується втратами (рис. 10.8).

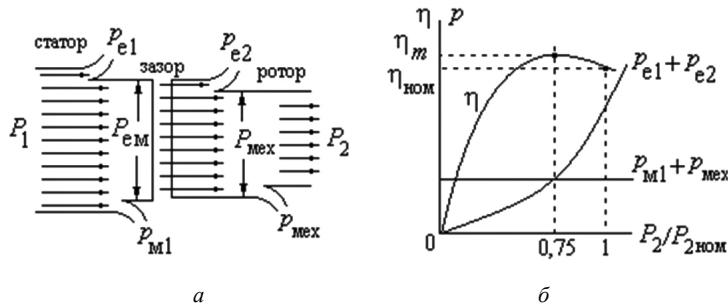


Рис. 10.8. Перетворення енергії в ТАД:

*a* – енергетична діаграма; *б* – ККД асинхронного двигуна

До асинхронного двигуна з мережі підводиться електрична потужність (рис. 10.8, *a*):

$$P_1 = 3U_1 I_1 \cos \varphi_1. \quad (10.20)$$

У процесі роботи мають місце:

1. Магнітні втрати у сталі статора  $p_{m1}$ , які виникають через вихрові струми і гістерезис.
2. Електричні втрати в мідних обмотках статора  $p_{e1} = 3I_1^2 R_1$ .
3. Електромагнітна потужність, яка передається від статора до ротора через повітряний проміжок:

$$P_{em} = P_1 - (p_{m1} + p_{e1}) = E_{20} I_2 \cos \Psi_2. \quad (10.21)$$

У роторі мають місце такі втрати:

1. Електричні втрати в обмотках ротора  $p_{e2} = 3I_2^2 R_2$ ;
  2. Механічні втрати, обумовлені всіма видами тертя  $p_{mех}$ .
- $P_2$  – корисна механічна потужність на валу менше за підведену на величину втрат:

$$P_2 = P_1 - (p_{m1} + p_{e1} + p_{e2} + p_{mех}). \quad (10.22)$$

ККД асинхронного двигуна визначається відношенням корисної механічної потужності на валу  $P_2$  до потужності, яка споживається з мережі  $P_1$ :

$$\eta = \frac{P_2}{P_1}, \quad (10.23)$$

де  $p_{m1} + p_{mех}$  – постійні втрати, що не залежать від навантаження. Ці втрати визначають з дослідів НХ (рис. 10.8, *б*);

$p_{e1} + p_{e2}$  – змінні (електричні) втрати, що залежать від навантаження. Ці втрати визначають з дослідів КЗ у разі загальмованого ротора та номінальних струмів статора і ротора.

Асинхронний двигун проектується так, щоб ККД був максимальним у разі навантаження 75 %, оскільки частіше вони працюють з недовантаженням. Номінальний ККД двигуна збільшується зі збільшенням потужності  $P_{ном}$  і зазвичай знаходиться в межах 70–95 %.

### 10.6. Електромагнітний момент і механічна характеристика асинхронного двигуна

Обертальний момент асинхронного двигуна утворюється в результаті взаємодії обертального магнітного поля обмотки статора та індукovanого струму в обмотці ротора.

Електромагнітний момент визначаємо за формулою:

$$M_{em} = \frac{P_{em}}{\omega_1}, \quad (10.24)$$

де  $\omega_1 = 2\pi f_1 = 2\pi \frac{n_1 p}{60}$  – кутова швидкість обертання магнітного потоку.

Електромагнітна потужність дорівнює:

$$P_{em} = E_{20} I_2 \cos \Psi_2. \quad (10.25)$$

Підставляємо (10.25) значення у формулу (10.24) й отримуємо:

$$M_{em} = \frac{4,44 w_{21} \Phi_m k_{обм2}}{2\pi n_1 p} I_2 \cos \Psi_2 = C'_M \Phi_m I_2 \cos \Psi_2.$$

Коефіцієнт  $C'_M = \frac{4,44w_2f_1\Phi_mk_{обм2}}{2\pi n_1p}$  є постійною величиною двигуна.

Остаточно отримуємо:

$$M_{ем} = C'_M \Phi_m I_2 \cos \Psi_2. \quad (10.26)$$

Таким чином, обертальний момент асинхронного двигуна пропорційний магнітному потоку статора й активній складовій струму ротора. Зробимо подальші перетворення. Замінімо величини, що входять у формулу (10.26), враховуючи що:

$$\cos \Psi_2 = \frac{R_2/s}{\sqrt{\left(R_2/s\right)^2 + X_{20}^2}},$$

максимальний магнітний потік:

$$\Phi_m = \frac{E_1}{4,44w_1f_1k_{обм1}} \approx \frac{U_1}{4,44w_1f_1k_{обм1}} \quad (10.27)$$

та струм обмотки ротора:

$$I_2 = \frac{E_{20}}{\sqrt{\left(R_2/s\right)^2 + X_{20}^2}}.$$

Відношення ЕРС нерухомого ротора  $E_{20} = 4,44w_2f_1\Phi_mk_{обм2}$  до ЕРС обмотки статора  $E_1 = 4,44w_1f_1\Phi_mk_{обм1}$  подаємо у такому вигляді:

$$E_{20} = \frac{w_2k_{обм2}}{w_1k_{обм1}} E_1. \quad (10.28)$$

Оскільки  $E_1 \approx U_1$ , отримаємо вираз струму обмотки ротора:

$$I_2 \approx \frac{w_2k_{обм2}}{w_1k_{обм1}} \frac{U_1}{\sqrt{\left(R_2/s\right)^2 + X_{20}^2}}. \quad (10.29)$$

Підставляємо значення формул (10.27), (10.19) та (10.29) у (10.26), отримаємо вираз для моменту асинхронного двигуна:

$$M_{ем} = C'_M U_1^2 \frac{R_2/s}{\left(R_2/s\right)^2 + X_{20}^2}. \quad (10.30)$$

Отже, момент асинхронного двигуна пропорційний квадрату підведеної напруги. Таким чином, цей двигун дуже чутливий до коливань напруги джерела.

Підставивши ряд значень  $s$ , отримаємо залежність моменту від ковзання  $M(s)$  (рис. 10.9, а). Враховуючи, що  $s = \frac{n_1 - n_2}{n_1}$ , отримаємо частоту обертання ротора:

$$n_2 = n_1(1 - s). \quad (10.31)$$

Механічну характеристику вводять як залежність частоти обертання ротора від обертового моменту двигуна  $n_2(M)$ , яку можна побудувати по точках, перебудувавши залежність  $M(s)$  у нових координатах (рис. 10.9, б).

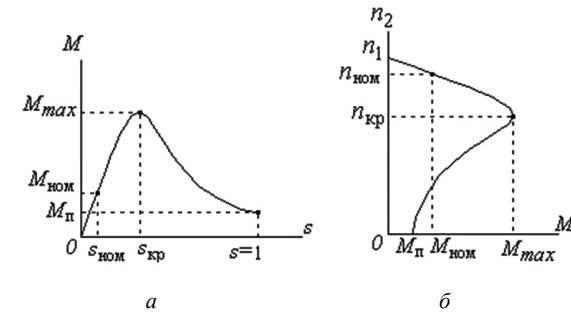


Рис. 10.9. Механічні характеристики асинхронного двигуна:  
а –  $M(s)$ ; б –  $n_2(M)$

У момент пуску за  $s = 1$  механічний момент, що розвиває асинхронний двигун  $M_n$ , малий, хоча струм ротора при цьому максимальний (див. рис. 10.7, а). Невеликий пусковий момент  $M_n$  обумовлений великим індуктивним опором ротора та малим значенням  $\cos \Psi_2$ .



Якщо пусковий момент більший за гальмівний  $M_{\text{п}} > M_{\text{гальм}}$ , то ротор починає обертатись. У міру розгону ротора зменшується ковзання, а отже, знижується індуктивний опір та підвищується  $\cos \Psi_2$  (див. рис. 10.7, в). За певного критичного ковзання  $s = s_{\text{кр}}$  двигун розвиває найбільший момент  $M_{\text{max}}$ . У разі подальшого зменшення ковзання  $s$  значення  $\cos \Psi_2$  змінюється мало і момент зменшується за рахунок зниження струму ротора (див. рис. 10.7, б).

Величина максимального моменту  $M_{\text{max}}$  не залежить від значення активного опору ротора, тому, якщо у коло ротора ввести додатковий активний опір  $R_{\text{д}}$ , то максимальний момент не зміниться, але максимум настане за більшого значення ковзання (рис. 10.10).

Змінювати опір кола ротора можливо в АД з фазним ротором. Таким чином, двигун з фазним ротором має природну (за  $R_{\text{д}} = 0$ ) та штучні (за  $R_{\text{д}} > 0$ ) механічні характеристики. З сімейства характеристик двигуна (рис. 10.10) виходить, що за заданого навантаження  $M_{\text{гальм}}$  асинхронний двигун може працювати на різних характеристиках із різною дискретною частотою обертання, яка змінюється.

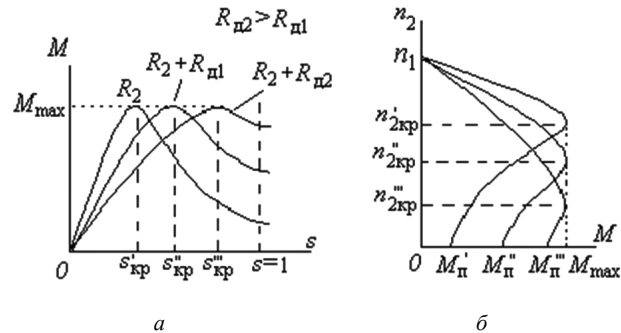


Рис. 10.10. Механічні характеристики асинхронного двигуна за додаткових опорів  $R_{\text{д}}$  у колі обмотки ротора:

$a - M(s)$ ;  $б - n_2(M)$

Пусковий реостат у колі ротора в цьому випадку називається пускорегулювальним. Його ступені розраховуються на тривале ввімкнення, а не тільки на час пуску, як пускові реостати. Крім того, змінюючи опір кола ротора, ми

можемо підібрати таке значення додаткового опору  $R_{\text{д2}}$ , щоб під час пуску двигун розвивав найбільший момент.

## 10.7. Способи пуску асинхронних двигунів

Асинхронний двигун під час пуску має дві проблеми:

- малий пусковий момент  $M_{\text{п}}$ ;
- великий пусковий струм  $I_{\text{п}}$ .

Якщо пусковий момент  $M_{\text{п}}$  малий, то двигун довго розганяється, що знижує його продуктивність. Великий пусковий струм  $I_{\text{п}}$  негативно впливає на зовнішню мережу – можливе просідання напруги.

*Прямий пуск.* Під час пуску асинхронного двигуна з короткозамкненим ротором застосовують пряме вмикання (рис.10.11, а). Напруга мережі дорівнює номінальній напрузі двигуна, що безпосередньо підводиться до статорної обмотки. Такий спосіб пуску застосовують для двигунів із відносно малою потужністю.

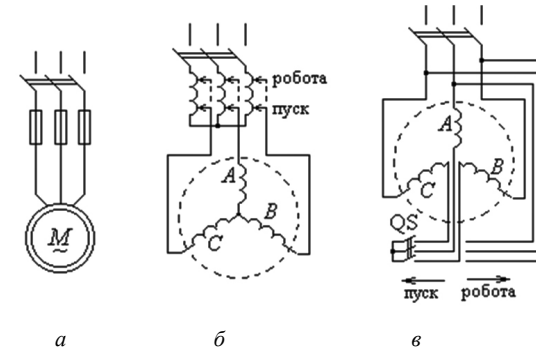


Рис. 10.11. Схеми пуску асинхронних двигунів:

$a$  – прямий пуск;  $б$  – автотрансформаторний пуск;

$в$  – перемикання трикутника на зірку

Якщо потужність асинхронного двигуна  $P > 100$  кВт, то його пуск виконують за *пониженої напруги*, використовуючи, наприклад, автотрансформаторний спосіб і спосіб перемикання обмотки статора з зірки на трикутник.

За *автотрансформаторного* способу пуску до обмотки статора двигуна вмикають автотрансформатор (АТ) (рис. 10.11, б). У момент пуску напруга, що подається до асинхронного двигуна АД, відрізняється від напруги мережі  $U_1$  на коефіцієнт трансформації  $k_A$ :

$$U_{\text{АД}} = \frac{U_1}{k_A}. \quad (10.32)$$

Відповідно пусковий струм двигуна:

$$I_{\text{п}} = \frac{I_{\text{АД}}}{k_A} = \frac{1}{k_A} \frac{U_{\text{АД}}}{Z_{\text{АД}}} = \frac{1}{k_A} \frac{1}{Z_{\text{АД}}} \frac{U_1}{k_A} = \frac{1}{k_A^2} \frac{U_1}{Z_{\text{АД}}}. \quad (10.33)$$

Отже, пусковий струм зменшується у  $k_A^2$  разів.

Зазначимо, що оскільки  $M \sim U_1^2$ , то пусковий момент також зменшується у  $k_A^2$  разів. Тому такий спосіб пуску можливий тільки у разі пуску АД без навантаження, тобто на холостому ході.

Спосіб пуску шляхом *перемикання обмотки статора з зірки на трикутник* реалізується таким чином. Якщо в процесі роботи двигуна обмотка статора була з'єднана трикутником, то під час пуску її з'єднують зіркою (рис. 10.11, в). При цьому напруга двигуна зменшується у  $\sqrt{3}$  разів, а пусковий струм і пусковий момент знижуються у 3 рази.

У положенні перемикача “пуск” обмотка статора з'єднана зіркою під час пуску. Коли швидкість двигуна приблизно дорівнює номінальній, то рубильник перемикають у положення “робота”.

Для покращення пускових характеристик асинхронний двигун виконують з фазним ротором (рис. 10.3, 10.4). Пуск асинхронного двигуна з фазним ротором здійснюють уручну або автоматично.

Ручний пуск здійснюють за допомогою пускового реостата. Із заданим моментом  $M_{\text{пер}}$  перехід з однієї характеристики на іншу відбувається у момент вимкнення відповідного ступеня реостата (його опір зменшується) (рис. 10.10). У разі пуску двигуна опір пускового реостата  $R_{\text{д2}}$  обирають так, щоб пусковий струм не перевищував допустимого значення і пусковий момент двигуна дорівнював

максимальному значенню (рис. 10.12). Потім виводиться перший ступінь пускового реостата та його опір зменшується до значення  $R_{\text{д1}}$ . При цьому асинхронний двигун переходить на наступну штучну характеристику і т. ін. до повного виводу пускового реостата  $R_{\text{д}} = 0$ .

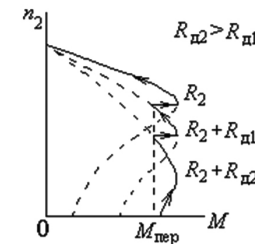


Рис. 10.12. Пуск двигуна з фазним ротором

Уведення реостата у коло ротора дозволяє як зменшити пусковий струм двигуна, так і збільшити пусковий момент двигуна.

## 10.8. Асинхронні двигуни з покращеними пусковими характеристиками

До основних різновидів асинхронних двигунів із короткозамкненою обмоткою з покращеними пусковими характеристиками відносяться: двигун із глибоким пазом у роторі – глибокопазний асинхронний двигун, та двигун із подвійною “білячою кліткою” ротора.

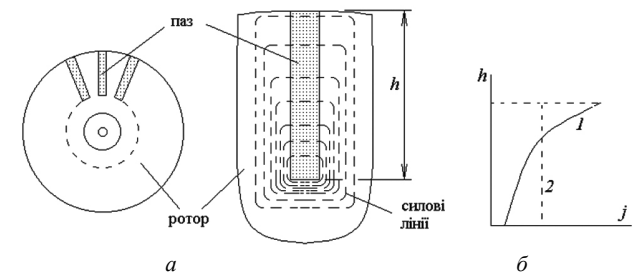


Рис. 10.13. До розгляду глибокопазного асинхронного двигуна: а – розподіл силових ліній в пазу; б – залежність струму від висоти перерізу

У глибокопазного асинхронного двигуна відношення ширини паза до його висоти складає приблизно 1/10 (рис. 10.13).

Покращення пускових властивостей цього двигуна базується на явищі витіснення струму з нижніх шарів стрижнів клітки у верхні (“скін-ефект”). Будь-який стрижень клітки ротора можна уявно розділити на ряд шарів зі своїм струмом і полем розсіювання. Нижні шари провідників зчеплені з більшою частиною поля розсіювання, у порівнянні з верхніми шарами, тобто вони мають більшу індуктивність  $L = \Psi / i$  (рис. 10.13, а).

У результаті індуктивний опір стрижня у перерізі зростає у напрямку до осі ротора. Внаслідок цього струм витісняється з нижніх шарів у верхні. Відповідно, густина струму  $j$  зростає у зворотному напрямку по висоті перерізу (рис. 10.13, б). Цей ефект буде максимальним під час пуску АД (крива 1), коли частота струму в роторі максимальна. Оскільки площа поперечного перерізу паза зменшується, то опір стрижня зростає  $R \uparrow = \rho \frac{l}{s \downarrow}$ . Зменшення під час пуску ефективного перерізу стрижнів еквівалентно збільшенню його активного опору. Виходить, що під час пуску у коло ротора начебто ввели додатковий опір.

У подальшому в міру розгону ТАД частота перемагнічування падає, роль індуктивного опору знижується, скін-ефект зникає, щільність струму рівномірно розподіляється по стрижню (лінія 2) й активний переріз стрижня знижується.

Асинхронний двигун із подвійною “білячою кліткою” має дві обмотки: пускову та робочу. Пускова обмотка (ПО) – невеликого розміру з великим питомим опором (латунь, бронза) (рис. 10.14, а). Вона має великий опір. Робоча обмотка (РО) з великим перерізом і матеріалом із малим питомим опором має малий опір. Клітки ротора асинхронного двигуна по торцях з’єднані, тобто дві обмотки між собою з’єднані паралельно.

Під час пуску асинхронного двигуна струм унаслідок скін-ефекту витісняється у верхню пускову обмотку. При цьому утворюється великий пусковий опір обмотки ротора. По мірі розгону двигуна, коли частота струму в роторі знижується, струм переходить у робочу обмотку з малим опором. Відбувається перерозподілення струму в обмотці ротора.

Кожна клітка ротора утворює свій момент  $M_{po}$  та  $M_{по}$ . Оскільки обидві обмотки знаходяться в одному роторі, то їх обертальні моменти додаються. Пусковий момент зовнішньої обмотки майже дорівнює пусковому моменту двигуна, а в робочому режимі майже весь обертальний момент утворюється внутрішньою робочою обмоткою (рис. 10.14, б).

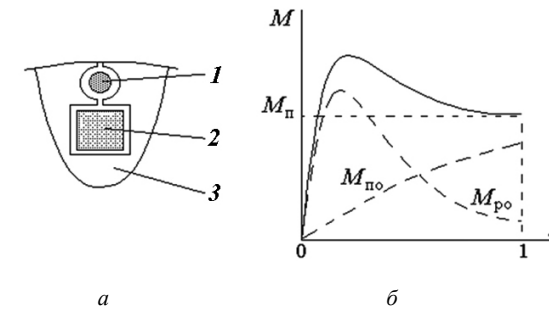


Рис. 10.14. Асинхронний двигун з подвійною “білячою кліткою”:  
а – обмотки ротора: 1 – пускова обмотка; 2 – робоча обмотка;  
3 – осердя ротора; б – механічні характеристики двигуна

Таким чином, в роторі асинхронного двигуна з подвійною “білячою кліткою”, пусковий струм статора обмежується завдяки значному активному опору пускової обмотки та великому індуктивному опору робочої обмотки ротора. В момент пуску пусковий струм  $I_{1п} = (3-5) I_{1ном}$ , а пусковий момент двигуна відповідно становить  $M_{п} = (2-3) M_{ном}$ .

### 10.9. Реверсування та регулювання частоти обертання асинхронних двигунів

Реверсування двигуна – це змінення напрямку обертання на протилежне. Ротор захоплюється полем, що обертається, напрямком якого визначається порядком чергування фаз трифазної обмотки статора. Отже, для реверсування асинхронного двигуна необхідно змінити напрямок обертання його магнітного поля. Для цього достатньо поміняти місцями будь-які два провідники, що з’єднують трифазну обмотку статора з мережею.

Для обрання способу регулювання частоти обертання скористаємось формулами  $s = \frac{n_1 - n_2}{n_1}$  та, звідки отримуємо частоту обертання ротора:

$$n_2 = n_1(1 - s) = \frac{60 \cdot f_1}{p}(1 - s). \quad (10.34)$$

Отже, частота обертання асинхронного двигуна пропорційна частоті змінного струму, яка живить обмотку статора, зворотно пропорційна кількості пар полюсів статора та зменшується зі збільшенням ковзання. Внаслідок цього реалізуються частотне, полюсне та роторне регулювання.

Частотне регулювання здійснюється змінням частоти  $f_1$  мережі підведеної напруги і забезпечує регулювання частоти обертання асинхронного двигуна в широких межах. Однак частота промислової мережі постійна і становить 50 Гц.

Змінення частоти можна здійснити або змінням частоти обертання синхронного генератора, який живить мережу, але це можливо лише в автономних пристроях, або з використанням перетворювача частоти (тиристорні та транзисторні частотні перетворювачі). Такі перетворювачі частоти вмикаються між трифазною мережею з частотою 50 Гц та асинхронним двигуном. Останній спосіб є перспективним, але й досить коштовним. Надійність цих напівпровідникових перетворювачів ще є недостатньо високою.

Полюсне регулювання здійснюється зміною кількості пар полюсів  $p$ . При цьому здійснюється ступеневе регулювання обертів.

Технічно цей спосіб можна реалізувати таким чином:

а) в пазах дві обмотки статора з різним числом  $p$ . Але це невигідно, оскільки збільшує вартість і розміри двигуна, крім того, в кожний момент працює тільки одна обмотка;

б) перемиканням катушок змінювати ширину полюсів статорного поля (рис. 10.15). У першому випадку (рис. 10.15, а) катушки кожної фази ввімкнені послідовно, а у другому (рис. 10.15, б) – паралельно. У результаті змінюється напрямок струму в провідниках, з яких складається обмотка фази, і топографія магнітного поля стає іншою. В першому випадку магнітне число пар полюсів  $p = 2$ ,

а швидкість обертання магнітного поля статора  $n_1 = 1500$  об/хв, у другому випадку  $p = 1$ , а  $n_1 = 3000$  об/хв під час підключення до джерела промислової частоти. Це так звані *багатошвидкісні двигуни*.

Роторне регулювання:

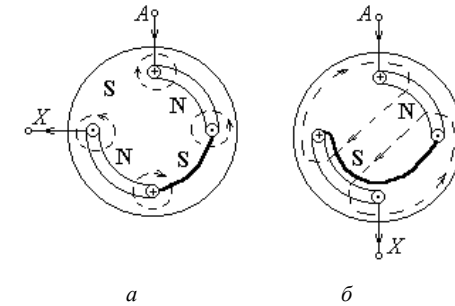


Рис. 10.15. Полюсне регулювання частоти обертання двигуна:  
а – послідовне ввімкнення; б – паралельне ввімкнення катушок

а) реалізують уведенням реостата  $R_d$  у коло обмотки ротора з опором  $R_2$  (рис. 10.16, а);

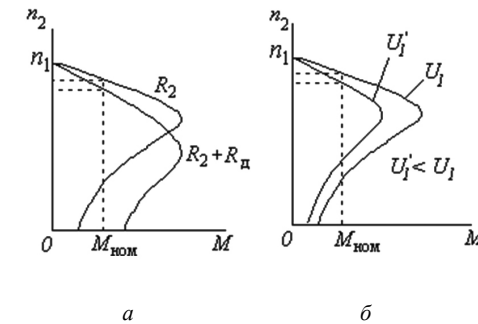


Рис.10.16. Роторне регулювання частоти обертання двигуна:  
а – уведення реостата  $R_d$ ; б – зміння напруги  $U_1$

За такого регулювання можна змінювати швидкість асинхронного двигуна у незначному діапазоні 3...5 %.

б) змінням напруги  $U_1$ , підведеної до двигуна.

У разі зменшення напруги оберти також не сильно знижуються  $U \downarrow \Rightarrow n_2 \downarrow$ . Але при цьому істотно зменшується і момент на валу  $M \sim U^2$ . Тому таке регулювання можна здійснювати в режимі НХ.

На рис. 10.16 діапазон зміни частоти обертання ротора зображений на вертикальній осі двома штриховими лініями.

### 10.10. Гальмівні режими асинхронного двигуна

В умовах експлуатації, особливо в автоматизованому приводі з циклічним характером роботи, часто виникає необхідність гальмування двигуна з метою пришвидшити його зупинку. Тоді гальмування здійснюється за допомогою механічних та електромеханічних гальм, а також електричними засобами.

Розглянемо електричні способи гальмування, які відрізняються простотою, зручністю, надійністю та не вимагають додаткового обладнання. Для електричного гальмування використовуються властивості електродвигуна розвивати гальмівний момент у спеціальних режимах.

Гальмування через противімкнення відбувається у тому випадку, коли ротор під дією зовнішнього моменту обертається проти магнітного поля машини.

Практично таке гальмування здійснюється перемиканням на ходу двигуна двох фаз обмотки статора, що призводить до швидкого змінення напрямку обертання поля, діючого проти ротора, що обертається по інерції. За швидкості обертання, що дорівнює нулю, необхідно вимкнути двигун від мережі, інакше двигун почне розганятись у протилежний бік.

Недоліки гальмування через противімкнення полягають у підвищеному споживання електроенергії від мережі та можливого перегрівання обмоток двигуна.

Генераторне гальмування супроводжується віддаванням двигуном енергії у мережу й тому ще зветься рекуперативним. Генераторний режим можливий за умови, якщо ротор буде обганяти магнітне поле статора ( $n_2 > n_1$ ), що відповідає від'ємному ковзанню. Через від'ємне ковзання в режимі генераторного гальмування максимальний момент має більше значення, ніж у режимі двигуна.

Генераторне гальмування асинхронного двигуна можливо також реалізувати, якщо асинхронний двигун перемкнати на ходу на меншу кількість пар полюсів: було наприклад ( $p = 1$ ,  $n_1 = 3000$  об/хв), а стане ( $p = 2$ ,  $n_1 = 1500$  об/хв). Це неповне гальмування.

У цьому режимі кінетична енергія обертального ротора та робочої машини віддається в мережу у вигляді електроенергії.

Динамічне гальмування асинхронного двигуна здійснюється вимкненням його обмотки статора від мережі та підключенням її до джерела постійного струму. Провідники обмотки короткозамкненого ротора асинхронного двигуна, що обертається по інерції, будуть перетинати постійне й нерухоме у просторі магнітне поле статора, і в них виникнуть індукційні струми, взаємодія яких з полем машини створює гальмівний момент.

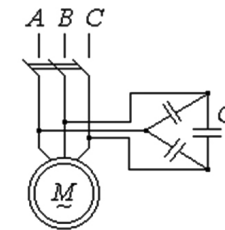


Рис. 10.17. Схема конденсаторного гальмування двигуна

Конденсаторне гальмування застосовується відносно рідко для асинхронних двигунів невеликої потужності.

Асинхронний двигун може працювати у режимі генератора зі самозбудженням від паралельно ввімкненої батареї конденсаторів C (рис. 10.17). Однак при цьому гальмування відбувається не до повної зупинки (до  $0,2 \dots 0,6 n_1$ ). Остаточню ( $n_1 = 0$ ) двигун можна загальмувати динамічним гальмуванням або закорочуванням статорної обмотки.

### 10.11. Однофазні асинхронні двигуни

Однофазні асинхронні двигуни широко застосовуються в автоматизованих пристроях, електроприводах станків малої потужності та інструменту, побутових пристроях і машинах, де непотрібно регулювання частоти обертання. Це двигуни невеликої потужності (до 600 Вт). Вони мають низький ККД (25–70 %) і малий коефіцієнт потужності ( $\cos\varphi = 0,6 \dots 0,7$ ).

Однофазний асинхронний двигун складається зі статора з однофазною робочою обмоткою. Змінний струм, проходячи по однофазній обмотці статора, утворює пульсуюче магнітне поле:

$$B(\alpha, t) = B_m \cos \alpha \cdot \sin \omega t, \quad (10.35)$$

де  $\alpha$  – просторова координата індукції магнітного потоку вздовж окружності по внутрішньому діаметру статора.

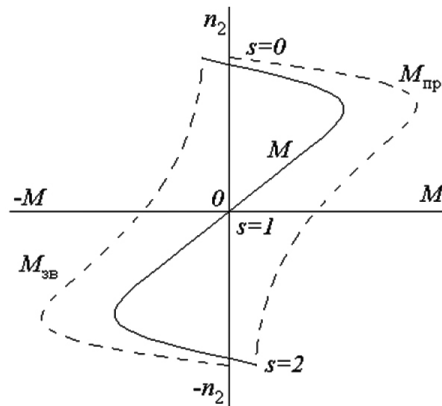


Рис. 10.18. Механічна характеристика однофазного асинхронного двигуна

Пульсуюче магнітне поле представимо двома магнітними полями, що обертаються з однаковою частотою, але у протилежних напрямках:

$$B(\alpha, t) = B_m \cos \alpha \cdot \sin \omega t = \frac{1}{2} B_m \sin(\omega t - \alpha) + \frac{1}{2} B_m \sin(\omega t + \alpha) = B_{\text{пр}} + B_{\text{зв}}, \quad (10.36)$$

де  $B_{\text{пр}}$  і  $B_{\text{зв}}$  – відповідно індукції прямого і зворотного магнітного поля.

Під дією двох полів  $B_{\text{пр}}$  і  $B_{\text{зв}}$  утворюються і два моменти  $M_{\text{пр}}$  і  $M_{\text{обр}}$ . (рис. 10.18). Оскільки електромагнітні моменти  $M_{\text{пр}}$  і  $M_{\text{зв}}$  діють зустрічно за однакової частоти обертання, то їх результуючий момент, діючий на ротор однофазного АД, дорівнює:

$$M(n) = M_{\text{пр}}(n) - M_{\text{зв}}(n). \quad (10.37)$$

У момент пуску  $M(0) = 0$  і ротор залишається нерухомим. Тому для двигуна потрібен пускач. Однофазний асинхронний двигун не має пускового моменту, але має обертальний момент за будь-якої іншої швидкості ротора, якщо ротор якимось способом приведений у обертання. Він не має пускового моменту, але має обертальний момент за будь-якої іншої швидкості ротора, якщо ротор якимось способом приведений у обертання. З цієї ж причини в умовах експлуатації працюючого трифазного асинхронного двигуна у випадку обриву однієї фази (або перегорання запобіжника) трифазний двигун переходить у режим однофазного.

При цьому асинхронний двигун не зупиниться і буде працювати на двох фазах. Але виникає перевантаження асинхронного двигуна, що супроводжується перегріванням його ізоляції, і в подальшому двигун виходить з ладу. Крім того, у разі обриву фази статорної обмотки виникає характерне гудіння, значно зростає струм та збільшується перегрівання і знижується частота обертання.

Наявність зворотного (інверсного) поля призводить до утворення гальмівного (інверсного) моменту  $M_{\text{зв}}$ . Інверсне поле обертається відносно ротора майже з подвійною частотою (~100 Гц), а пряме поле має частоту  $f = 2 \dots 5$  Гц. Тому різко зростають втрати у сталі. Зростають також втрати у міді, оскільки обмотка статора обертає два поля: у роторі проходять два струми. Це відбивається на  $\cos \varphi$ , який у однофазних двигунів нижче, ніж у трифазних, оскільки одне з полів не робоче. Прийнято вважати, що однофазний асинхронний двигун дає 2/3 потужності трифазного двигуна тих самих габаритів.

*Однофазний асинхронний двигун із пусковою обмоткою.*

Щоб магнітне поле статора стало обертальним, потрібно, щоб крім основної робочої обмотки  $L_{\text{р}}$ , була ще одна допоміжна пускова обмотка  $L_{\text{п}}$ , вісь якої зсунута у просторі відносно осі робочої обмотки на  $90^\circ$  (рис. 10.19).

Струми у цих обмотках  $I_p$  і  $I_n$  мають бути зсунуті по фазі відносно один одного на електричний кут  $90^\circ$ . Обидві обмотки утворюють пульсуючі нерухомі магнітні поля в повітряному зазорі машини, зворотні хвилі яких компенсують одна одну, тому що знаходяться у протифазі, а прямі хвилі співпадають по фазі й утворюють результуючу хвилю, яка рухається у прямому напрямку.

Конструктивно  $2/3$  пазів займає робоча обмотка, а  $1/3$  – пускова обмотка. При цьому в пускову обмотку асинхронного двигуна вмикається елемент, що зсуває фазу – активний, індуктивний або ємнісний опір.

Після пуску двигуна ця обмотка відмикається від мережі автоматично за допомогою центробіжного вимикача, спеціального реле або вручну кнопковим вимикачем. Найкращі пускові властивості мають однофазні асинхронні двигуни з використанням в колі пускової обмотки конденсатора (рис. 10.19).

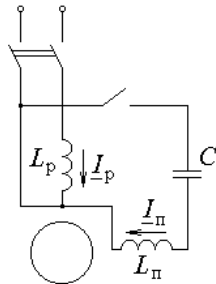


Рис. 10.19. Схема однофазного ТАД з пусковою обмоткою

Під час використання трифазних асинхронних двигунів для роботи від однофазної мережі дві фази обмотки статора, з'єднані послідовно, можна зробити робочими, а третю – пусковою (рис. 10.20).

Для цього у пускову обмотку послідовно під'єднують конденсатор зі значною ємністю: 40–80 мкФ на 1 кВт потужності двигуна. При цьому потужність двигуна зменшується приблизно на 30 %.

Необхідна ємність робочого конденсатора  $C_p$ : у разі сполучення у “трикутник” робоча ємність дорівнює:

$$C_p = 4800 \frac{I_{\text{ном}}}{U_{\text{ном}}} \text{ мкФ};$$

у разі сполучення у “зірку” робоча ємність дорівнює:

$$C_p = 2800 \frac{I_{\text{ном}}}{U_{\text{ном}}} \text{ мкФ}.$$

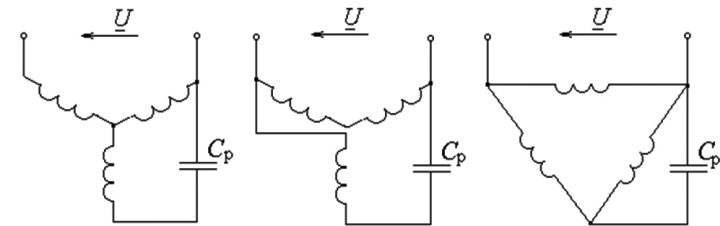


Рис. 10.20. Схеми з'єднання статорних обмоток трифазного асинхронного двигуна під час під'єднання до однофазної мережі

Під час використання пускового конденсатора його ємність дорівнює:

$$C_n = (2 \dots 3) C_p.$$

*Конденсаторний асинхронний двигун.*

Такий асинхронний двигун відрізняється від однофазного асинхронного з конденсаторним пуском (рис. 10.19) лише тим, що після пуску двигуна пускова обмотка не відмикається – вона розрахована на тривалу роботу. В цьому випадку пускова і робоча обмотки у статорі займають однакову кількість пазів. Двигун працює з обертовим моментом, і тому за своїми властивостями наближається до трифазного асинхронного двигуна.

Щоб збільшити пусковий момент конденсаторного двигуна, паралельно робочому конденсатору вмикають на період пуску додатковий пусковий конденсатор великої ємності.

## 10.12. Лінійні асинхронні двигуни

У лінійних асинхронних двигунах (ЛАД) електрична енергія перетворюється у механічну енергію прямолінійного переміщення робочого органа машин або механізмів. У цих агрегатах ЛАД мають значні переваги перед звичайними двигунами з обертовим ротором, оскільки відсутня громіздка проміжна ланка, яка перетворює обертовий рух у поступальний або зворотно-поступальний, що істотно зменшує втрати енергії, збільшує ККД та надійність установки. Лінійний асинхронний двигун може бути виконаний безконтактним між статором і вторинним елементом двигуна.

ЛАД поділяються на машини, що мають прямолінійний рух поперечного магнітного поля (плоскі двигуни) і на ті, що мають рух магнітного поля по дузі (циліндричні двигуни). ЛАД складається з нерухомого статора (рис. 10.21), до складу якого входить сталеве осердя 1, в якому укладена трифазна обмотка 2, і бігуна, який складається з осердя 3 із короткозамкненою обмоткою 4 типа “біляча клітка”.

Статор – первинний елемент плоского двигуна, містить трифазну обмотку, з’єднану “зіркою” або “трикутником” і розгорнуту у площину (в плоских машинах), і плоске сталеве осердя, в пазах якого розміщена ця обмотка.

Бігун – вторинний елемент двигуна, частина, що прямолінійно рухається зі швидкістю  $V_2$ , спричиняє до руху робочий орган якогось пристрою.

Довжина розгортки статора розраховується за формулою:  $l = 2 \cdot \pi \cdot \tau$ ,

де  $\tau$  – полюсне ділення.

Лінійна швидкість магнітного поля статора:  $V_1 = 2\pi \cdot f_1$ ,

де  $f_1$  – частота струму статора.

Формула ковзання ЛАД має такий вигляд:

$$s = \frac{V_1 - V_2}{V_1}. \quad (10.38)$$

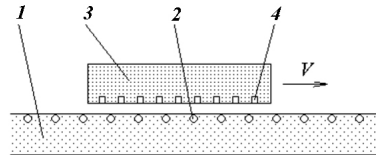


Рис. 10.21. Схема будови ЛАД:

1 – сталеве осердя; 2 – трифазна

обмотка; 3 – осердя бігуна;

4 – короткозамкнена обмотка;

За розмірами ЛАД бувають з коротким статором і коротким бігуном. За типом магнітопровода первинної частини плоскі ЛАД можуть бути виконані з одно- та двостороннім статором. У циліндричному ЛАД поверхні статора та ротора виконуються циліндричними, і бігун розміщується всередині статора.

Обмотки ЛАД з’єднуються за тими ж схемами, що й обмотки звичайних асинхронних двигунів.

## 10.13. Основні типи асинхронних двигунів, що застосовуються в галузях промисловості та у військовій справі

Асинхронні двигуни є основним типом сучасних промислових двигунів із масовим застосуванням в усіх галузях промисловості та побуту. Їх випуск заводами має характер серійного конвеєрного виробництва (під серією мають на увазі низку машин однакової конструкції з уніфікованими деталями та закономірно зростаючою потужністю й геометричними розмірами). Розглянемо деякі з них.

Трифазні загальнопромислові асинхронні двигуни серії АО10 з короткозамкненим ротором (рис. 10.22, а) призначені для тривалого режиму роботи у складі привода різних механізмів: вентиляторів, насосів, димососів, млинів, дробарок, станків та інших пристроїв.

Малошумні трифазні асинхронні двошвидкісні електродвигуни серії 4 АЛ (рис. 10.22, б) призначені для повторно-короткочасного режиму роботи у складі приводів вантажних, вантажопасажирських та пасажирських ліфтів для жилих, громадських та промислових споруд.

Трифазні загальнопромислові асинхронні двигуни серії А4 призначені для тривалого режиму роботи (рис. 10.22, в).

Високовольтні електродвигуни серії А4 призначені для роботи у складі привода різних механізмів від мережі змінного струму напругою 6 та 3 кВ для потреб різних галузей промисловості, електростанцій різного типу, в тому числі атомних.

Високовольтні АЕ4 призначені для роботи у складі п’ятимашинних перетворювальних агрегатів екскаваторів.



Двигуни однофазні серії АІР (рис. 10.22, *з*) призначені для комплектації електроприводів побутового та промислового призначення різних механізмів (деревооброблювальних станків, насосів та ін.). Однофазні двигуни випускаються в тих же конструкційних виконаннях, що й двигуни серії АІР і відповідають їм за своїми основними розмірами. Двигуни працюють з приєднаним робочим конденсатором.

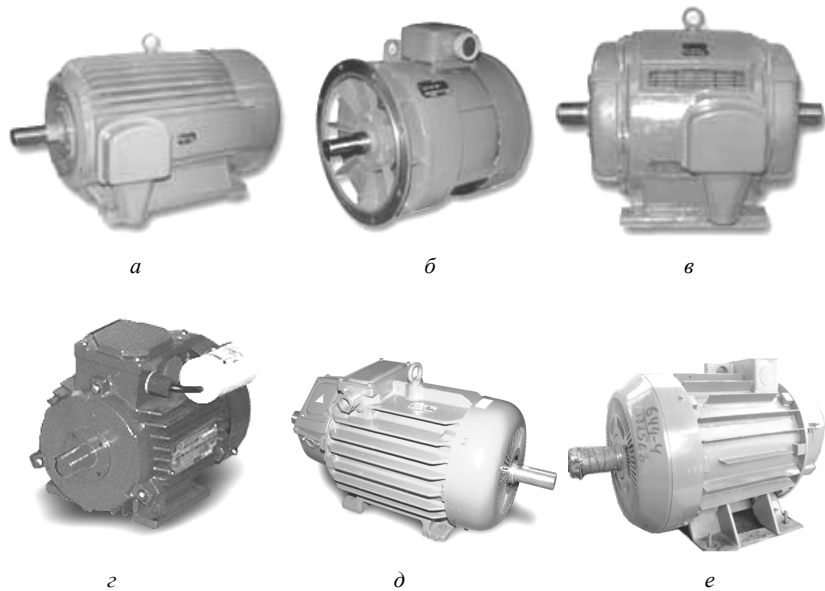


Рис. 10.22. Загальний вигляд асинхронних двигунів:

*а* – серія АО10; *б* – серія 4АЛ; *в* – серія А4;  
*г* – серія АІР; *д* – серії МТ, МТН, 4МТМ, 4МТН; *е* – серії МТКФ, МТКН, 4МТКН

Електродвигуни типу МТ, МТН, 4 МТМ, 4 МТН із фазним ротором працюють у приводах металургійних агрегатів і підйомно-транспортних механізмах (рис. 10.22, *д*).

Двигуни серії МТКФ, МТКН, 4МТКН із короткозамкненим ротором, що обдувається в закритому виконанні, призначені для роботи за підвищеної температури зовнішнього середовища до  $+40^{\circ}\text{C}$  напругою 220/380, 230/400, 240/415, 380/660, 380, 415, 500 В (рис. 10.22, *е*). Вони застосовуються в житловому та

капітальному будівництві, енергетиці, на транспорті, в гірничодобувній і металургійній галузях промисловості.

Широке розповсюдження в системах стабілізації танкового озброєння набули асинхронні двигуни оберненої конструкції (рис. 10.23), наприклад, електродвигуни (гіромотори) гіроскопічних систем.

Гіромотор – це трифазний асинхронний двигун із короткозамкненим зовнішнім ротором і внутрішнім статором. Ротори гіроскопів приводяться в обертання високошвидкісним обертовим полем за рахунок підвищених частот змінної напруги (400, 500, 1000 Гц) джерел живлення.

На рис. 10.23 зображено загальну будову гіроскопічного двигуна.

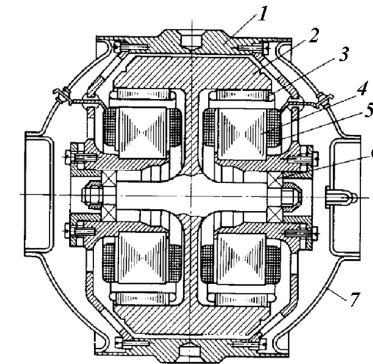


Рис. 10.23. Загальна будова гіроскопічного двигуна:

*1* – корпус; *2* – маховик; *3* – магнітопровід ротора з “білячою кліткою”;  
*4* – магнітопровід статора; *5* – обмотка статора; *6* – шарикопідшипник;  
*7* – кожух герметизованої камери

Ці двигуни працюють без механічного навантаження на валу, тож електромагнітний момент гіроскопічного двигуна під час стаціонарного режиму має бути розрахованим лише на переборення тертя в підшипниках і тертя деталей об повітря.

Для зменшення втрат на тертя в двигуні використовують надзвичайно якісні підшипники, ротори виконують з високою якістю обробки, балансують та

розміщують у герметичних камерах із вакуумом або заповнених розрядженим газом (гелій, водень тощо).

Для підвищення динамічного моменту гіроскопічні двигуни повинні мати великі оберти ( $n_2 > 20000$  об/хв.). Для цього гіромотори виконують з одною парою полюсів  $p$  і живлять від джерела трифазної напруги з підвищеною частотою: 400, 500, 1000 Гц.

Виконання двигунів із високою швидкістю обертання дає можливість зменшити габарити та масу машин.

Для підвищення точності роботи гіроскопічного пристрою двигуни повинні мати дуже жорстку характеристику (відповідно, малий опір обмотки ротора) та стабільну напругу джерела за величиною і частотою.

Для скорочення часу, призначеного на розгін, ці двигуни виконують з великим пусковим моментом.

Практичне використання в системах стабілізації знайшли гіромотори типу ГМА-411 (рис. 10.24).

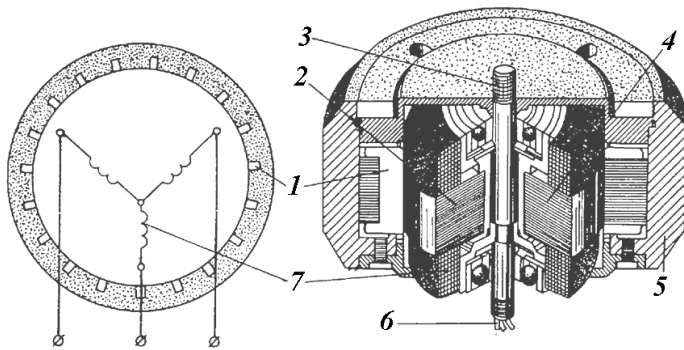


Рис. 10.24. Гіромотор ГМА-411 і його електрична схема:

1 стрижень обмотки ротора; 2 статор; 3 вісь гіромотора; 4 пакет електротехнічної сталі статора; 5 маховик ротора; 6 електропровідники живлення обмотки статора; 7 трифазна обмотка статора

## 10.14. Приклади розрахунку параметрів і характеристик

### асинхронних двигунів

Приклад 1. Трифазний асинхронний двигун включений у трифазну мережу з частотою  $f_1 = 50$  Гц. Технічні дані двигуна: кількість полюсів  $2p = 6$ ; номінальне ковзання  $S_{\text{ном}} = 0,03$ ; перевантажувальна здатність  $\lambda_M = 2,2$ . Визначити синхронну частоту обертання поля статора; номінальну і критичну частоти обертання ротора; діапазон частот, за яких можлива стійка робота двигуна.

Розв'язання. Синхронна частота обертання поля статора:

$$n_1 = \frac{60 f_1}{p} = \frac{60 \cdot 50}{3} = 1000 \text{ об/хв.}$$

Номінальна частота обертання ротора:

$$n_2 = n_1 (1 - S_{\text{ном}}) = 1000(1 - 0,03) = 970 \text{ об/хв.}$$

Критичне ковзання:

$$S_{\text{кр}} = S_{\text{ном}} (\lambda_M + \sqrt{\lambda_M^2 - 1}) = 0,03(2,2 + \sqrt{2,2^2 - 1}) = 0,125.$$

Критична частота обертання ротора:

$$n_{\text{кр}} = n_1 (1 - S_{\text{кр}}) = 1000(1 - 0,125) = 875 \text{ об/хв.}$$

Стійка робота двигуна можлива в діапазоні частот обертання від  $n_1 = 1000$  об/хв. до  $n_{\text{кр}} = 875$  об/хв.

Приклад 2. Трифазний асинхронний двигун має наступні технічні дані: номінальна потужність на валу двигуна  $P_{2\text{ном}} = 0,55$  кВт; номінальна лінійна напруга  $U_1 = 380/220$  В за частоти  $f_1 = 50$  Гц; номінальний коефіцієнт потужності  $\cos \varphi_{1\text{ном}} = 0,65$ ; номінальний ККД  $\eta_{\text{ном}} = 0,64$ ; кратність пускового струму  $m_I = I_{\text{пуск}} / I_{\text{ном}} = 3,5$ ; лінійна напруга мережі  $U_1 = 220$  В. Визначити номінальну потужність  $P_{1\text{ном}}$ , що споживається двигуном із мережі; номінальний  $I_{\text{ном}}$  і пусковий  $I_{\text{пуск}}$  струми двигуна.

Розв'язання. Номінальна потужність, що споживається двигуном із мережі:

$$P_{1\text{ном}} = \frac{P_{2\text{ном}}}{\eta_{\text{ном}}} = \frac{0,55}{0,64} = 0,859 \text{ кВт.}$$

У разі заданої напруги мережі  $U_1 = 220$  В фази обмотки статора з'єднуються „трикутником” (рис. 10.25, а).

Номінальний лінійний струм двигуна:

$$I_{\text{л ном}} = \frac{P_{2\text{ном}}}{\sqrt{3} U_{\text{м}} \cos \varphi_{1\text{ном}} \eta_{\text{ном}}} = \frac{0,55 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0,65 \cdot 0,64} = 3,47 \text{ А.}$$

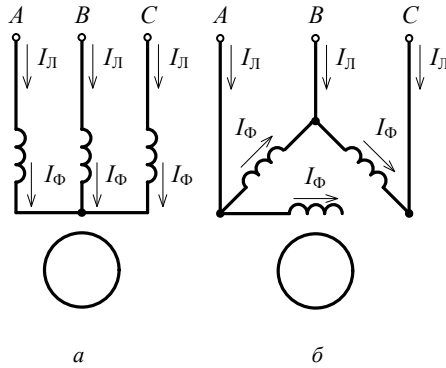


Рисунок. 10.25. Способи з'єднання трифазної обмотки статора:

*a* – з'єднання зіркою; *б* – з'єднання трикутником

У разі з'єднання обмотки статора „трикутником” номінальний фазний струм:

$$I_{\text{ф ном}} = \frac{I_{\text{л ном}}}{\sqrt{3}} = \frac{3,47}{1,73} = 2 \text{ А.}$$

Пускові струми двигуна:

– лінійний  $I_{\text{л пуск}} = m_I I_{\text{л ном}} = 3,5 \cdot 3,47 = 12,2 \text{ А};$

– фазний  $I_{\text{ф пуск}} = m_I I_{\text{ф ном}} = 3,5 \cdot 2 = 7 \text{ А.}$

Приклад 3. Трифазний асинхронний двигун вмикається в мережу з лінійною напругою  $U_1 = 380 \text{ В}$  і має наступні дані: номінальна потужність на валу двигуна  $P_{2\text{ном}} = 11 \text{ кВт}$ ; номінальна напруга  $U_1 = 380/220 \text{ В}$  за частоти  $f_1 = 50 \text{ Гц}$ ; номінальний ККД  $\eta_{\text{ном}} = 0,88$ ; номінальне ковзання  $S_{\text{ном}} = 0,04$ ; кількість полюсів  $2p = 4$ . Визначити номінальні: лінійний  $I_{\text{л ном}}$  і фазний  $I_{\text{ф ном}}$  струми двигуна; частоту обертання поля статора  $n_1$ ; частоту обертання ротора  $n_{2\text{ном}}$ ; обертальний момент  $M_{\text{ном}}$ .

Розв'язання. Для заданої лінійної напруги мережі  $U_1 = 380 \text{ В}$  обмотку статора необхідно з'єднати „зіркою” (рис. 10.25, *б*).

У разі цього номінальні лінійний і фазний струми двигуна однакові:

$$I_{\text{л ном}} = I_{\text{ф ном}} = \frac{P_{2\text{ном}}}{\sqrt{3} U_{\text{м}} \cos \varphi_{1\text{ном}} \eta_{\text{ном}}} = \frac{11 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,87 \cdot 0,88} = 21,8 \text{ А.}$$

Синхронна частота обертання поля статора:

$$n_1 = \frac{60 f_1}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1500 \text{ об/хв.}$$

Номінальна частота обертання ротора:

$$n_{2\text{ном}} = n_1 (1 - S_{\text{ном}}) = 1500 (1 - 0,04) = 1440 \text{ об/хв.}$$

Номінальний обертальний момент:

$$M_{\text{ном}} = 9,55 \frac{P_{2\text{ном}}}{n_{2\text{ном}}} = 9,55 \frac{11 \cdot 10^3}{1440} = 72,95 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

Приклад 4. Трифазний асинхронний двигун з номінальними потужністю  $P_{2\text{ном}} = 0,55 \text{ кВт}$  і частотою обертання поля статора  $n_{1\text{ном}} = 750 \text{ об/хв}$  має кратність максимального моменту  $\lambda_M = M_{\text{max}} / M_{\text{ном}} = 1,7$ ; номінальне ковзання  $S_{\text{ном}} = 0,091$ .

Розрахувати і побудувати механічні характеристики двигуна  $n_2(M)$  і  $M(S)$  за  $U_1 = 380 \text{ В} = \text{const}$ ; визначити пусковий момент  $M_{\text{пуск}}$  і його кратність  $k_{\text{п}}$  по відношенню до номінального моменту.

Розв'язання. Механічні характеристики розраховуються за умови, що  $U_1 = \text{const}$ , на основі виразів:

$$M = \frac{2 M_{\text{max}}}{S/S_{\text{кр}} + S_{\text{кр}}/S}; \quad n_2 = n_1 (1 - S); \quad S = S \left( \lambda_M + \sqrt{\lambda_M^2 - 1} \right);$$

$$M_{\text{ном}} = 9,55 \frac{P_{2\text{ном}}}{n_{2\text{ном}}}; \quad M_{\text{max}} = \lambda_M M_{\text{ном}}.$$

За даними задачі і зазначених формул визначаємо:

$$n_{2\text{ном}} = 682 \text{ об/хв}; \quad S_{\text{кр}} = 0,28; \quad M_{\text{ном}} = 7,7 \text{ Н} \cdot \text{м}; \quad M_{\text{max}} = 13,1 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

Задаючись значеннями  $S$  від 0 до 1, визначаємо  $M$  і  $n_2$ . Результати розрахунків зведені у табл. 10.1.

Пусковий момент двигуна визначається за  $S = 1$  і складає  $M_{\text{пуск}} = 6,8 \text{ Н} \cdot \text{м}$ , а його кратність:

$$k_{\text{п}} = \frac{M_{\text{пуск}}}{M_{\text{ном}}} = \frac{6,8}{7,7} = 0,884.$$

Таблиця 10.1

**Механічні характеристики асинхронного двигуна**

$S$	0	0,05	0,091	0,2	0,28	0,4	0,6	0,8	1,0
$n_2, \text{об/х}$	750	712,5	682	600	540	450	300	150	0
$\text{в}$									
$M, \text{Н·м}$	0	4,53	7,7	12,39	13,1	12,31	10,04	8,17	6,8

За даними табл. 10.1 побудуємо механічні характеристики  $M(S)$  (рис. 10.26, а) і  $n_2(M)$  (рис. 10.26, б) за  $U_1 = \text{const}$ .

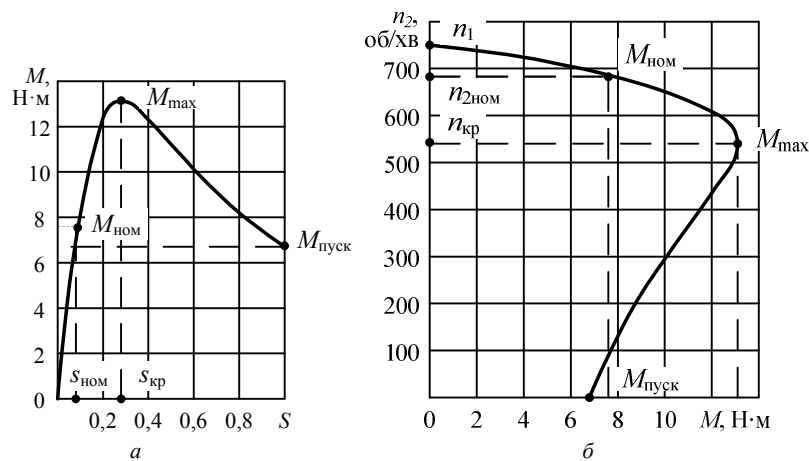


Рисунок 10.26. Механічні характеристики асинхронного двигуна:

а –  $M(S)$ ; б –  $n_2(M)$ **Контрольні запитання**

1. Наведіть загальну будову та принцип дії трифазного асинхронного двигуна.
2. Яка різниця між двигуном із фазним і короткозамкненим ротором?
3. Вкажіть основні фізичні та робочі параметри асинхронного двигуна.
4. Наведіть рівняння електричного стану кіл статора і ротора.
5. Побудуйте енергетичну діаграму втрат і ККД асинхронного двигуна.
6. Побудуйте механічні характеристики  $M(s)$ ,  $n_2(M)$  асинхронного двигуна.
7. Вкажіть, які існують способи пуску та регулювання частоти ТАД.

**11. ТРИФАЗНІ СИНХРОННІ МАШИНИ**

Синхронні машини використовують як генератори, двигуни та компенсатори змінного струму. Найбільше застосовуються трифазні синхронні генератори, які перетворюють на електростанціях механічну енергію первинного двигуна в електроенергію. Генератори менших потужностей використовуються на літаках, автомобілях, кораблях та ін.

Синхронні двигуни, що перетворюють електричну енергію в механічну, у порівнянні з асинхронними використовуються рідше, головним чином у приводах із постійним режимом роботи, де не вимагається регулювання частоти обертання (потужні насоси, вентилятори, компресори, прокатні стани тощо).

Синхронні компенсатори застосовуються в енергосистемах для компенсації індуктивного зсуву фаз, де вони є генераторами реактивної потужності ємнісного характеру.

**11.1. Будова синхронних машин**

Синхронною (з грецької “одночасною”) називають електричну машину змінного струму, ротор якої має частоту обертання магнітного поля статора. Останню називають синхронною та обчислюють за формулою:

$$n_0 = \frac{60 \cdot f}{p}, \quad (11.1)$$

де  $p$  – кількість пар полюсів статора.

За частоти  $f = 50$  Гц синхронна частота обертання постійна і визначається кількістю пар полюсів машини  $n_0 = \frac{3000}{p}$ .

Синхронна машина складається з нерухомого статора й обертового ротора. Статор синхронної машини такий же, як і в асинхронній машині, тобто він має шихтоване сталеве осердя, у внутрішніх пазах якого укладена трифазна обмотка. Ротор синхронної машини – це система електромагнітів постійного струму, які утворюють

основне магнітне поле машини (рис. 11.1). Конструкційно він може бути явно- та неявнополюсним.

Явнополюсний ротор складається з корпусу ротора, посадженого на вал. До корпусу кріплять полюси, які завжди виконані шихтованими. На полюси намотана обмотка збудження. Неявнополюсний ротор – це масивний суцільний циліндр у вигляді поковки зі спеціальної сталі, на поверхні якої вздовж осі вифреззовані відкриті пази для обмотки збудження.

До обмотки збудження підводять постійний струм через встановлені на валу кільця та щітки. Тобто полюси – це електромагніти, що утворюють основний магнітний потік.

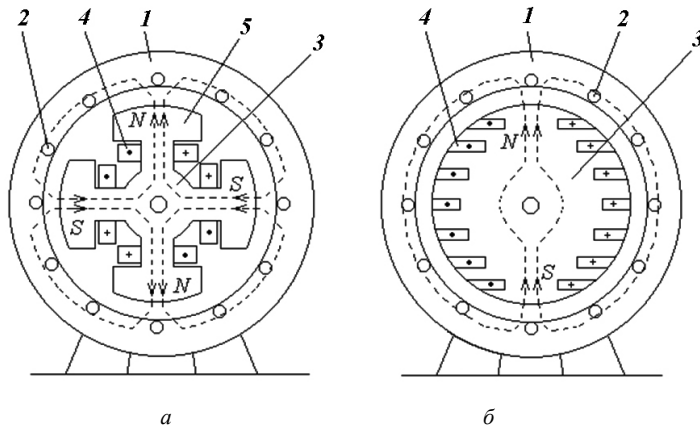


Рис. 11.1. Конструкційна схема:

*а* – явнополюсної; *б* – неявнополюсної синхронної машини;

1 – сталеве осердя статора; 2 – трифазна обмотка; 3 – корпус ротора;

4 – обмотка збудження; 5 – полюси ротора

Синхронна машина з явнополюсним ротором – тихохідна машина (кількість пар полюсів  $p$  до 100). У генератора приводом є водяна турбіна. Такий генератор є гідрогенератором. Синхронна машина з неявнополюсним ротором – швидкохідна машина (кількість пар полюсів  $p = 1$ ). У такого генератора приводом є парова турбіна, тому він називається турбогенератором. Отже, залежно від типу приводного двигуна синхронні генератори поділяють на турбогенератори та гідрогенератори.

Гідрогенератори зазвичай мають значні радіальні розміри, а турбогенератори – значні аксіальні розміри. Гідрогенератор, що встановлений на Дніпровській гідроелектростанції “ДніпроГЕС” (рис. 11.2, *а*), має потужність 72 МВт, частоту обертання ротора 62,5 об/хв, кількість полюсів 96, діаметр ротора 12,92 м, масу 1075 т. Такий генератор монтується з вертикальним розтушуванням вала ротора.

Турбогенератор із водневим охолодженням ТГВ 300 (рис. 11.2, *б*), який мав бути встановлений на Зміївській ТЕС Харківської області мав потужність 300 МВт, частоту обертання 3000 об/хв, одну пару неявних полюсів, номінальну напругу 20 кВ і коефіцієнт потужності 0,8. Цей турбогенератор збудований на Харківському заводі важкого машинобудування та має горизонтальне розташування вала ротора.

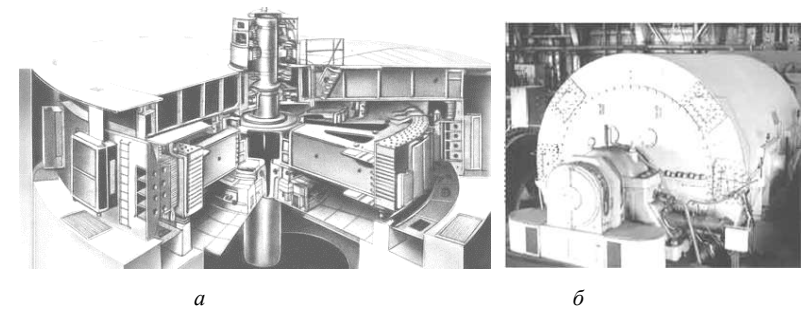


Рис. 11.2. Загальний вигляд:

*а* – гідрогенератора з розрізом; *б* – турбогенератора

За способом збудження обмотки ротора синхронні машини бувають незалежного збудження та з самозбудженням. У разі незалежного збудження обмотка ротора живиться від збудника – генератора постійного струму відносно невеликої потужності, встановленого на кінці вала машини (рис. 11.2, *б*). Обмотка ротора синхронної машини з'єднується з якірною обмоткою збудника через закріплені на валу два мідних кільця і щітки.

У генераторі, який має самозбудження, з обмотки статора знімається трифазна напруга, потім вона випрямляється через трифазний випрямляч і подається струм в обмотку збудження ротора.

## 11.2. Принцип дії синхронного генератора

Обмоткою збудження утворюється основний магнітний потік  $\Phi_0$ . Полюсні наконечники виконують так, щоб індукція у повітряному проміжку мала синусоїдний характер. У цьому випадку під час обертання ротора в обмотці статора за законом електромагнітної індукції наводитиметься синусоїдна ЕРС. Діюче значення ЕРС одної фази обмотки статора визначається за таким виразом:

$$E = 4,44w \cdot f \cdot \Phi_m k_{\text{обм1}}, \quad (11.2)$$

де  $k_{\text{обм1}}$  – обмотковий коефіцієнт;

$w$  – кількість витків обмотки статора;

$\Phi_m$  – амплітудне значення магнітного потоку.

У синхронного генератора частота виробленої ЕРС постійна:

$$f = \frac{p \cdot n}{60}. \quad (11.3)$$

Тоді формула для ЕРС (11.2) набуває такого вигляду:

$$E = 4,44w \cdot \frac{p \cdot n}{60} \cdot \Phi_m k_{\text{обм1}},$$

або:

$$E = c_E \cdot n \cdot \Phi_m, \quad (11.4)$$

де  $c_E = 4,44 \frac{p}{60} w \cdot k_{\text{обм1}}$  – стала величина для машини.

Оскільки у синхронного генератора швидкість обертання ротора  $n = \text{const}$ , то ЕРС  $E$  визначають через величину магнітного потоку  $\Phi$  і синусоїдний характер магнітної індукції у повітряному проміжку машини.

Неробочий хід синхронного генератора – це такий режим його роботи, за якого зовнішнє коло обмотки статора розімкнуте та струм  $I = 0$ . Струм проходить тільки в обмотці збудження. У цьому режимі струм збудження  $I_z$  створює основний магнітний потік  $\Phi_0$ .

У разі навантаження, тобто під час під'єднання до трифазної обмотки статора трифазного навантаження, в обмотці статора під дією ЕРС  $E$  буде проходити

трифазний струм, який утворює обертальне магнітне поле. Це поле обертається з синхронною швидкістю  $n_0 = \frac{60 \cdot f}{p}$ , тому поле ротора та поле, що створене обмоткою статора, відносно одне одного є нерухомими.

## 11.3. Реакція якоря у синхронному генераторі

Під реакцією якоря розуміють дію магнітного поля статора на основне магнітне поле машини. У машині постійного струму реакція якоря залежить тільки від величини струму якоря. У синхронного генератора реакція якоря залежить не тільки від величини струму статора, але й від характеру навантаження.

Розглянемо три граничні випадки реакції якоря: 1) ЕРС і струм фазної обмотки співпадають за фазою ( $\Psi = 0^\circ$ ); 2) струм відстає від ЕРС на чверть періоду ( $\Psi = 90^\circ$ ); 3) струм випереджає ЕРС на чверть періоду ( $\Psi = -90^\circ$ ).  $\Psi$  – кут зсуву фаз між ЕРС  $E$  та струмом  $I$  статора. В першому випадку навантаження активне, у другому – чисто індуктивне, в третьому – чисто ємнісне.

*Активне навантаження.* За активного навантаження з опором  $R$  струм у кожній фазі статора буде співпадати по фазі з її ЕРС ( $\Psi = 0^\circ$ ). Відповідно їх максимуми настануть одночасно. Якщо ротор генератора обертається за ходом годинникової стрілки, то максимум ЕРС у фазі  $A-X$  буде за такого розташування ротора, коли частина провідника фази  $A$  знаходиться під серединою “північного” полюса  $N$ , а інша частина провідника  $X$  – під серединою “південного” полюса  $S$  (рис. 11.3, а), тому що вісь поля, утвореного статором, перпендикулярна до осі поля полюсів ротора (поздовжнього поля), поле статора називають поперечним. За поперечної реакції якоря до насичення осердя мало змінюється потік полюса  $\Phi_0$  основного поля, оскільки на краю полюса, що набігає, поле статора послаблює поле ротора, а на краю полюса, що збігає – посилює його.

*Чисто індуктивне навантаження.* За чисто індуктивного навантаження генератора струм у фазній обмотці статора  $A-X$  відстає за фазою від ЕРС на чверть періоду ( $\Psi = 90^\circ$ ) і, відповідно, струм досягає максимуму лише через чверть періоду

після досягнення максимуму ЕРС у фазі  $A-X$  (рис. 11.3, б). ЕРС  $E$  буде та ж сама, а струм  $I$  у фазі  $A-X$  відставатиме від  $E$  на  $90^\circ$ .

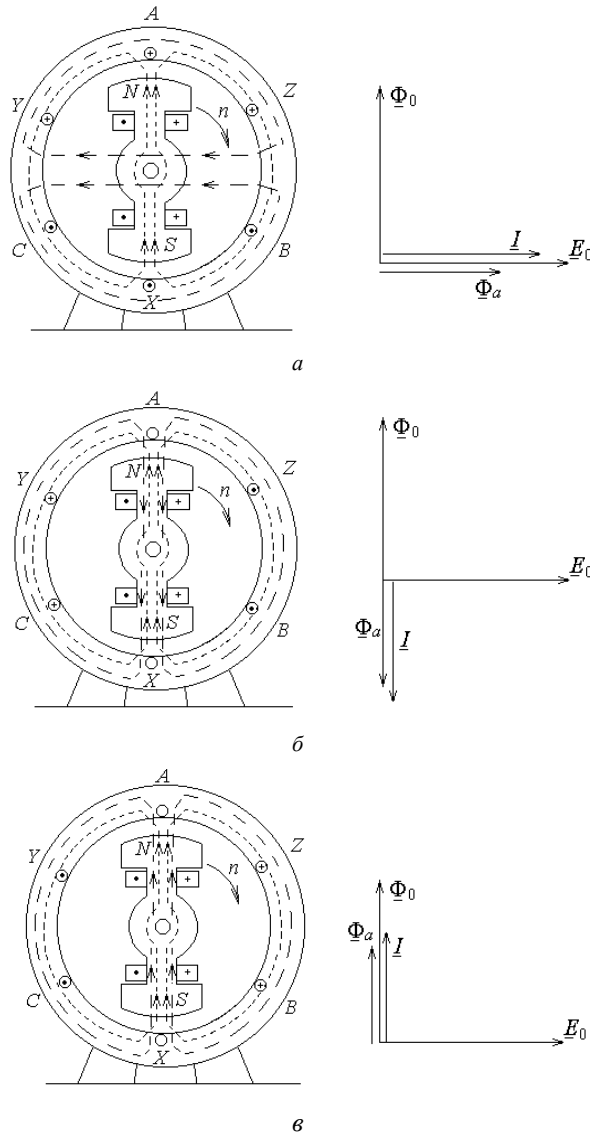


Рис. 11.3. Реакція якоря у синхронному генераторі, якщо навантаження:

$a$  – чисто активне ( $\Psi = 0^\circ$ );  $б$  – чисто індуктивне ( $\Psi = 90^\circ$ );  $в$  – чисто ємнісне ( $\Psi = -90^\circ$ )

Осі полів співпадають, але поле статора діє зустрічно полю ротора. Результоване поле і магнітний потік машини та ЕРС фази генератора значно зменшуються. Оскільки поле якоря діє вздовж основного поля ротора, його називають повздовжньо-розмагнічувальним.

*Чисто ємнісне навантаження.* За чисто ємнісного навантаження ЕРС  $E$  буде та ж сама, а струм  $I$  у фазі  $A-X$  випереджатиме  $E$  на  $90^\circ$  ( $\Psi = -90^\circ$ ). Максимум струму  $I$  у фазі  $A-X$  настає також у разі горизонтального розташування осі полюсів ротора, але коли його “північний” полюс не дійде до площини фази  $A-X$  на  $90^\circ$  (рис. 11.3, в).

Осі полів збігаються, але поле статора діє згідно з полем ротора. Результоване поле, потік машини та ЕРС фази синхронного генератора значно збільшуються. За ємнісного навантаження поле статора називають повздовжньо-намагнічувальним.

Отже, у синхронному генераторі характер реакції якоря визначається через характер навантаження.

У загальному випадку навантаження у синхронного генератора змішане, тому активна складова струму забезпечує потік поперечної реакції якоря, а реактивна складова струму – потік повздовжньої реакції якоря.

#### 11.4. Рівняння електричного стану та векторна діаграма синхронного генератора

Найголовніше для синхронного генератора – виробляти ЕРС, що наводиться у провідниках обмотки статора. Хоча фізично у генераторі поле ротора та поле статора створюють єдине результоване поле машини. Проте у статорі відбувається часткове розсіювання потоку, тому під час визначення напруги на полюсах генератора їх механізм роботи доцільно розглядати окремо, а явище реакції якоря – без урахування насичення осердя.

Кожне з магнітних полів синхронного генератора зчеплене з трифазною обмоткою статора та створює у ній свою ЕРС. Розглянемо ЕРС, струм і напругу для однієї фазної обмотки статора.

Розрізняють такі потоки:

- потік обмотки ротора (збудження)  $\Phi_0$ , який наводить основну ЕРС  $E_0$ ;
- потік реакції якоря  $\Phi_a$ , який наводить ЕРС в якорі:

$$\underline{E}_a = -j \cdot \underline{I} \cdot \underline{X}_a, \quad (11.5)$$

де  $\underline{X}_a$  – індуктивний опір реакції якоря;

- потік розсіювання  $\Phi_s$  наводить ЕРС розсіювання:

$$\underline{E}_s = -j \cdot \underline{I} \cdot \underline{X}_s, \quad (11.6)$$

де  $\underline{X}_s$  – індуктивний опір розсіювання обмотки статора.

За другим законом Кірхгофа для однієї фази обмотки статора можна записати:

$$\underline{E}_0 + \underline{E}_a + \underline{E}_s = \underline{I} \cdot R + \underline{I} \cdot \underline{Z}_H = \underline{I} \cdot R + \underline{U}, \quad (11.7)$$

де  $Z_H$  – опір навантаження;  $R$  – активний опір фази обмотки статора.

Перетворимо це рівняння з урахуванням (11.5) і (11.6):

$$\underline{U} = \underline{E}_0 + \underline{E}_a + \underline{E}_s - \underline{I} \cdot R = \underline{E}_0 - j \cdot \underline{I} (\underline{X}_a + \underline{X}_s) - \underline{I} \cdot R,$$

або остаточно:

$$\underline{U} = \underline{E}_0 - j \cdot \underline{I} \cdot \underline{X}_c - \underline{I} \cdot R, \quad (11.8)$$

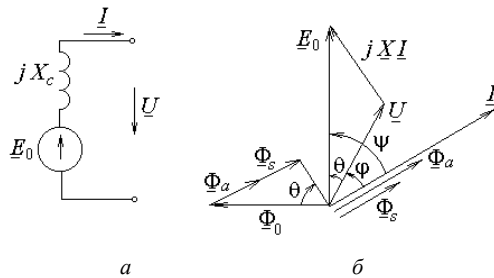


Рис. 11.4. Принцип дії синхронного генератора:

$a$  – схема заміння;  $b$  – векторна діаграма

де  $\underline{X}_c = \underline{X}_a + \underline{X}_s$  – синхронний індуктивний опір обмотки статора.

Зазвичай  $R \ll X_c$ , тому падінням напруги в обмотці статора  $I \cdot R$  можна знехтувати. Остаточно отримаємо таку формулу:

$$\underline{U} = \underline{E}_0 - j \cdot \underline{I} \cdot \underline{X}. \quad (11.9)$$

Такому рівнянню електричної рівноваги відповідають схема заміння та векторна діаграма (рис. 11.4).

Потоки  $\Phi_a$ ,  $\Phi_s$  – збігаються за фазою зі струмом  $I$ , а потік  $\Phi_0$  випереджає ЕРС  $E_0$  на  $90^\circ$ .

В основу векторної діаграми покладена ЕРС генератора  $E_0$ . Для активно-індуктивного навантаження струм  $I$  відстає за фазою від ЕРС  $E_0$  на кут:

$$\Psi = \arctg \frac{X + X_H}{R + R_H}, \quad (11.10)$$

де  $R$ ,  $X$  – це внутрішній опір синхронного генератора (зазначений у каталозі);  $R_H$ ,  $X_H$  – опір навантаження.

Для побудови напруги  $U$  з кінця вектора  $E_0$  перпендикулярно струму  $I$  відкладаємо вектор  $jXI$  (рис. 11.4, б). Між напругою  $U$  та струмом  $I$  зазначаємо кут  $\varphi$ . Між ЕРС  $E_0$  та напругою  $U$  визначають кут  $\theta$  – це кут вильоту синхронного генератора.

Між кутами існує зв'язок:

$$\Psi = \theta + \varphi. \quad (11.11)$$

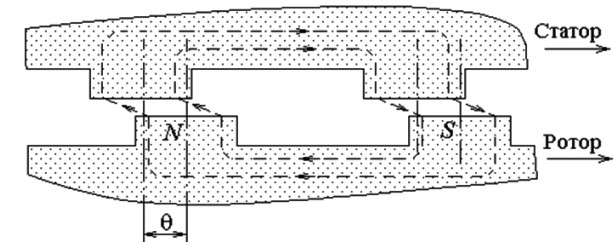


Рис. 11.5. Конфігурація магнітних полів у синхронному генераторі

Фізична суть кута вильоту  $\theta$  полягає в тому, що це кут між віссю полюсів ротора та віссю умовних полюсів статора синхронного генератора (рис. 11.5).



## 11.5. Характеристики синхронного генератора

Про властивості синхронного генератора (СГ) судять за його характеристиками.

*Характеристика неробочого ходу* – це залежність ЕРС генератора від струму збудження  $E(I_3)$  за струму навантаження  $I = 0$  та  $n = n_{\text{ном}}$  (рис. 11.6, а).

За  $I_3 = 0$  остаточною магнітним потоком наводиться невелика ЕРС  $E_{\text{н}}$ .

Оскільки  $E = c_E \cdot n \cdot \Phi_m$ , то у разі збільшення струму збудження зростає магнітний потік і ЕРС:  $I_3 \uparrow \Rightarrow \Phi_0 \uparrow \Rightarrow E \uparrow$ .

Після початкової лінійної ділянки кривої  $E(I_3)$  настає насичення магнітопроводу і виникає злам кривої. Точка  $(U_{\text{ном}}, I_{3\text{ ном}})$  розташована до насичення – так за нею проєктують генератор.

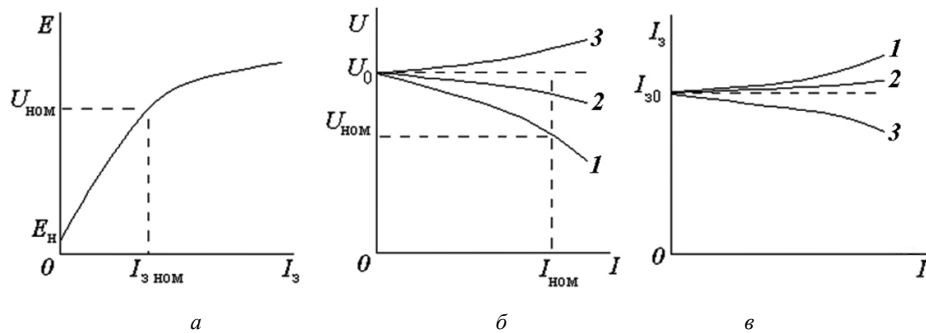


Рис. 11.6. Характеристики синхронного генератора:

а – неробочого ходу; б – зовнішня; в – регульовальна;  
1 –  $\cos \varphi < 1, \varphi > 0$ ; 2 –  $\cos \varphi = 1, \varphi = 0$ ; 3 –  $\cos \varphi < 1, \varphi < 0$

*Зовнішня характеристика* – це залежність напруги генератора від струму в навантаженні  $U(I)$  за  $I_3 = I_{3\text{ ном}}$ ;  $\cos \varphi = \text{const}$ ;  $n = n_{\text{ном}}$  (рис. 11.6, б).

За відсутності струму навантаження  $I = 0$ , як виходить з рівняння (11.8), напруга  $U = U_0$ . Зі зростанням струму  $I$  за активного навантаження напруга  $U$  падає. Змінення напруги відбувається, в основному, внаслідок реакції якоря. Якщо навантаження активне, то потік змінюється несуттєво.

За активно-індуктивного навантаження реакція якоря – повздовжньо-розмагнічувальна. Потік змінюється суттєво, що призводить до сильного змінення напруги. За активно-ємнісного навантаження реакція якоря буде повздовжньо-намагнічувальна, потік зростатиме, що призводить до невеликого збільшення напруги. Стабілізації напруги досягають через регулювання струму збудження генератора.

*Регульовальна характеристика* – це залежність струму збудження від струму навантаження  $I_3(I)$  за умови незмінної напруги  $U = \text{const}$ , а саме за  $U = U_{\text{ном}}$ ;  $\cos \varphi = \text{const}$ ;  $n = n_{\text{ном}}$ . (рис. 11.6, в).

Ця характеристика доводить, як потрібно регулювати струм збудження за змінення навантаження синхронного генератора, щоб напруга на його затисках залишалась незмінною. Це штучна характеристика.

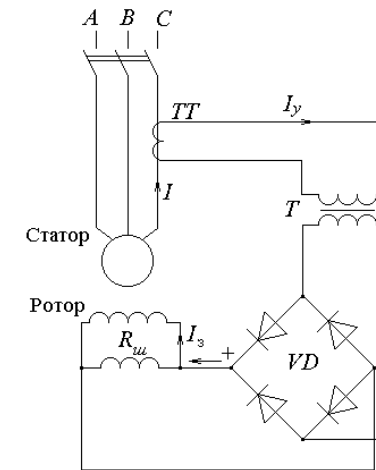


Рис. 11.7. Схема регулювання напруги генератора

Зазвичай регулювання струму збудження  $I_3$ , для того, щоб напруга  $U = \text{const}$  залишалась незмінною у разі змінення навантаження, здійснюється автоматично за схемою (рис. 11.7).

За однофазної схеми регулювання обмотка збудження збудника отримує додаткову енергію від обмотки статора синхронного генератора через

трансформатор струму  $TT$ , знижувальний трансформатор напруги  $T$  і напівпровідниковий випрямляч  $VD$ .

Так, у разі збільшення навантаження  $I$  напруга  $U$  падає (за зовнішньою характеристикою), але у разі цього струм  $I_y$  зростає.

Це призводить до збільшення струму збудження  $I_3$  та збільшення магнітного потоку  $\Phi$ , ЕРС і напруги  $U$ .

### 11.6. Втрати та ККД синхронного генератора

У синхронному генераторі перетворення механічної енергії в електричну супроводжується втратами енергії (рис. 11.8). До синхронного генератора з боку вала підведена механічна потужність  $P_1$ .

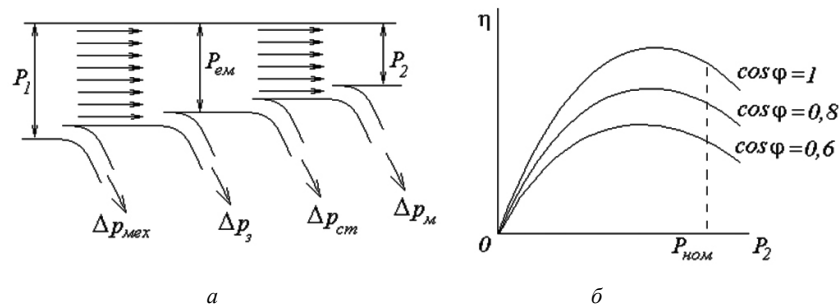


Рис. 11.8. Втрати та ККД синхронного генератора:  
а – енергетична діаграма; б – ККД

У роторі та статорі мають місце такі втрати (рис. 11.8, а):

- $\Delta p_3 = I_3^2 R_3$  втрати на збудження;  $R_3$  – опір кола збудження;
- $\Delta p_{\text{мех}}$  – механічні втрати, спричинені всіма видами тертя;
- втрати магнітні в сталевому осерді статора (перемagnetичування та вихрові струми);

Електромагнітна потужність  $P_{\text{ем}}$  генератора менше механічної потужності  $P_1$  на величину втрат:

$$P_{\text{ем}} = P_1 - (\Delta p_3 + \Delta p_{\text{мех}}) = 3E_0 I \cos \Psi. \quad (11.12)$$

Тут коефіцієнт “3” виникає у формулі оскільки генератор має три фази. Ця електромагнітна потужність передається на статор:

$$- \Delta p_{\text{м}} - \text{втрати в обмотці статора: } \Delta p_{\text{м}} = 3I_{\text{ф}}^2 R;$$

–  $P_2$  – корисна потужність, що віддається у мережу, менше механічної потужності  $P_1$  на величину втрат:

$$P_2 = P_1 - \Delta p, \quad (11.13)$$

де  $\Delta p$  – сума усіх втрат у машині.

Втрати  $\Delta p_{\text{мех}}$ ,  $\Delta p_3$ ,  $\Delta p_{\text{ст}}$  – постійні (не залежать від навантаження) і становлять втрати холостого ходу синхронного генератора.

Втрати  $\Delta p_{\text{м}}$  в обмотці статора – змінні (залежать від зміни навантаження).

Коефіцієнт корисної дії визначається як відношення корисної електричної потужності трифазного синхронного генератора до підведеної до нього механічної потужності:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + \Delta p}. \quad (11.14)$$

Якщо корисну електричну потужність трифазного генератора визначити як:

$$P_2 = 3U_{\text{ф}} I_{\text{ф}} \cos \varphi = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}} \cos \varphi, \quad (11.15)$$

то з цієї формули виходить, що ККД залежить від  $\cos \varphi$  – коефіцієнта потужності навантаження (рис. 11.8, б).

Таким чином, ККД синхронного генератора залежить не тільки від потужності навантаження, але й від коефіцієнта потужності  $\cos \varphi$ .

Сучасні синхронні генератори невеликої та середньої потужності мають ККД 85–90 %; великих потужностей – до 99 %.

### 11.7. Регулювання активної потужності. Кутові характеристики

Електромагнітна потужність  $P_{\text{ем}}$  це частина потужності первинного двигуна  $P_1$ , яка передається на статор синхронного генератора в результаті взаємодії потоків ротора зі струмами в обмотці статора, тобто електромагнітним шляхом, та перетворюється в електричну потужність.

Електромагнітна потужність визначається за формулою:

$$P_{\text{ем}} = 3E_0 I \cos \Psi. \quad (11.16)$$

З подібності трикутників (рис. 11.9, а) розставимо кути. Катет  $bd$  дорівнює:

$$I \cdot X_c \cos \varphi = E_0 \sin \theta. \quad (11.17)$$

$ac \perp E_0$ ,  $bc \perp I$ , відтак кут  $bca = \Psi$ . Для трикутника  $abc$  можемо записати:

$$\cos \Psi = \frac{ac}{bc} = \frac{U \sin \theta}{I \cdot X_c}. \quad (11.18)$$

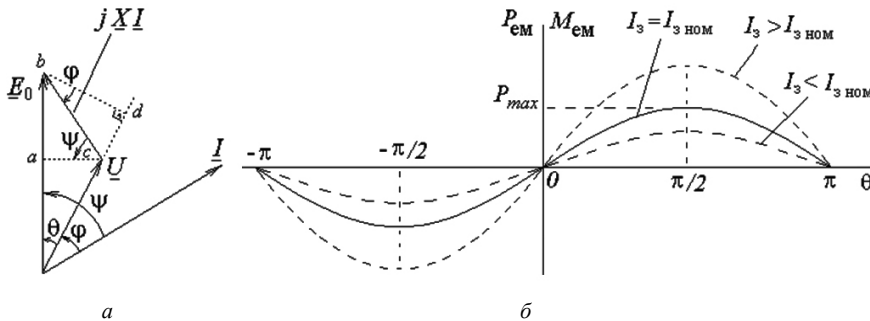


Рис. 11.9. Синхронна машина:

а – векторна діаграма; б – кутова характеристика

Підставляємо значення (11.18) у формулу (11.16) та отримаємо за незмінного струму збудження  $I_3 = \text{const}$  для електромагнітної потужності таке співвідношення:

$$P_{\text{ем}} = 3 \frac{E_0 U}{X_c} \sin \theta. \quad (11.19)$$

Синхронний генератор, ввімкнений у мережу, забезпечує постійну напругу мережі  $U = U_{\text{мережі}} = \text{const}$ .

Електромагнітний момент машини визначаємо за формулою:

$$M_{\text{ем}} = \frac{P_{\text{ем}}}{\omega_p}, \quad (11.20)$$

де  $\omega_p = \frac{2\pi \cdot n}{60}$  – кутова швидкість обертання синхронного генератора.

Але:

$$n = \frac{60 \cdot f}{p},$$

тому:

$$\omega_p = \frac{2\pi \cdot 60 \cdot f}{60 \cdot p} = \frac{2\pi \cdot f}{p} = \frac{\omega}{p}.$$

Отже кутова швидкість обертання синхронного генератора дорівнює:

$$\omega_p = \frac{\omega}{p}, \quad (11.21)$$

де  $\omega$  – кутова частота струму;  $p$  – кількість пар полюсів генератора.

Таким чином, для електромагнітного моменту з урахуванням формули (11.21) виведемо такий вираз:

$$M_{\text{ем}} = \frac{P_{\text{ем}}}{\omega_p} = \frac{P_{\text{ем}} \cdot p}{\omega}. \quad (11.22)$$

Ураховуючи формулу (11.19), остаточно сформулюємо:

$$M_{\text{ем}} = 3 \frac{p E_0 U}{\omega X_c} \sin \theta. \quad (11.23)$$

Залежності  $P_{\text{ем}}(\theta)$  або  $M_{\text{ем}}(\theta)$  – це кутові характеристики синхронної машини (рис. 11.9, б). Зі збільшенням кута  $\theta$  потужність підвищується, досягаючи максимального значення за  $\theta = 90^\circ$ , а потім зменшується до нуля. З рис. 11.9, б також виходить, що за  $\theta = \text{const}$  збільшення струму збудження  $I_3$  генератора призведе до зростання потужності  $P_{\text{ем}}$ .

Кут  $\theta$  характеризує стійкість синхронної машини. Він знаходиться у межах  $0 \leq \theta \leq 90^\circ$ . Номінальній потужності СГ зазвичай відповідає  $\theta_{\text{ном}} \approx 15...20^\circ$ .

Позитивне значення  $\theta$  відповідає генераторному режиму. Якщо кут  $\theta$  від'ємний – це відповідає режиму роботи синхронної машини у режимі двигуна.

У режимі генератора електромагнітний момент  $M_{\text{ем}}$  протидіє обертанню ротора, тобто є гальмівним. У режимі генератора поле ротора ведуче, а поле статора –ведене. У режимі двигуна – навпаки.

У разі збільшення моменту силові лінії все більше деформуються (розтягуються), зростає кут  $\theta$  (див рис. 11.5). Якщо кут  $\theta > 90^\circ$ , то силові лінії рвуться, магнітна сила між ротором та статором порушується, ротор обертається як болванка, оскільки він нічого не обертає. Це явище називають випадінням із синхронізму. Таким чином, тільки у разі визначення кута вильоту в діапазоні  $0 \leq \theta \leq 90^\circ$  синхронний генератор працює стійко.

### 11.8. Стійкість синхронного генератора

Зміна потужності паралельно працюючого з мережею синхронного генератора досягається дією на первинний приводний двигун. Припустимо генератор працював за кута  $\theta_1$  (рис. 11.10). Після збільшення подавання, наприклад водяної пари на турбіну турбогенератора, ротор прискорився і кут  $\theta$  зріс, оскільки збільшився момент приводного двигуна.

Коли кут  $\theta$  зріс, збільшився гальмівний момент і за певного кута  $\theta_2$  знову настане рівновага моментів. Відтак ми збільшили потужність.

У разі надмірного збільшення моменту приводного двигуна гальмівний момент не досягне такого великого значення, тобто вони не врівноважаться і синхронний генератор випаде з синхронізму.

Вводять поняття синхронізуючої потужності:

$$P_x = \frac{dP}{d\theta}, \quad (11.24)$$

яка визначає, наскільки стійкий синхронний генератор за даного кута  $\theta$ .

Від нас залежить, де буде працювати генератор, тобто за якого кута  $\theta$ . За малого кута  $\theta$  мала і потужність  $P$ ; якщо кут  $\theta$  великий, то ми можемо перевантажити генератор і він випаде з синхронізму. Тому обирають кут  $\theta_{\text{ном}} \approx 20^\circ$ .

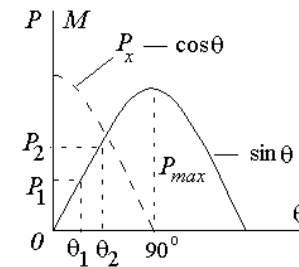


Рис. 11.10. Графік стійкості синхронного генератора

Введемо поняття статичної перевантажувальної здатності синхронного генератора:

$$K_c = \frac{P_{\text{max}}}{P_{\text{ном}}}. \quad (11.25)$$

Оскільки максимальна потужність, як виходить з формули (11.19):

$$P_{\text{max}} = 3 \frac{E_0 U}{X_c}, \quad (11.26)$$

то величина:

$$K_c = \frac{3 \frac{E_0 U}{X_c}}{3 \frac{E_0 U}{X_c} \sin \theta},$$

або:

$$K_c = \frac{1}{\sin \theta}. \quad (11.27)$$

Зазвичай статична перевантажувальна здатність генератора  $K_c \approx 3$ .

Отже, для того, щоб підвищити статичну перевантажну здатність генератора  $K_c$ , потрібно підвищити максимальну потужність  $P_{\text{max}}$ , а для цього потрібно зменшити величину  $X_c$ .

Проте синхронний індуктивний опір визначаємо за формулою:

$$X_c = \omega L = \omega \cdot w^2 \cdot \lambda_a, \quad (11.28)$$

де  $w$  – кількість витків обмотки статора;

$\lambda_a$  – провідність повітряного проміжку.

Це означає, що потрібно збільшити проміжок між статором і ротором. У разі цього зменшиться і провідність  $\lambda_a$ , а отже й індуктивний опір  $X_c$ .

Тому в синхронних генераторах виконують великий повітряний проміжок – для підвищення стійкості, тобто для збільшення перевантажної здатності.

За дуже великого повітряного проміжку зростають габарити синхронного генератора та потрібно багато ампер-витків на роторі (велика МРС).

Зазначимо, що максимальну потужність  $P_{max}$  можна підняти за рахунок форсування. Тоді ЕРС  $E_{фор}$  призведе до змінення струму  $I_3$ , тому підвищиться динамічна стійкість генератора.

### 11.9. Увімкнення синхронного генератора у мережу

Під час паралельної роботи на одну лінію вмикають декілька генераторів.

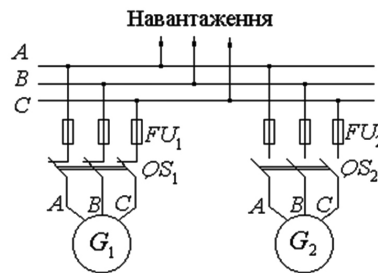


Рис. 11.11. Схема увімкнення синхронного генератора в мережу

Для безаварійного увімкнення синхронного генератора  $G_2$  у мережу (рис. 11.11) необхідно, щоб відбулися такі дії:

1) ЕРС, яку виробляє генератор, дорівнювала напрузі мережі, та в момент увімкнення знаходилась у протифазі до цієї напруги. У протилежному випадку буде виникати зрівняльний струм.

Регулювання величини ЕРС  $E$  здійснюють струмом збудження;

2) частота синхронного генератора дорівнювала частоті мережі, у разі цього потрібно регулювати швидкість обертання ротора генератора;

3) чергування фаз генератора та мережі були б узгоджені одна з одною, інакше виникає КЗ;

4) форма ЕРС генератора та форма напруги мережі були б однаковими – синусоїдними.

Будь-яке змінення активної потужності за незмінної ЕРС  $E_0$  можливе за змінення кута  $\theta$ . Це регулюється первинним приводним двигуном:

$$P_{ем} = 3 \frac{E_0 U}{X_c} \sin \theta.$$

Щоб здійснити переведення частини навантаження з одного синхронного генератора на інший, потрібно зменшити обертальний момент первинного двигуна генератора та збільшити момент для іншого. Тоді після перерозподілу генератори будуть працювати з постійною частотою. Інакше зміниться частота обертання усіх агрегатів, напруга та частота струму в мережі.

### 11.10. Регулювання реактивної потужності синхронного генератора

Змінення струму збудження  $I_3$  (струму в роторній обмотці генератора, який працює на автономне навантаження) призведе до змінення магнітного поля машини, а, відповідно, і ЕРС  $E_0$ , струму в обмотці статора  $I$ , напруги  $U$  на її фазі та частоти змінного струму  $f$ . У разі цього коефіцієнт потужності генератора  $\cos \phi$  визначається тільки характером навантаження.

Якщо генератор працює паралельно з іншими генераторами в загальній мережі великої потужності, то змінення його струму збудження не викликає змінення напруги та частоти, які є спільними в мережі та незмінними за значеннями.

Після виконання умов синхронізації синхронний генератор працює в режимі НХ. Скористаємося таким рівнянням:

$$\underline{U} = \underline{E}_0 - j \cdot \underline{I} \cdot X_c - \underline{I} \cdot R.$$

Оскільки  $R \ll X_c$ , то напруга:

$$\underline{U} \approx \underline{E}_0 - j \cdot \underline{I} \cdot X_c, \quad (11.29)$$

звідси отримуємо вираз для струму:

$$\underline{I} = \frac{\underline{E}_0 - \underline{U}}{jX_c}. \quad (11.30)$$

Активна потужність, яка визначається із виразу  $P = 3U \cdot I \cos \varphi$ , – постійна  $P = \text{const}$ , а струм збудження змінюється  $I_3 - \text{var}$ .

Оскільки  $U = \text{const}$ , змінюємо струм збудження. У разі цього змінюється ЕРС (залежність  $E(I_3)$  рис. 11.6, а). Небаланс між ЕРС  $E_0$  та напругою  $U$  у формулі (11.30) має бути погашений за рахунок струму  $I$ . Але оскільки напруга  $U$  та активна потужність  $P$  постійні, то має бути постійним добуток  $I \cos \varphi = \text{const}$ . Таким чином, активний струм залишається постійним, а з'являється реактивний струм, який впливає на  $\cos \varphi$  мережі (за змінення  $I_3$ ).

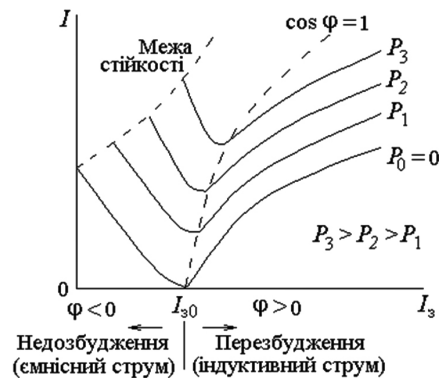


Рис. 11.12. Сімейство  $U$ -подібних характеристик синхронного генератора

Якщо у синхронного генератора  $\cos \varphi = 1$ , то генератор нормально збуджений, а за змінення струму збудження  $I_3$  піде реактивний струм. За змінення струму збудження  $I_3$  піде зрівняльний індуктивний або ємнісний струм  $I$ , що утворює сімейство  $U$ -подібних характеристик синхронного генератора (рис. 11.12).

Сімейство  $U$ -подібних характеристик за різних потужностей  $P_1 < P_2 < P_3$  доводить залежність струму генератора  $I$  від струму збудження  $I_3$  за постійної потужності, а тому і куті  $\theta$ .

Сучасні синхронні генератори працюють з перезбудженням ( $\cos \varphi = 0,8 \dots 0,9$ ,  $\varphi_{\text{ном}} > 0$ ). У цьому випадку генератори забезпечують споживачі мережі (асинхронні двигуни, трансформатори, індукційні печі та ін.) необхідною енергією індуктивного характеру.

### 11.11. Принцип дії синхронного двигуна

З метою підвищення коефіцієнта потужності  $\cos \varphi$  мережі цехів підприємств, на яких використовуються ТАД значно більшої потужності, ніж це вимагається технологічними умовами роботи приводів станків (тобто недозавантаженість станків), використовуються синхронні двигуни (СД) (рис. 11.13).

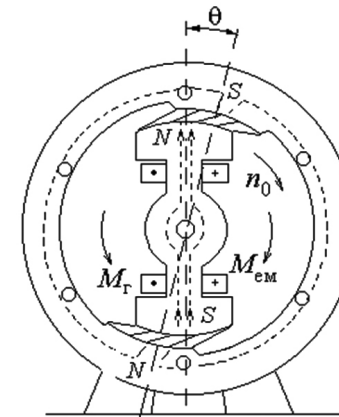


Рис. 11.13. Синхронний двигун

Цей двигун поступається трифазному асинхронному двигуну за вагою, надійністю, вартістю, але спостерігається стійка тенденція на збільшення виробництва синхронних двигунів. Конструкційно трифазний синхронний двигун майже не відрізняється від синхронного генератора: складається зі статора з трифазною обмоткою та ротора з полюсами.

Принцип дії синхронного двигуна заснований на силовій взаємодії різноименних полюсів статора і ротора. “Ведучим” є поле статора, “веденим” – ротор, який також обертається з синхронною частотою  $\omega_p$  (рис. 11.13).

Зі збільшенням навантаження посилюється відставання ротора та відбувається “розтягування” магнітних силових ліній між різноименними полюсами статора і ротора. Енергія трифазного джерела підводиться до статора, а також невелика енергія джерела постійного струму, що збуджує магнітне поле у роторі, витрачається на тепло в обмотці ротора.

Але ротор потрібно розігнати до синхронної швидкості  $n_0$ , тоді ротор втягнеться у синхронізм.

У режимі ідеального НХ гальмівний момент відсутній ( $M_r = 0$ ), осі полів (полюсів) ротора і статора збігаються, тобто  $\theta = 0$ .

Під час навантаження поле ротора, що тягнеться полем статора, відстає на кут  $\theta$ . У режимі двигуна  $\theta$  змінюється від 0 до  $90^\circ$ , коли  $M = M_{max}$ .

$$M_{max} = 3 \frac{E_0 U}{\omega_p X_c} = 3 \frac{p}{\omega} \frac{E_0 U}{X_c}. \quad (11.31)$$

Якщо кут  $\theta$  перевищує  $90^\circ$ , то двигун випадає з синхронізму. При цьому двигун необхідно негайно вимкнути з мережі, оскільки ЕРС  $E_0$  у статорі зменшиться до нуля і струм статора, який у загальному випадку дорівнює  $I = \frac{E_0 - U}{jX_c}$ , перетворюється у струм КЗ:

$$I_{K3} = \frac{U}{X}, \quad (11.32)$$

набуваючи максимального значення.

Таким чином, стійкий режим роботи синхронного двигуна можливий тільки в діапазоні  $0 < \theta < 90^\circ$ . У номінальному режимі кут  $\theta$  вибирають не більше  $30^\circ$ .

Перевантажна здатність синхронного двигуна дорівнює:

$$\lambda = \frac{M_{max}}{M_{ном}} = 1,7 \dots 2,7. \quad (11.33)$$

Зменшуючи струм збудження  $I_z$ , а тому і ЕРС  $E_0$ , за незмінної напруги  $U = \text{const}$  момент  $M_{ном}$  зменшується, а перевантажна здатність  $\lambda$  зростає.

Синхронний двигун має абсолютно жорстку механічну характеристику  $n(M)$  за  $n = \text{const}$  впритул аж до виходу з синхронізму ( $\theta > 90^\circ$ ) (рис. 11.14).

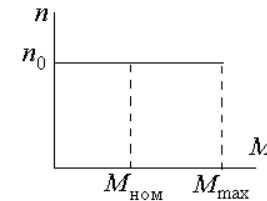


Рис. 11.14. Механічна характеристика синхронного двигуна

## 11.12. Способи пуску синхронних двигунів

Синхронний двигун не має початкового пускового моменту. При цьому використовуються такі способи пуску.

*Пуск від розгінного двигуна.* Ротор попередньо розганяють за допомогою допоміжного асинхронного двигуна (використовувати двигун постійного струму не має сенсу) до синхронної швидкості.

Приводний асинхронний двигун повинен мати на два полюси менше, оскільки синхронний двигун повинен дійти до своїх обертів, а в асинхронного двигуна швидкість менша за синхронну. Потім до обмотки статора підводять трифазну напругу і ротор втягується у синхронізм та продовжує обертатися синхронно з полем.

Якщо синхронний двигун перебуває під навантаженням, то приводний асинхронний двигун повинен мати таку ж саму потужність, але тоді навіщо потрібен синхронний двигун? Таким чином синхронний двигун запускають на неробочому ході від розгінного двигуна.

*Частотний спосіб пуску.* В перший момент магнітне поле та ротор нерухомі. Починаємо плавно збільшувати частоту від нуля до синхронної. При цьому

плавно зростає швидкість синхронного двигуна. Однак за такого способу потрібен спеціальний частотний перетворювач. Або його застосовують в автономних пристроях, де є власний генератор.

*Асинхронний спосіб пуску.* Двигун забезпечують пусковою обмоткою, яка розташована в отворах на кінцях полюсних наконечників ротора (рис. 11.15). Пускова обмотка – це стрижні, розташовані паралельно осі машини, які замикаються кільцями по торцях. Фактично пускова обмотка – це неповна біляча клітка, що утворює частину ротора асинхронного двигуна. Під час пуску синхронного двигуна магнітне поле статора обертається з синхронною швидкістю, і машина розганяється за допомогою пускової обмотки як асинхронний двигун із короткозамкненим ротором до асинхронної швидкості. Потім вмикають обмотку збудження і ротор втягується у синхронізм, тобто вже працює як синхронний двигун.

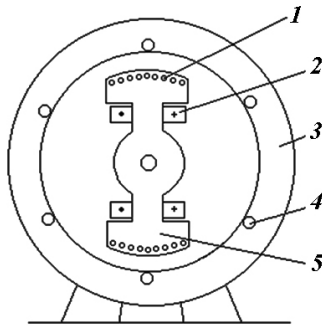


Рис. 11.15. Схема синхронного двигуна:

1 – пускова обмотка; 2 – обмотка збудження; 3 – осердя статора;  
4 – обмотка статора; 5 – полюси ротора

Однак при цьому виникає питання – що робити з обмоткою збудження за такого асинхронного пуску? При цьому можуть бути такі стани:

1. Якщо обмотку збудження розімкнути, то, оскільки у неї багато витків і навколо неї обертається магнітне поле статора, то в ній виникне велика ЕРС, яка може як спричинити електричний пробій обмотки збудження, так і становити небезпеку для обслуги. Тому обмотку збудження за асинхронного пуску не можна розмикати.

2. Обмотку збудження можна замкнути накоротко. Однак при цьому у ній виникне великий струм унаслідок великої ЕРС. Це також є неприпустимим.

3. Обмотку збудження під час пуску замикають на розрядний опір  $R_p$ , значення якого у 10...15 разів більше опору обмотки збудження (рис. 11.16). Після того, як швидкість стане  $n > 0,95 n_0$ , ОЗ перемикають з розрядного резистора  $R_p$  на джерело постійного струму, за якого реалізується робота синхронного двигуна.

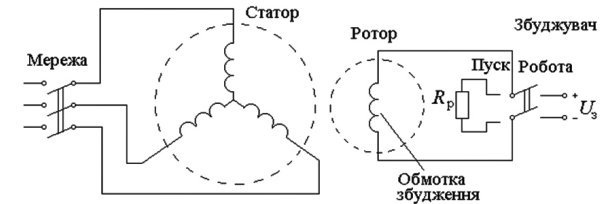


Рис. 11.16. Схема асинхронного пуску синхронного двигуна

Після пуску, в робочому режимі пускова обмотка не бере участі. Однак у разі змінення навантаження, що викликає коливання ротора, вона буде перетинатись полем статора й автоматично вмикатись у роботу. Її заспокійливий момент згладжує коливання ротора, утримуючи двигун у синхронному режимі. Тому таку обмотку ще називають заспокійливою або демпферною.

*Реверсування* (зміна напрямку обертання) синхронних трифазних двигунів здійснюється, як і в асинхронних двигунах, зміненням місць будь-яких двох проводів (фаз), що з'єднують статор двигуна з мережею.

*Позитивні якості синхронного двигуна у порівнянні з асинхронним.*

За допомогою синхронного двигуна можна покращити коефіцієнт потужності мережі ( $\cos \phi$ ), а асинхронний двигун для збудження споживає індуктивний струм, тобто він погіршує  $\cos \phi$ .

Синхронний двигун можна надмірно збудити відповідно до  $U$ -подібної характеристики, і він буде працювати в активно-ємнісному режимі. Оскільки у мережі синхронний двигун є приймачем енергії, то:

$$\underline{U} = \underline{E}_0 + jX_c \underline{I}. \quad (11.34)$$



Зони індуктивного та ємнісного зсувів на  $U$ -подібній характеристиці міняються місцями відносно до генератора (рис. 11.17).

Коефіцієнт потужності  $\cos \varphi$  мережі регулюється струмом збудження  $I_z$ . Синхронний двигун, працюючи у режимі надмірного збудження, може не тільки нести активне навантаження, але й компенсувати достатньою мірою індуктивний зсув фаз мережі (збільшує  $\cos \varphi$  мережі).

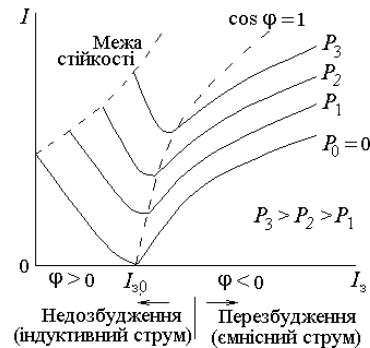


Рис. 11.17. Сімейство  $U$ -подібних характеристик синхронного двигуна

### 11.13. Синхронний компенсатор

Синхронний компенсатор – це синхронний двигун полегшеної конструкції, призначений для роботи без механічного навантаження у режимі великого надмірного збудження, і використовується він тільки для покращення  $\cos \varphi$  мережі. Синхронний компенсатор вмикається у мережу паралельно навантаженню та є, подібно конденсаторам, генератором реактивної потужності. Оскільки вони працюють без навантаження, реактивна потужність, яка споживається ними з мережі, йде на покриття втрат НХ з урахуванням змінних втрат на збудження, активна складова їх струму статора  $I$  залишається майже незмінною, тобто  $I_a = I \cos \varphi \approx \text{const}$ .

У колі з активно-індуктивним навантаженням  $Z_n$  синхронний компенсатор забезпечує (див рис. 2.27): зменшення зсуву фаз між струмом джерела та його напругою, а також підвищує коефіцієнт потужності кола  $\cos \varphi$  та зменшує струм джерела.

Струм синхронного компенсатора у разі сильного збудження випереджає напругу майже на  $90^\circ$ .

Потужні синхронні компенсатори встановлюються зазвичай на кінцевих великих підстанціях довгих ліній електропередачі. У цьому випадку вони розвантажують лінію, генератори і навіть трансформатори (під час встановлення з боку НН) від реактивної складової струму в навантаженні та відповідно зменшують втрати енергії в їх активному опорі.

### 11.14. Синхронні реактивні двигуни

Синхронні реактивні двигуни – це безконтактні двигуни малої потужності, призначені для роботи в електроприводах, де потрібна постійна частота обертання.

Синхронний реактивний двигун має трифазний статор та явнополюсний сталевий ротор без обмотки збудження та постійних магнітів. Ротор виконується з магнітом'якого матеріалу.

Під час роботи ротор намагається розташуватись так, щоб магнітне коло мало найменший магнітний опір, тобто щоб осі всіх полюсів статора й ротора збіглися, тобто  $\theta \rightarrow 0$ .

У разі збільшення гальмівного моменту обертаюче магнітне поле синхронного двигуна деформується, утягуючи за собою ротор. При цьому ротор синхронного двигуна відстає від магнітного поля статора на кут  $\theta$ , який відповідає величині навантаження (рис. 11.18).

Але ротор буде продовжувати синхронне обертання за збільшеного кута  $\theta$  й підвищеного моменту.

Максимальний момент такого трифазного синхронного реактивного двигуна буде за кута  $\theta = 45^\circ$ .

У випадку перевищення цього кута  $\theta$  частина силових ліній магнітного поля замикається найкоротшим шляхом, минаючи полюс ротора. За кута  $\theta = 90^\circ$  момент дорівнює нулю.

Отже, усталена робота синхронного реактивного двигуна можлива за величиною кута  $\theta = 0 \dots 45^\circ$ .

Реактивними такі синхронні двигуни (рис. 11.18) називаються тому, що вони збуджуються не з боку ротора двигуна, як зазвичай, а з боку статора, завдяки виникаючій реакції якоря.

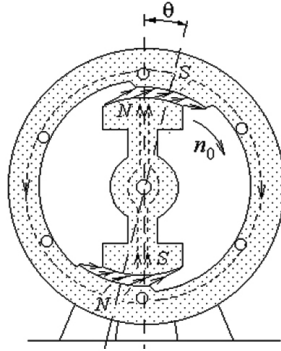


Рис. 11.18. Схема синхронного реактивного двигуна

Для забезпечення асинхронного пуску в полюсних наконечниках ротора синхронного реактивного двигуна розміщують стрижні пускової короткозамкненої обмотки.

У цих трифазних синхронних реактивних двигунів мала переважна здатність, менший коефіцієнт корисної дії та  $\cos \varphi$  ніж у звичайних синхронних двигунів.

## 11.15. Основні типи синхронних двигунів, що випускаються

Промисловість на даний час випускає багато типів синхронних двигунів. Розглянемо деякі з них. На рис. 11.19, *а* показано загальний вигляд синхронного двигуна, а на рис. 11.19, *б* у розрізі синхронний двигун SIEMOSYN 1FU8 зі збудженням від постійних магнітів та з короткозамкненою пусковою обмоткою.

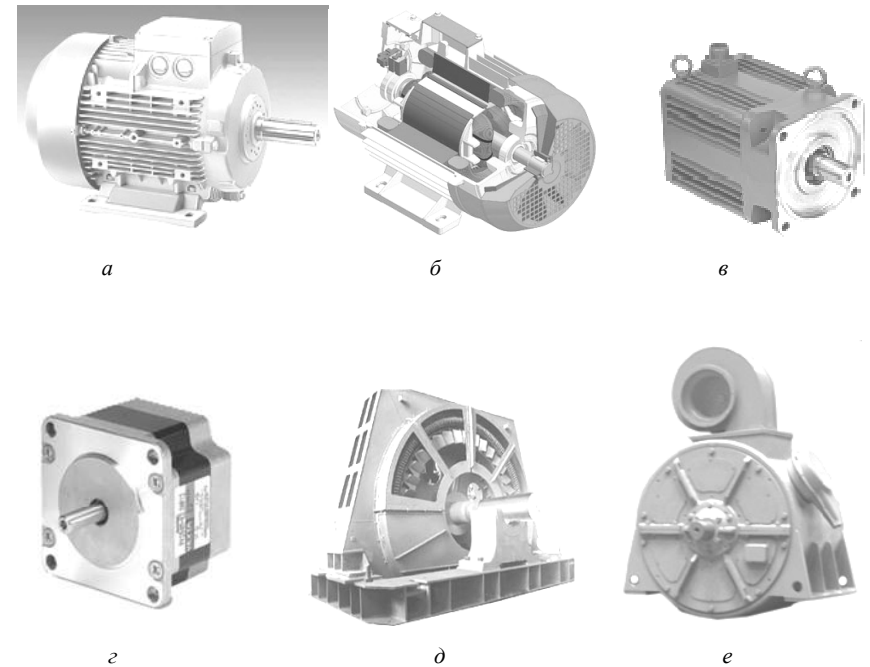


Рис. 11.19. Типи та загальний вигляд синхронних двигунів:

*а* – загальний вигляд, *б* – розріз двигуна SIEMOSYN 1FU8; *в* – двигун FAGOR серії FXM;  
*г* – швидкісний синхронний двигун, *д* – низько оборотний синхронний електродвигун СДС;  
*е* – явнopolюсний синхронний двигун серії СДЕ2-15-34-6

Ці двигуни можуть працювати як з постійною частотою обертання, так і зі змінною як приводи з декількома двигунами у разі використання інвертора. Механічна конструкція (розміри, корпус, торцеві кришки, розміри вала та ін.)

ідентичні конструкції трифазних асинхронних двигунів. У стандартному виконанні двигуни поставляються з частотою обертання до 15000 об/хв.

Двигуни SIEMOSYN 1FU8 використовуються там, де існують високі вимоги до стабільності швидкості та синхронної роботи декількох взаємопов'язаних двигунів для завдань, в яких необхідні швидкості, незалежні від навантаження, або синхронна робота під час суворого забезпечення певних відношень швидкості всередині великого діапазону частоти, наприклад:

- під час виготовлення хімічних волокон (прядильні насоси, прядильні диски, ведучі ролики);
- на прокатних станах;
- на транспортних системах (стрічки транспортера);
- у скляній промисловості (транспортувальні стрічки).

На рис. 11.19, *в* зображено синхронний двигун FAGOR серії FXM. Двигуни цієї серії спеціально розроблені для використання на осях станків і відрізняються більш широким діапазоном моментів від 1,2 Н·м до 76,6 Н·м за номінальних швидкостей 1200, 2000, 3000 и 4000 об/хв. Ці двигуни здатні працювати з 5-кратним перевантаженням по моменту.

На рис. 11.19, *г* зображено низькошвидкісний синхронний двигун, який забезпечує високоточне керування швидкістю, низькошвидкісне обертання та швидке двонаправлене обертання.

На рис. 11.19, *д* зображено потужний низькооборотний синхронний електродвигун СДС для привода цементних, вугледробильних, рудодробильних та інших промислових млинів (шарових, стрижневих).

Ці двигуни живляться від напруги 6 кВ, мають велику потужність від 550 до 2500 кВт і значну кількість полюсів (32, 36, 40, 48, 60).

На рис. 11.19, *е* зображено явнopolосний синхронний двигун серії СДЕ2-15-34-6. Двигуни серії СДЕ призначені для роботи в перетворювальному агрегаті екскаватора й інших подібних механізмів.

Виконання двигуна – горизонтальне на двох щитових підшипниках кочення з двома циліндричними кінцями вала. Збудження двигунів здійснюється від тиристорних або електромашинних збудників.

Потужність двигуна 630 кВт, напруга живлення 6 кВ, частота обертання 1000 об/хв, ККД 94,2 %, маса 5,1 т.

### Контрольні запитання

1. Поясніть будову синхронної машини.
2. Вкажіть принцип дії синхронного генератора.
3. Що таке реакція якоря у синхронному генераторі?
4. Наведіть рівняння електричного стану в синхронному генераторі.
5. Побудуйте векторну діаграму синхронного генератора.
6. Накресліть характеристики синхронного генератора.
7. Як розраховуються втрати та ККД синхронного генератора?
8. Поясніть кутові характеристики синхронного генератора.
9. Регулювання реактивної потужності синхронного генератора.
10. Яким чином підвищити стійкість синхронного генератора?
11. Увімкнення синхронного генератора у мережу.
12. Сформулюйте принцип дії трифазного синхронного двигуна.
13. Вкажіть основні способи пуску синхронних двигунів.
14. Наведіть будову та поясніть принцип дії синхронного компенсатора.
15. Навести приклади використання синхронних реактивних двигунів.

## ВИСНОВОК

Посібник “Електротехніка та електромеханіка” на відміну від інших літературних джерел із класичної електротехніки та електромеханіки надає у логічній послідовності та розкриває і поєднує теоретичну та практичну частини дисципліни “Електротехніка та електромеханіка”, від теорії електричних кіл постійного та змінного струмів, зокрема, однофазних та трифазних кіл, перехідних процесів у електричних колах, до теорії магнітних кіл, будови та принципу дії електротехнічних пристроїв: трансформаторів, електричних машин постійного та змінного синусоїдного струму, електромагнітних та електровимірювальних приладів тощо.

Надані матеріали поєднують нові підходи методики викладання цієї навчальної дисципліни з підготовки курсантів за спеціальністю 255 “Озброєння та військова техніка” та практичне використання основних законів електротехніки зі знаннями будови, роботи й експлуатації пристроїв електрообладнання з сучасними вимогами у військовій справі.

Значне місце у посібнику відведено новим темам, що стосуються розрахунків складних електричних та магнітних кіл постійного й змінного струмів. Окрім того, у посібнику наведені окремі параграфи з матеріалами із будови й принципів роботи найбільш розповсюджених пристроїв електрообладнання БТОТ та автоматизованих систем керування озброєнням, які допоможуть більш якісно вивчати вказані дисципліни з цих напрямків.

У посібнику враховані побажання особового складу, який експлуатує системи керування та електрообладнання БТОТ у військах, щодо надання матеріалів із характеристики електричних кіл БТОТ, а також особливості будови та принципу дії цих систем з урахуванням сучасного стану бронетанкового озброєння. Виконати це побажання авторам вдалось завдяки доповненням теоретичного матеріалу в розділах посібника відомостями з дисциплін “Автоматичні системи управління озброєнням БТОТ” та “Електрообладнання БТОТ”.

Оволодіння матеріалом посібника курсантами та особами, які експлуатують сучасну бронетехніку, суттєво підвищить їхню теоретичну та практичну підготовку, покращить вміння щодо експлуатації та проведення діагностики елементів систем керування озброєнням та електрообладнанням бронетанкової техніки.

Викладений матеріал посібника “Електротехніка та електромеханіка” може знадобитися фахівцям бронетанкової техніки під час безпосередньої експлуатації і військового ремонту, курсантам ВВНЗ, ад’юнктам і аспірантам під час виконання ними магістерських і науково-дослідних робіт.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Данько В. Г. Розрахунок електричних кіл: методичні вказівки до розрахунково-графічних робіт з курсу “Електротехніка” для студентів усіх не електротехнічних спеціальностей. / Укладачі В. Г. Данько, І. В. Поляков, А. К. Черкасов – Х.: НТУ “ХПІ”, 2008. – 55 с.
2. Бондарук П. А. Електротехніка, електроніка та мікросхемотехніка. Електротехнічні методи та електрообладнання у військовій техніці. Ч. 1: навч. посіб. / П. А. Бондарук, С. В. Плutoхін, Ю. В. Шаворикін.– Х.: НТУ “ХПІ”, 2004. – 304 с.
3. Данько В.Г. Збірник задач з електротехніки: навч. посіб. / В. Г. Данько, В. І. Мілих, Ф. Т. Карпенко та ін. – Х.: НТУ “ХПІ”, 2004. – 119 с.
4. Данько В.Г. Магнитные цепи и электротехнические устройства: учебное пособие / В. Г. Данько, В. И. Милых, А. К. Черкасов и др. – К.: УМК ВО, 1991. – 116 с.
5. Данько В.Г. Електротехніка: навч. посіб. / В. Г. Данько, В. І. Мілих, А. К. Черкасов, В. Ф. Болюх – К.: НМК ВО, 1990. – 264 с.
6. Трегуб А.П. Электротехника / Под ред. Е.В. Кузнецова. – К.: Вища шк., 1987. – 600 с.
7. Касаткин А.С. Электротехника. / А. С. Касаткин, В. М. Немцов. – М.: Энергоатомиздат, 1993. – 440 с.
8. Мілих В. І. Електротехніка, електроніка та мікропроцесорна техніка : підруч. / В. І. Мілих, О. О. Шавьолкін; за ред. В. І. Мілих. – К.: Каравела, 2007. – 688 с.
9. Клименко Б.В. Електричні та магнітні пристрої, електричні аксесуари, електричні установки. Терміни, тлумачення, коментарі. навч. посіб. / Б. В. Клименко. – Х.: Точка, 2009. – 272 с.
10. Данько В.Г. Електричні кола: навч.-метод. посіб. / В. Г. Данько, С. М. Кожемякін, В. С. Марков, І. В. Поляков; за ред. В. Г. Данька. – Х.: НТУ “ХПІ”, 2010. – 108 с.
11. Болюх В.Ф. Розрахунок параметрів електротехнічних пристроїв: навч. посіб. / В. Ф. Болюх, С. М. Кожемякін, В. С. Марков. – Х.: НТУ “ХПІ”, 2016. – 116 с.

Навчальне видання

**Болюх** Володимир Федорович  
**Бондарук** Петро Антонович  
**Коритченко** Костянтин Володимирович  
**Марков** Владислав Сергійович  
**Поляков** Ігор Володимирович  
**Шпінда** Євген Михайлович

## ЕЛЕКТРОТЕХНІКА ТА ЕЛЕКТРОМЕХАНІКА

Навчальний посібник

Редактор Н. Г. Немировська  
Коректор С. А. Попова  
Комп’ютерне верстання І. В. Поляков

Формат 60×84/16. Ум. друк. арк – 17,6. Тираж 50 прим. Зам. №\_\_\_\_  
Поз.

Видавець і виготовлювач  
Військовий інститут танкових військ  
Національного технічного університету  
“Харківський політехнічний інститут”

61098, м. Харків – 98, вул. Полтавський шлях, 192,  
Тел. 372–61–67, додатковий 3–48